











HISTOIRE  
DE  
L'ACADEMIE  
ROYALE  
DES SCIENCES.

---

Année M. DCCXVI.

---

Avec les Memoires de Mathematique & de Phisique ,  
pour la même Année.

*Tirés des Registres de cette Academie.*



A PARIS,  
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

---

M. DCCXVIII.



HISTOIRE

DE

L'ACADEMIE

DES SCIENCES

DE LA VILLE DE PARIS



PARIS

DE LA VILLE DE PARIS

1789

T A B L E  
P O U R  
L' H I S T O I R E.

---

---

P H I S I Q U E   G E N E R A L E.

<i>Sur une Lumiere Septentrionale.</i>	Page 6
<i>Sur l'Origine des Pierres.</i>	8
<i>Observations de Phisique generale.</i>	16

---

A N A T O M I E.

<i>Sur une Exomphale monstrueuse.</i>	17
<i>Sur les Ecailles de Poissons.</i>	18
<i>Sur la Formation des Coquilles.</i>	21
<i>Diverses Observations Anatomiques.</i>	25

---

C H I M I E.

<i>Sur l'Origine du Sel Armoniac.</i>	28
---------------------------------------	----

---

B O T A N I Q U E.

<i>Sur un moyen de preserver les Arbres de leur Lepre , ou de la Mouffe.</i>	31
<i>Observations Botaniques.</i>	34

ij

# T A B L E.

---

## G E O M E T R I E.

<i>Sur les Rapports.</i>	36
<i>Sur les Rapports des Densités de l'Air.</i>	40
<i>Sur un Cas particulier des Tangentes.</i>	45

---

## A S T R O N O M I E.

<i>Sur l'Obliquité de l'Ecliptique.</i>	48
<i>Sur Saturne.</i>	54
<i>Sur les Satellites de Saturne.</i>	57
<i>Sur les Taches du Soleil.</i>	64

---

## G E O G R A P H I E.

65

---

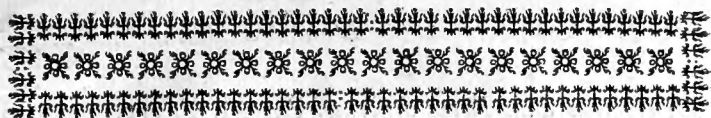
## A C O U S T I Q U E.

<i>Sur le Son.</i>	66
--------------------	----

---

## M E C H A N I Q U E.

<i>Sur le Tourbillon fluide.</i>	68
<i>Machines ou Inventions approuvées par l'Academie en 1716.</i>	77
<i>Eloge de M. Sauveur.</i>	79
<i>Eloge de M. Parent.</i>	88
<i>Eloge de M. Leibnitz.</i>	94



# T A B L E

## P O U R

# L E S M E M O I R E S.

*O*bservations Meteorologiques faites à l'Observatoire  
Royal pendant le cours de l'année 1715. Par M. DE LA  
HIRE. Page 1

*De la Construction des Bouffoles dont on se sert pour obser-  
ver la Déclinaison de l'Aiguille Aimantée.* Par M. DE  
LA HIRE. 6

*De quelques-unes des fonctions de la Bouche. Seconde Partie.*  
Par M. PETIT. 12

*Resolution du Problème proposé par M. DE LAGNY à  
l'Academie.* Par M. le Chevalier RENAULT. 22

*Solution du Problème proposé par M. DE LAGNY.* Par  
M. SAUVEUR. 26

*Solution d'un Problème proposé par M. DE LAGNY.* Par  
M. NICOLE. 30

*Experiences faites dans un Tourbillon Cylindroïde.* Par M.  
SAULMON. 35

*Remarques sur un Cas singulier du Problème general des  
Tangentes.* Par M. SAURIN. 59

*Methode pour tirer les Bombes avec succès.* Par M. DE  
RESSONS. 79

# T A B L E.

<i>Sur la Longitude du Détroit de Magellan.</i> Par M. DE- LISLE.	86
<i>Description d'un Fœtus difforme.</i> Par M. PETIT.	89
<i>Observation d'une Lumiere Septentrionale.</i> Par M. MA- RALDI.	95
<i>Rapports des differentes densités de l'Air, ou de toute au- tre matiere fluide élastique continuë de telle variabilité de pesanteur qu'on voudra, à des hauteurs quelconques ; de laquelle matiere élastique les densités causées par la seule gravitation de ses parties superieures sur les inferieures, soient en raison d'une puissance quelconque des poids com- primants.</i> Par M. VARIGNON.	107
<i>Description de deux Exomphales monstrueuses.</i> Par M. MERY.	136
<i>Description du Cierge Epineux du Jardin du Roy, appelé en Latin, Cereus Peruvianus Tabern. Icon. 705.</i> Par M. DE JUSSIEU.	146
<i>Observations de l'Eclipse de Jupiter par la Lune, faites le quatrième jour de Janvier 1716.</i> Par M. MARALDI.	151
<i>Explication mecanique de quelques differences assez curieu- ses qui resultent de la dissolution de differents Sels dans l'Eau commune.</i> Par M. LEMERY.	154
<i>Suite des Observations sur l'Anneau de Saturne.</i> Par M. MARALDI.	172
<i>Sur une difficulté d'avaler.</i> Par M. LITTRE.	183
<i>Maniere de greffer les Arbres de Fruits à Noyaux sans perdre aucun temps ; enforte qu'un Arbre qui aura fait de très mauvais Fruit l'Année précédente, en pourra por-</i>	

# T A B L E.

<i>zer de très bon l'année suivante.</i> Par M. DE RESSONS.	195
<i>Theorie du mouvement des Satellites de Saturne.</i> Par M. CASSINI.	200
<i>Observations sur la matiere qui colore les Perles fausses , &amp; sur quelques autres Matieres animales d'une semblable couleur ; à l'occasion de quoi on essaye d'expliquer la formation des Ecailles des Poissons.</i> Par M. DE REAUMUR.	229
<i>Suite du Tourbillon Cilindroïde.</i> Par M. SAULMON.	244
<i>Propriétés &amp; Description d'une Machine de nouvelle invention , servant à réduire les Os cassés &amp; démis ; ensemble la maniere de s'en servir.</i> Par M. PETIT.	258
<i>Experiences sur le Son.</i> Par M. DE LA HIRE.	262
<i>Continuation d'Experiences sur le Son.</i> Par M. DE LA HIRE.	264
<i>Sçavoir si le Placenta est une partie du Chorion épaissi , ou une partie particulière.</i> Par M. ROUHAULT.	269
<i>Suite des Remarques sur un Cas singulier du Problème des Tangentes.</i> Par M. SAURIN.	275
<i>Etablissement d'un nouveau genre de Plante que je nomme EVONIMOIDES ; avec la description d'une nouvelle espece.</i> Par M. DANTY D'ISNARD.	290
<i>Remarques sur l'Obliquité de l'Ecliptique , &amp; sur la hauteur du Pole d'Alexandrie.</i> Par M. DE LA HIRE.	295
<i>Eclaircissements de quelques difficultés sur la formation &amp; l'accroissement des Coquilles.</i> Par M. DE REAUMUR.	303
<i>Observation sur un Ulcere carcinomateux &amp; fistuleux qui</i>	

# T A B L E

*perce le fond de l'Estomac en dedans , & les reguments  
de la region Umbilicale en dehors. Par M. PETIT.*

312

*Memoire pour la Construction d'une Pompe qui fournit con-  
tinuellement de l'Eau dans le Reservoir. Par M. DE LA  
HIRE le Cadet.*

322

*Description d'une Addition qu'il faut faire aux Croisées ,  
pour empêcher , quoi-que fermées , que l'Eau de la Pluye  
n'entre dans les Chambres. Par M. DE LA HIRE le Fils.*

326

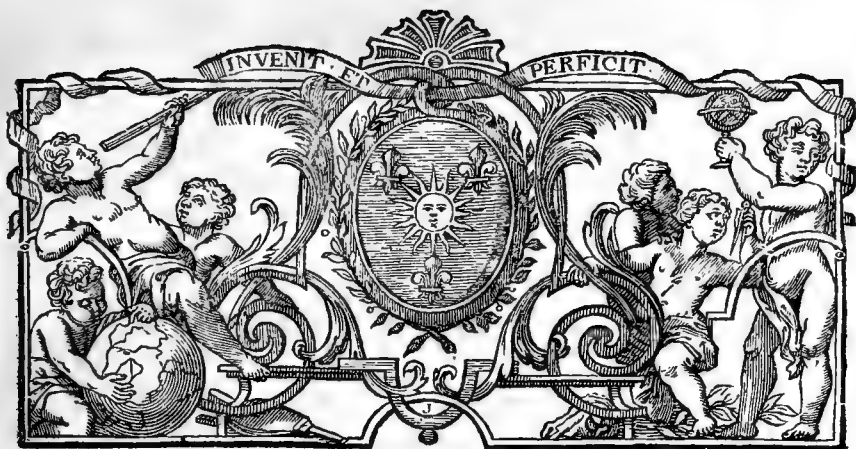
*Memoire sur un enfant monstrueux. Par M. MARCOT , de  
la Societé Royale de Montpellier.*

329



HISTOIRE





# HISTOIRE

DE

## L'ACADEMIE ROYALE DES SCIENCES.

Anné M. DCCXVI.



LE Roi Louis XIV, de glorieuse memoire, étant mort le premier Septembre 1715, Monseigneur le Duc d'Orleans fut par le droit de sa naissance Regent du Royaume. Chargé de toutes les affaires du gouvernement, alors plus épineuses & plus difficiles qu'elles ne l'avoient été depuis plusieurs Siècles, il n'oublia pas son ancien goût pour les Sciences, qui avoient occupé, &, si on l'ose dire, illustré ses temps de loisir. Il

*Hist. 1716.*

A

## 2 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

leur fit dès les premiers jours de sa Regence une faveur très singulière. Après avoir distribué toutes les affaires en plusieurs nouveaux départements, à la tête desquels étoient différents Ministres, il se reserva à lui seul le soin de l'Academie des Sciences, & la retint sous sa direction immédiate. Nous nous sommes déjà parés de cet avantage dans l'Hist. de 1715 \*, nous ne pouvions trop nous presser. S. A. R. a même dit publiquement, que quand Elle remettrait le Royaume entre les mains du Roi à sa majorité, elle lui demanderoit d'être toujours le *Secrétaire d'Etat* de l'Academie. Ce Prince a bien voulu s'abaisser jusqu'à se servir de ces propres termes, si cependant ils ne sont pas plus à sa gloire que ceux qui auroient paru lui convenir mieux.

Le premier fruit de son attention pour l'Academie a été le Reglement suivant, qu'il lui envoya à la premiere Assemblée de cette année.

### DE PAR LE ROI.

**S**A MAJESTE' s'étant fait représenter le Reglement du 26 Janvier 1699 pour l'Academie Royale des Sciences ; ensemble les autres ajoutés depuis en interpretation ou correction ; & desirant de faire fleurir de plus en plus cette Academie, Elle a, de l'avis de Monsieur le Duc d'Orleans son Oncle, Regent du Royaume, résolu d'y joindre quelques nouveaux Articles, qu'Elle Veut & Entend être exactement observés, ainsi que les précédents auxquels il n'aura pas été dérogé par la présente.

Le nombre des Honoraires & celui des Associés non attachés à aucune science particuliere seront augmentés jusqu'à douze.

Quelques Reguliers pourront être proposés pour quelques unes desdites Places d'Associés, sans qu'aucuns des Reguliers puissent désormais être proposés pour Honoraires, & lesdits Associés non attachés à aucune science particuliere,

ne pourront devenir Pensionnaires non plus que les Reguliers.

La Classe des vingt Eleves sera supprimée dès-à-présent , & au lieu d'icelle il y aura une nouvelle Classe de douze Adjoints aux six differents genres des sciences auxquels s'applique l'Academie. Deux à la Geometrie, les Sieurs Parent & Couplet fils. Deux à l'Astronomie, les Sieurs Lieutaud & Delisle le cadet. Deux à la Mechanique, le Sieur Terrasson, & celui qui sera agréé par Sa Majesté après l'Election que fera l'Academie. Deux à l'Anatomie, les Sieurs Helvetius & Petit. Deux à la Chimie, le Sieur Boulduc fils, & celui qui sera agréé par Sa Majesté après l'Election, & deux à la Botanique, le Sieur de la Hire le cadet, & celui qui sera pareillement agréé par Sa Majesté. A l'égard des Sieurs Winslow, Bomie, Delisle l'ainé, Nicole, de Bragelonne & Deslandes ci-devant Eleves, ainsi que les ci-dessus nommés, ils auront toujours droit d'entrer à l'Academie en qualité d'Adjoints Surnumeraires, sans que dans la suite il puisse être nommés d'autres sujets à leur place.

Lesdits Adjoints feront leur residence à Paris, ils auront voix deliberative seulement lorsqu'il s'agira de Science. Ils pourront avoir sceance parmi les Associés quand il s'y trouvera des sieges vuides, & quand il n'y en aura pas, ils se placeront indifferemment sur les sieges qui leur seront destinés.

Pour remplir les Places desdits Adjoints il sera proposé à l'Academie au moins trois sujets par les trois Pensionnaires & les deux Associés attachés à chaque espece de Science dont il s'agira de nommer un Adjoint. Entre lesquels sujets il en sera choisi deux à la pluralité des voix par les Honoraires & les autres Pensionnaires. Et nul ne pourra être proposé pour les Places d'Adjoints qu'il n'ait au moins vingt ans, & qu'il ne se soit fait connoître à l'Academie par quelque Dissertation de sa composition, approuvée par les Commissaires qui seront nommés, & qui en rendront témoignage public à l'Academie.

Pour remplir les Places d'Associés entre les deux sujets qui seront proposés à Sa Majesté, il y en aura au moins un qui

#### 4 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE

ne sera pas de l'Academie, & nul ne pourra être proposé s'il n'est connu par quelque Ouvrage considerable imprimé, par quelque cours fait avec éclat, par quelque Machine de son invention, ou découverte particuliere approuvée auparavant par l'Academie.

Entre les trois sujets proposés pour les Places de Pensionnaires, il y en aura au moins un qui ne sera pas de l'Academie.

Dans toutes les Elections il n'y aura que les Honoraires & les Pensionnaires qui puissent donner leurs suffrages, excepté celles des Adjoints, ou suivant l'article ci-dessus, deux Associés proposeront avec les trois Pensionnaires.

Chaque fois qu'il s'agira de proceder à quelque Election, on commencera par faire publiquement dans l'Academie la lecture des quatre Articles précédents celui-ci, afin de s'y conformer avec exactitude, à peine de nullité des Elections.

Sa Majesté choisira au premier Janvier de chaque année un President & un Vicepresident pris entre les Honoraires, comme aussi un Directeur & un Sousdirecteur pris entre les Pensionnaires.

Dans chaque Assemblée il y aura du moins deux Academiciens, l'un Pensionnaire & l'autre Associé ou Adjoint obligés à tour de Rolle d'apporter quelques Observations ou Memoires. De maniere qu'après un tour de Rolle des Pensionnaires, il y en aura un des douze Associés attachés à quelque science particuliere, les douze Associés non attachés ausdites sciences particulieres étant dispensés, ainsi que les Honoraires, d'apporter aux Assemblées aucun ouvrage de leur composition. Et après un autre tour de Rolle des Pensionnaires, il y en aura un des Adjoints. Ce qui sera observé si exactement, que dans le temps même d'absence de Paris, on enverra sa Piece pour être lûe, à faute de quoi on sera déchu de toute voix active & passive pendant un an pour une premiere fois, & exclus même absolument en cas de recidive.

On observera toujours dans ces lectures que l'une des Pieces soit sur quelque matiere de Mathematique, & l'autre sur

DES SCIENCES.

*quelque matiere de Physique. Fait à Paris le troisieme jour de  
Janvier mil sept cens seize. Signé en l'Original LOUIS.*  
Et plus bas , PHELYPEAUX.

En vertu de ce Reglement l'Academie acquit de nouveaux sujets ; M. d'Argenson , alors Conseiller d'Etat , & Lieutenant General de Police , & M. Pajot d'Onzembrai , pour Honoraires , M. Chirac premier Medecin de Monseigneur le Duc d'Orleans , M. de la Faye Capitaine aux Gardes , M. Remond de Montmor , le P. Reinaud de l'Oratoire , & M. de Reffons Lieutenant General d'Artillerie , pour Associés libres , ou non attachés à aucune science particuliere , M. Vaillant pour Associé Botaniste , M. des Camus pour Adjoint en Mechanique , & M. Danty d'Isnard pour Adjoint en Botanique.

Après ce petit récit de ce second renouvellement de l'Academie , il faut reprendre l'histoire de ses travaux.



---

# PHYSIQUE GENERALE.

---

## SUR UNE LUMIERE

### SEPTENTRIONALE.

V. les M.  
P. 95.

**L**y a déjà du temps que l'on a quelque connoissance imparfaite d'une certaine Lumiere particuliere aux Pays fort Septentrionaux , tels que la Norvege ou l'Islande. M. Gassendi l'a nommée *Aurore Boreale* , parce qu'elle ressemble à l'Aurore en clarté, mais elle en est fort differente par les temps de la nuit où elle paroît , & on ne la peut prendre ni pour l'Aurore ni pour le Crepuscule.

On a vû cette année tant en France qu'en Angleterre une Lumiere fort extraordinaire vers la partie Septentrionale de l'Horison , & cette situation peut faire croire que ce qu'on a vû étoit l'Aurore Boreale extremement augmentée.

Le 11 Avril à 10 heures & demie du soir on vit à Paris une grande lumiere blanchâtre qui se répandoit le long de l'Horison du côté du Nord-Oüest , & du Nord dans une étenduë de 80 degrés , & qui en avoit 7 de largeur, horsmis vers ses deux extremités. Elle étoit égale dans toute son étenduë, excepté vers le haut, où elle s'affoiblissoit un peu. Les Etoiles paroissoient distinctement au travers. De cette lumiere ainsi couchée sur l'horison s'élevoient de temps en temps d'autres traits de lumiere comme des Colonnes perpendiculaires à l'horison, qui excédoient peut-être d'un degré ou deux la plus grande hauteur de la lumiere horizontale, & y faisoient des especes de Creneaux. Elles paroissoient en differents endroits à la

fois, & duroient tout au plus une demi-minute.

Ce phenomene cessa d'être sensible un peu après minuit, peut-être le Lever de la Lune contribua-t-il à l'effacer.

Il parut encore les deux jours suivans, mais plus foible, sur-tout le second jour.

Il n'avoit aucun mouvement qui participât aux mouvemens celestes. Ainsi il étoit entierement renfermé dans l'Atmosphere, & tout à-fait différent de la lumiere du Zodiaque découverte par feu M. Cassini en 1683.\*

\* V. l'Hist.  
de 1712.  
p. 100.

Le 17 Mars on avoit vû en Angleterre une grande lumiere, Septentrionale aussi, & qui devoit avoir beaucoup de rapport avec celle dont nous venons de parler, quoiqu'elle en différât en plusieurs circonstances; par exemple, elle étoit moins tranquille, plus tumultueuse & plus irréguliere. Mais nous laissons tout ce détail au Memoire de M. Maraldi, qui a eu soin de rassembler & de comparer non seulement les observations d'Angleterre, mais celles qui furent faites du même phenomene en plusieurs Villes de France, & jusque dans le Languedoc où il fut vû. Il a ramassé aussi tout ce qu'il a pû trouver d'observations de semblables phenomenes en d'autres temps. Ce qu'ils ont de commun le plus constamment, c'est de ne paroître que dans un temps serein, & après quelques jours chauds. Ces combats que quelques Histoires rapportent qui ont été vûs en l'air, ces Soldats, ces Chariots, ces Lances de feu, pourroient bien n'être que ces sortes de phenomenes racontés sur la foi du peuple, ou embellis par les Historiens.

## SUR L'ORIGINE DES PIERRES.

**I**L est presentement certain que toutes les Pierres sans exception, ont été fluides, ou du moins une pâte molle, qui s'est desséchée & durcie. Il suffiroit pour en être sûr d'avoir veu une seule Pierre où fût renfermé quelque corps étranger qui n'auroit pû y entrer, si elle avoit toujours été de la même consistance, car cette seule Pierre conclurroit pour toutes les autres, mais on en a veu sans nombre, & on en voit tous les jours qui renferment des corps étrangers, & ce n'est plus la peine de les remarquer. De plus, il y a une infinité de Pierres qu'on appelle *figurées*, qui ont été moulées très-finement & très-délicatement en differents Coquillages, ce qui fait voir que la pâte dont elles ont été formées devoit être extrêmement molle & fine.

Mais sur ce principe bien connu & bien établi, M. Geoffroi a voulu aller plus loin, & entrer dans le détail de la formation des différentes Pierres.

Il pose d'abord que la terre sans aucun mélange de Sels ni de Soufres est le seul fond nécessaire de cette formation, c'est-à-dire que la terre peut être mêlée de Sels & de Soufres, mais qu'elle n'en a pas besoin, & qu'il y a des pierres qui n'en contiennent point du tout, comme les Pierres communes des Carrieres, ou les Cailloux blancs & transparents. Il y a des Cailloux qui frotés l'un contre l'autre rendent une odeur de Soufre très-sensible, & par consequent ils ont un Soufre grossier, ou un Acide vitriolique, d'autres sont colorés parce qu'ils renferment des parties métalliques, & c'est là la cause generale des couleurs des Pierres précieuses, mais tout cela n'est que par accident, & ce qui le prouve bien, c'est que les Saphirs & nos Emeraudes d'Auvergne perdent leur couleur à une chaleur modérée sans perdre leur dureté ni leur transparence.



rence. Ils deviennent de simples Cristaux.

Selon M. Geoffroy la Pierre la plus simple de toutes, la plus homogene, & par-là la plus parfaite, c'est le Cristal de Roche. A la premiere veüe on ne croiroit pas que ce fût de la terre, cela doit être cependant, car il est bien sûr que ce n'est pas de l'eau congelée, comme les anciens l'ont crû. M. Geoffroy conçoit dans la terre deux sortes de petites parties primitives, les unes qui sont des lames extrêmement minces & déliées, & égales entr'elles ou à peu près, les autres qui ont toutes sortes de figures irregulieres. Quand les parties *du premier genre* se trouvent ensemble par quelque cause que ce soit en suffisante quantité, la régularité & l'égalité de leurs figures les détermine à s'arranger également & régulièrement, & à former un composé homogene, qui est en même-tems fort dur à cause du contact immediat des parties, & transparent à cause de leur disposition réguliere qui laisse à la lumière des passages libres en tout sens. C'est-là le Cristal. Quant aux parties terrestres *du second genre*, il est visible qu'elles ne peuvent former que des assemblages moins durs & opaques.

Les Cristaux n'étant formés que de parties du premier genre, toutes les autres Pierres sont formées de parties des deux genres ensemble. Celles du premier unissent & lient celles du second, sans quoi elles ne seroient qu'un sable ou une poussiere, & leur donnent la consistance & la dureté. Il faut expliquer tout cela plus en détail.

L'eau est un vehicule propre pour porter les parties terrestres du premier genre. On le voit évidemment par quelques fontaines pierreuses qui incrustent de pierre les tuyaux par où elles coulent, ou les corps solides qu'on y laisse quelque tems. L'eau ne dissout pas ces parties terrestres, à proprement parler, seulement elle les tient en fusion, comme elle y tient une infinité de differens sucs dont les plantes se nourrissent. Selon cette analogie M. Geoffroy nomme ces parties du premier genre, *suc cristallin* ou *pierreux*.

Hist. 1716.

B

Ce suc est plus pesant & plus fixe que l'eau, & ne s'évapore pas avec elle, c'est-là l'origine de la formation du Cristal, toute semblable à celle des Cristaux salins en Chimie. Ces Cristaux ne se forment avec les différentes figures régulières qu'ils affectent, & qu'ils ont coutume de prendre, que quand une eau chargée de sels a été évaporée lentement, & de plus pour l'ordinaire a été mise ensuite dans un lieu frais. L'évaporation de l'eau est nécessaire, afin qu'elle ne tienne plus par sa trop grande quantité les sels trop écartés les uns des autres; la lenteur de l'évaporation est nécessaire, afin que les sels se rapprochent doucement, & aient le loisir de prendre l'arrangement qui convient le mieux à leurs figures, autrement ils s'amasseroient en désordre & confusément les uns sur les autres; le lieu frais qui diminue lentement le mouvement naturel & intérieur du liquide ou de l'eau, contribue en même-tems à ces deux effets. Cela s'applique de soi-même au Cristal de Roche, & il n'y a qu'à concevoir qu'une eau chargée de beaucoup de suc cristallin s'est insinuée par les fentes d'un Roc, est tombée au fond d'une Grotte, & là s'est évaporée lentement.

Il faut supposer le suc cristallin inégalement répandu sur la Terre, & par-là il ne se formera pas du Cristal de Roche en tous lieux, sans compter les autres circonstances nécessaires qui ne se rencontrent pas souvent ensemble. Si l'eau chargée de ce suc cristallin pénètre une portion de terre, & c'est ce qui est le plus commun, elle en liera les parties par ce suc, & ensuite à mesure qu'elle s'évaporerait le composé deviendrait toujours plus dur, & sera enfin Pierre. Il sera plus approchant du Cristal, c'est-à-dire, plus dur & moins opaque, selon la plus grande quantité de suc cristallin, & en même-tems il sera d'un grain plus fin, selon que les molécules de terre auront été plus petites, & plus homogènes. Les Marbres sont de cette classe. Dans quelques-uns & dans quelques Albâtres on voit des veines ou des filets si transparens qu'ils ne sont

presque que du Cristal. Les Pierres les plus opposées à celles-là & les plus imparfaites, sont la Craye & les Bols, ce n'est presque que de la terre mal liée par une très-petite quantité de suc cristallin; aussi sont-ils friables. Les degrés d'entre-deux sont aisés à imaginer.

Il y a des Pierres qui se fondent à un grand feu, comme les Cailloux, & d'autres qui n'y font que se calciner, comme celle dont on fait le Plâtre. Le principe de la fusion des Pierres est le suc cristallin dont les parties égales & homogenes entr'elles sont propres à faire un Tout continu & sans interruption, qui sera un fluide quand ces parties seront intimement divisées, & violemment agitées. Il faut donc pour cela qu'elles soient en grande quantité, & de plus qu'elles se puissent séparer d'avec les parties terrestres du second genre qui leur sont trop heterogenes. Ainsi on ne pourra fondre ni une Pierre qui aura peu de suc cristallin, ni une autre en qui ce suc, quoiqu'assez abondant, sera si étroitement lié avec les parties terrestres qu'il les entraînera toujours avec lui; il ne se fera dans ces deux cas qu'une calcination, c'est-à-dire, un amas confus des petites parties de la Pierre désunies & dérangées.

Les circonstances particulieres qui accompagnent la formation des Pierres sont varier en beaucoup de façons l'effet des principes generaux. Par exemple, si une portion de suc cristallin détrempée dans de l'eau a été envelopée de terre, & que ce suc n'ait pas été en assez grande quantité pour petrifier toute la terre à mesure que l'eau se sera évaporée, il se formera une masse qui sera en partie cristalline & transparente, en partie opaque, inégale & purement terreuse. Et si le suc cristallin est demeuré renfermé dans le milieu de la masse, il n'y aura donc que ce milieu qui soit transparent, & il sera couvert d'une croûte opaque. Telles sont les Agates, & plusieurs autres Pierres. Que si au contraire le suc cristallin par quelque cause que ce soit a été poussé du centre à la circonference, il y aura de la terre pure au milieu d'une Pierre assez transparente.

Tels sont des Cailloux au centre desquels on trouve ou une terre molle & une espèce de bouillie, quand l'eau ne s'est pas évaporée suffisamment, ou au contraire une farine sèche. Quand la petrification d'une même masse n'a pas été continuë, mais que celle d'une partie s'est faite en un certain tems, & celle d'une autre partie en un tems séparé par quelque intervalle suffisant, la Pierre est disposée par couches, qui se distinguent à la veuë, comme les Troncs des Arbres le sont par la même raison, car leur accroissement est interrompu pendant les hivers.

Toutes ces idées peuvent s'appliquer assez facilement aux grandes masses de Pierre ou aux différentes Carrieres répandues en une infinité de lieux differents.

M. de la Hire le fils rapporta des observations qu'il avoit faites, assez favorables au système de M. Geoffroy. Il étoit descendu dans une Carrière peu fréquentée proche la fausse Porte S. Jacques, dont toute la hauteur de la Pierre avoit peut-être 20 pieds, mais toute cette hauteur n'étoit pas de Pierre, elle étoit interrompue par des lits moins hauts que ceux de la Pierre, & à peu-près horizontaux aussi-bien que ceux-là, & de la même couleur, mais d'une matiere beaucoup plus tendre, grasse, & qui ne se durcit point à l'air, comme fait la Pierre tendre. On l'appelle *Boufin*. Il s'en trouve dans toutes les Carrieres des environs de Paris. Il faut, selon M. de la Hire, que des ravines d'eau ayent charié en certains tems, pendant un hiver, par exemple, différentes matieres qui se seront arrêtées dans un fond. Là étant en repos, les plus pesantes se seront précipitées & auront formé un lit de Pierre, & les plus legeres seront demeurées au-dessus, & auront fait le Boufin. Une seconde ravine survenue pendant un autre hiver sur ces deux lits formés & détrechés en aura fait deux autres pareils, & ainsi de suite jusqu'à ce que le fond où tout s'assembloit ait été comblé.

Dans cette même Carrière M. de la Hire vit de la recoupe de pierre, toute couverte d'un enduit transparent,

blanchâtre & fort dur, qui avoit lié ensemble toutes les parties de recoupe qui étoient dessous, grandes & petites. Proche de-là étoient plusieurs petites masses incrustées du même enduit, le noyau des unes étoit un Caillou, & des autres un petit morceau de pierre, & la substance de ce noyau n'étoit nullement altérée. Du *Ciel* de la Carrière, c'est-à-dire, du lit de Pierre qu'on laisse au haut pour soutenir la terre qui est dessus, & qu'on appuie par des piliers placés d'espace en espace, tomboit par plusieurs fentes naturelles une assez grande quantité d'eau, qui formoit un Bassin de 4 ou 5 pieds de diametre, & de 7 ou 8 pouces de profondeur, où toute l'eau ne pouvoit être contenue, de sorte qu'elle s'écouloit par-dessus les bords. Ces bords étoient incrustés comme la recoupe, & les petites Pierres ou Cailloux. M. de la Hire tira du fond du Bassin des pierres qui lui parurent spongieuses, toutes garnies ou entierement ou seulement sur une partie de leur surface d'une espèce de végétation pierreuse haute de 4 à 5 lignes, dont les filets vus avec le Microscope étoient de petits Prismes terminés à leurs deux extrémités par une Pyramide à trois faces. On ne peut guere douter que ces végétations ne fussent des incrustations naissantes qui seroient devenues semblables à toutes celles qu'on voyoit ailleurs dans la Carrière.

Tout cela semble d'abord s'accorder assez avec le système de M. Geoffroy, cependant à y regarder de plus près l'accord n'est pas si exact. L'eau qui avoit produit les incrustations de la Carrière de M. de la Hire étoit de l'eau de pluie, qui en se filtrant au travers d'environ 10 toises de terre, avoit bien pu y prendre le suc cristallin ou petrifiant, mais d'un autre côté les enduits ou incrustations étoient assez différentes de celles que les eaux petrifiantes, celle d'Arcueil, par exemple, font dans leurs canaux. Celles-ci sont opaques & graveleuses. Cela peut conduire à croire qu'il y a des différences dans le suc petrifiant.

Quoi-qu'il en soit, il est bien prouvé que toutes les Pierres ont été une pâte molle, & comme il y a des Carrieres presque par-tout, la surface de la Terre a donc été dans tous ces lieux, du moins jusqu'à une certaine profondeur, une vase, & une bourbe. Les Coquillages qui se trouvent dans presque toutes les Carrieres, prouvent que cette vase étoit une terre détrempée par l'eau de la Mer, & par conséquent la Mer a couvert tous ces lieux-là, & elle n'a pu les couvrir sans couvrir aussi tout ce qui étoit de niveau ou plus bas, & elle n'a pu couvrir tous les lieux où il y a des Carrieres, & tous ceux qui sont de niveau ou plus bas sans couvrir toute la surface du Globe terrestre. Ici l'on ne considère point encore les Montagnes que la Mer auroit dû couvrir aussi, puisqu'il s'y trouve toujours des Carrieres & souvent des Coquillages. Si on les supposoit formées, le raisonnement que nous faisons en deviendrait beaucoup plus fort.

La Mer couvrirait donc toute la terre, & de-là vient que tous les bancs ou lits de Pierres qui sont dans les plaines sont horizontaux, & paralleles entre eux. Les Poissons auront été les plus anciens habitans du Globe, qui ne pouvoit encore avoir ni Animaux terrestres, ni Oiseaux.

Mais comment la Mer s'est-elle retirée dans les grands creux, dans les vastes Bassins qu'elle occupe presentement? Ce qui se presente le plus naturellement à l'esprit, c'est que le Globe de la Terre, du moins jusqu'à une certaine profondeur, n'étoit pas solide par-tout, mais entre-mêlé de quelques grands creux, dont les voûtes se sont soutenues pendant un tems, mais enfin sont venues à fondre subitement. Alors les eaux seront tombées dans ces creux, les auront remplis, & auront laissé à découvert une partie de la surface de la Terre, qui sera devenue une habitation convenable aux Animaux terrestres, & aux Oiseaux. Les Coquillages des Carrieres s'accordent fort avec cette idée, car outre qu'il n'a pu se conserver jusqu'à pre-

sent dans les terres que des parties pierreuses des Poissons, on sçait qu'ordinairement les Coquillages s'amassent en grand nombre dans certains endroits de la Mer, où ils sont comme immobiles, & forment des especes de Rochers, & ils n'auront pû suivre les eaux qui les auront subitement abandonnés. C'est par cette dernière raison que l'on trouve infiniment plus de Coquillages que d'Arêtes ou d'Empreintes d'autres Poissons, & cela même prouve une chute soudaine de la Mer dans ses Bassins.

Dans le même-tems que les voûtes que nous supposons ont fondu, il est fort possible que d'autres parties de la surface du Globe se soient élevées, & par la même cause. Ce seront-là les Montagnes qui se feront placées sur cette surface avec des Carrieres déjà toutes formées. Mais les lits de ces Carrieres n'ont pas pû conserver la direction horizontale qu'ils avoient auparavant, à moins que les masses des Montagnes ne se fussent élevées précisément selon un axe perpendiculaire à la surface de la Terre, ce qui n'a pû être que très rare. Aussi comme nous l'avons déjà observé en 1708 \* les lits des Carrieres des Montagnes sont toujours inclinés à l'horison, mais paralleles entre eux, car ils n'ont pas changé de position les uns à l'égard des autres, mais seulement à l'égard de la surface de la Terre.

\* p. 30. & suiv.

Il se trouve dans quelques Pierres des feuilles de Plantes, des Insectes, des Os d'Animaux terrestres & d'Hommes, & même des Squelettes entiers, mais tout cela est fort rare en comparaison des Coquillages ou des Poissons. Il faut donc qu'après la grande révolution generale qui découvrit une partie de la surface de la Terre & la rendit habitable aux Animaux terrestres, il soit arrivé des révolutions particulières & moins considerables, qui auront abîmé de certaines étendues de Mer ou de grands Lacs, dans le tems où la Terre avoit des Plantes & des Animaux. Elles peuvent aussi avoir fait naître des Montagnes. De grands tremblements de Terre, ou des Volcans sont capables de ces effets, & ils en ont dû faire de plus grands lors-

16 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE  
que les soupiraux, qui sont presentement ouverts, ne  
l'étoient pas encore. Mais c'en est assez sur ce sujet; quoi-  
que toutes ces conséquences paroissent se suivre assez na-  
turellement, c'est une espece de temerité, même aux Phi-  
losophes, que de vouloir les suivre si loin, & il suffit au  
reste des Hommes que la surface de la Terre soit depuis  
long-tems assez tranquille, & promette de l'être encore  
long-tems; du moins l'est-elle extrêmement en compa-  
raison de celles de Mars & de Jupiter.

---

## OBSERVATIONS DE PHYSIQUE GENERALE.

### I.

UN Homme de la premiere dignité dans l'Eglise, étant  
en Pologne, fit mettre une Planche de Sapin devant  
une Cheminée pour l'empêcher de fumer. Cette Planche  
rendit peu à peu tant de resine, que le tout ramassé avec  
soin pesoit cinq fois autant qu'une pareille planche de Sa-  
pin pleine de sa resine. On avoit brûlé dans la Cheminée  
beaucoup de bois resineux, & il falloit que la Planche se  
fût chargée d'une grande quantité de la resine que le feu  
en avoit fait sortir, & qu'elle n'en eût guere tiré de la  
Terre par rapport à ce qu'elle en pouvoit prendre.

### II.

Le dernier Novembre il y eut en basse Normandie un  
débordement terrible de la Mer qui dura jusqu'au 2 Dé-  
cembre, & s'étendit depuis Avranches jusqu'à Saint-Malo.  
Tous les lieux bas furent inondés, la Mer étoit extrême-  
ment agitée, & l'on ne vit aucun reflux pendant tout ce  
tems-là. Il y eut un grand tonnerre en basse Normandie  
le dernier Novembre. On ne se souvenoit point d'y avoir  
jamais rien yû de pareil.

Nous



Nous renvoyons entierement aux Memoires  
Le Journal des Observations de M. de la Hire  
pendant l'année 1715.

V. les M.  
P. 1.

Et son Ecrit sur la Constrution des Bouffoles qui servent à observer la déclinaison de l'Aiguille aimantée.

V. les M.  
P. 6.



## ANATOMIE.

### SUR UNE EXOMPHALE

#### MONSTRUEUSE.

QUAND l'Ombilic ou Nombril s'ouvre, & laisse sortir quelques-unes des parties qui doivent naturellement être enfermées dans le Ventre, le sac où elles sont contenues en dehors s'appelle *Exomphale*.

V. les M.  
P. 136.

M. Mery en a fait voir deux dans deux Fœtus venus à terme, mais nous ne parlerons que de la premiere, parce qu'elle est la seule qui donne lieu à quelque réflexion importante par rapport au Corps humain.

Une Fille qui vécut 14 heures avoit une Exomphale monstrueuse où l'on trouva renfermés le Foye, la Rate, l'Estomac & tous les Intestins. Dans l'Estomac & dans les Intestins grêles il y avoit une matiere claire & fluide, & dans les gros du Meconium ordinaire, dont une partie sortit pendant la courte vie de l'Enfant. L'ouverture de l'Ombilic, par où tous ces Visceres auroient dû passer s'ils étoient effectivement sortis du Ventre, n'avoit que 15 lignes de diametre, & le Foye seul étoit si gros en comparaison qu'elle n'eût pû lui donner passage, & d'ailleurs

*Hist. 1716.*

C

comme le Fœtus ne respire point dans le sein de sa Mere, que la Poitrine n'a point de mouvement sans la respiration, ni le Ventre sans la Poitrine, il n'y avoit eu donc nulle force capable de pousser ces Visceres hors du Ventre, & par conséquent cette Exomphale étoit un vice de conformation, ce qui est à remarquer pour le Systême general de la generation des Animaux. Car assez souvent des irrégularités, même monstrueuses, peuvent être rapportées à quelques accidens particuliers survenus à des Fœtus qui avoient originairement une conformation régulière, mais il est plus rare de pouvoir s'assurer qu'une conformation irrégulière jusqu'à être monstrueuse, ait été telle originairement.

Dans ce Fœtus les Muscles du Ventre n'avoient eu aucune part ni à la distribution du Chyle dans les Veines lactées, ni au mouvement par lequel les Intestins chassoient hors d'eux le Meconium. De-là M. Mery conclut qu'apparemment aussi dans l'Homme le seul mouvement naturel & peristaltique des Intestins suffit pour ces fonctions, principalement à l'égard des matieres assez liquides, & que ce n'est que quand elles sont des excréments trop solides & trop durs que les Muscles du Ventre, dont notre volonté dispose, aident à leur expulsion. Ce partage des Muscles qui nous obéissent, ou ne nous obéissent pas, a été fait avec une sagesse, qui doit encore beaucoup augmenter notre admiration pour la Machine du Corps humain.

### SUR LES ECAILLES DES POISSONS.

V. les M.  
P. 229.

**L**A description des Arts, à laquelle M. de Reaumur s'est attaché, fournit à un bon Observateur quantité de faits curieux, propres à enrichir la Physique, & qui échappent à ceux qui les ont continuellement entre les mains. Tout le fin de l'Art de faire des Perles fausses, ne consiste que dans la matiere qui donne à de petites boules,

de verre la couleur argentée des veritables Perles. Cette matiere se tire des Ecailles d'un petit Poisson, nommé *Able*, ou *Ablette*, & en Latin *Albula* à cause de sa couleur, assez semblable à un Eperlan, & commun dans la Seine, & dans quelques autres Rivieres.

Sous chaque Ecaille de ce Poisson est étendue une membrane très-finë qui renferme une infinité de petites lames de couleur d'argent, très-brillantes, très-minces, oblongues, rectangulaires, si ce n'est que quelquefois elles se terminent en pointe, mais toujours taillées quarrément sur les grands côtés. On ne les voit, & on n'en distingue ces particularités qu'avec le Microscope. C'est-là la matiere qui délayée dans de l'eau donne la couleur aux Perles fausses. Quoique pour la tirer des Ecailles de l'*Able* on les ait ratissées & broyées, on ne voit point que ces mouvemens assez rudes, ayent rompu ni même plié aucune des petites lames, ce qui fait juger que malgré leur extrême finesse, ou leur épaisseur presque infiniment petite, elles sont extremement solides.

Outre la membrane particuliere qui revêt le deffous de chaque Ecaille de l'*Able*, & qui est pleine de Lames argentées, il y en a une toute pareille qui revêt tout le corps du Poisson, de sorte que quand il est écaillé il n'en est pas moins brillant. De plus, la membrane qui enferme les Intestins & l'Estomac brille de la même couleur, & le Ventre du Poisson contient une grande quantité de matiere argentée, & de-là il est naturel & presque absolument nécessaire de conjecturer avec M. de Reaumur que la premiere source de cette matiere sont les Intestins, qu'elle y est formée ou déposée par les digestions de l'Animal, qu'elle a des canaux pour se répandre ensuite par toute la peau, & de chaque petite partie de la peau sous chaque Ecaille qui lui répond. Ce qui appuye encore la conjecture que la matiere argentée naît dans les Intestins, & de-là se porte sous les Ecailles, c'est que selon l'observation de M. de Reaumur, elle est plus molle & plus sou-

ple dans les Intestins que sous les Ecailles ; elle n'acquiert toute sa consistance & sa perfection que par degrés. Il est visible que les canaux qui la distribuent doivent être différens des vaisseaux sanguins qui ont tout un autre usage.

Il y a beaucoup d'apparence que l'Ecaille est composée de ces petites Lames, qui en vertu de leurs figures déterminées, & qu'elles ne peuvent perdre, se font arrangées comme autant de petites Briques soit les unes contre les autres, soit les unes au-dessus des autres, & ont formé un petit Toit, qui est chaque Ecaille en particulier. En examinant de près une Ecaille d'Able on voit des marques de cette construction, & des différens degrés par lesquels elle a été conduite, mais nous laissons à M. de Reaumur tout cet agréable détail. On en peut prendre une idée generale par les Cercles concentriques des Troncs d'Arbres, & par les différens contours des Coquilles. Il se trouve même qu'une Ecaille d'Able est figurée comme une Coquille réduite en petit, & fort délicate.

La connoissance que l'on a présentement de la maniere generale dont agit la Nature, ne permet pas que quand on a découvert ou conjecturé quelle est la formation d'une Ecaille d'Able, ou la matiere qui la colore, on s'en tienne à ce seul Poisson. On ne peut se dispenser d'aller plus loin. Toutes les Ecailles de Poissons seront donc formées de même, & par une matiere particuliere, par de petites Lames fort déliées & fort dures que des canaux particuliers porteront dans les lieux où elles doivent s'assembler pour la construction de leur petit édifice. Ces Lames peuvent n'être pas argentées comme dans l'Able, elles peuvent aussi l'être & produire cependant des Ecailles d'une couleur différente, parce que les Vaisseaux sanguins plus ou moins gros, ou en plus grande ou moindre quantité, & différemment entrelassés avec les canaux qui portent ces Lames argentées, en altereront différemment la couleur par son mélange avec celle du sang. On a beau

avoir pris ces vuës generales , plus on descend dans le détail , plus on en admire la variété infinie.

## SUR LA FORMATION

### DES COQUILLES.

CETTE matiere a déjà été traitée en 1709. \* d'après M. de Reaumur , qui établissoit ce nouveau système , que les Coquilles des Limaçons , & par consequent celles de quantité d'autres especes pareilles , sont formées comme les Pierres par une simple apposition de parties , qu'on appelle *juxtaposition* , & non comme toutes les parties des Animaux par *intussusception* , c'est-à-dire , par des suc nourriciers qui soient portés dans des canaux à la partie qu'ils augmentent , & qui circulent au-dedans d'elle.

V. les M.  
P. 303.

\* P. 17.  
& suiv.

En 1710. \* ce système fut attaqué par M. Mery à l'égard des Coquilles des Moules , & il proposa deux difficultés auxquelles M. de Reaumur répond presentement.

\* P. 33.

La Coquille d'un grand Limaçon a plus de tours de spirale que celle d'un petit , & cela s'accorde parfaitement avec le système de M. de Reaumur , mais les Coquilles des Moules semblent ne s'y accorder plus. Elles sont visiblement composées de plusieurs couches , qui en débordant l'une au-delà de l'autre font sur leur surface extérieure des bandes assez distinctes , & les Coquilles des petites Moules n'ont pas un moindre nombre de ces bandes que celles des plus grandes Moules. Les Coquilles des Moules croissent donc à la maniere des membres des Animaux , qui ont toujours , quelque petits qu'ils soient , le même nombre de parties différentes que quand ils sont parvenus à leur plus grand accroissement.

De plus , dans la Coquille d'un petit Limaçon les premiers tours de spirale ne sont pas plus petits que dans celle d'un grand , ce qui montre bien , comme le veut

M. de Reaumur, qu'étant une fois formés ils ne croissent plus. Mais dans la Coquille d'une petite Moule les Bandes dont nous venons de parler sont plus petites que dans celle d'une grande, & par conséquent elles croissent avec l'Animal, & de la même manière que lui. Voilà la première difficulté de M. Mery composée de deux parties.

M. de Reaumur renverse la première partie en paroissant d'abord la fortifier. Il y a même quelquefois, dit-il, plus de bandes sur la Coquille d'une petite Moule que sur celle d'une grande. Cela ne se peut attribuer ni à l'*intussusception*, ni à la *juxtaposition*, il y a quelque autre cause; c'est que ce qui fait distinguer les bandes, l'excédant dont une couche déborde sur l'autre, est assez mince pour pouvoir être usé par le frottement des Coquilles soit contre des cailloux, soit simplement contre l'eau, & cet excédant étant effacé, deux bandes n'en sont plus qu'une; or il est manifeste que cet effet du frottement a plus de lieu à l'égard de Moules plus âgées, ou plus grandes.

Cela satisfait en même tems à la seconde partie de la difficulté. Il est vrai qu'il faut aussi que celles d'entre les bandes qui ont dû être formées les premières soient aussi petites dans de grandes Coquilles que dans de petites, supposé que le frottement n'ait pas eu d'effet, & il est nécessaire pour M. de Reaumur qu'assez souvent cela se trouve ainsi. Quant aux bandes formées les dernières, & qui ne sont par conséquent que sur les grandes Coquilles, il n'y a nul inconvenient qu'elles soient plus grandes que les autres, car il faut aux yeux que ce n'est pas à dire nécessairement qu'ayant été d'abord petites elles se soient étendues, mais qu'il suffit que quand l'Animal en a été là il ait crû plus vite. C'est la même chose à cet égard pour les Moules & pour les Limaçons.

La seconde difficulté de M. Mery est la plus forte. La Moule a 8. Muscles attachés à la surface intérieure de ses deux Coquilles, c'est-à-dire, 4. attaches dont chacune va

aux 2 Coquilles. Si les Coquilles ne croissoient pas de la même maniere que les Muscles, il faudroit donc que ceux-ci attachés d'abord en certains endroits dans la Moule naissante changeassent continuellement d'attache jusqu'à la dernière croissance de l'Animal, & se promenassent toujours depuis leur première place jusqu'à la dernière, ce qui ne paroît point possible, & n'a point d'exemple dans les Animaux connus.

M. de Reaumur donne d'abord un exemple un peu différent à la vérité, mais qui contient l'essentiel de la chose, & a l'avantage d'être encore plus difficile. Les Crabes, les Omars, les Ecrevisses sont couverts de Croutes ou Coques dures, qui sont leurs os placés en dehors. Ils ont des Muscles ou Ligamens qui les y attachent en dedans, cependant ils se dépouillent tous les ans de ces Coques, & en prennent de nouvelles, \* & en quelque tems que ce soit ils sont toujours attachés, & jamais flottans dans leurs enveloppes osseuses. Ces Muscles ou Ligamens se transportent donc de l'ancienne enveloppe à la nouvelle, & le mécanisme par lequel cela s'expliquera ne sera pas difficile à appliquer aux Moules.

\* V. l'HIST.  
de 1709.  
P. 16.

M. de Reaumur prend pour démontré que la Coquille des Limaçons de Jardin ne croît que par *juxtaposition*. Or ces Limaçons sont attachés à leur Coquille par un Muscle, qui lorsqu'ils sont extrêmement jeunes, ne peut être, qu'extrêmement proche du centre de leur spirale. Cependant il se trouve toujours entre le 2<sup>d</sup>. & le 3<sup>me</sup>. tour de cette spirale, quand ces Animaux ont pris toute leur croissance. Il a donc changé de place de quelque maniere qu'il en ait changé, & il n'y a pas plus de difficulté pour les 4 ou 8 Muscles des Moules.

Pour prendre quelque idée de la mécanique de ce déplacement ou transport du Muscle dans le Limaçon, parce que le fait y est plus simple, on peut concevoir que la Coquille étant fort petite, & ce Muscle attaché fort près du centre de la Spirale, si ensuite la Coquille

vient à croître par *juxtaposition*, & par conséquent à s'ouvrir ou à s'élargir, celui de tous les filets du Muscle qui est le plus proche de l'ouverture de la Coquille, & qui a crû par *intussusception*, ou s'est allongé & élargi, est obligé de se coler contre la partie de la Coquille nouvellement formée, car ce n'est que de ce côté-là qu'il peut prendre une nouvelle extension tant en long qu'en large. Par cette raison les filets suivans & le dernier plus que tous les autres, c'est-à-dire, le plus proche du centre de la Spirale, ne peuvent pas prendre une nouvelle extension, ils ne la prennent donc pas, ou cessent de croître, & se dessecchent peu à peu, de sorte qu'il n'y a que les filets les plus proches de l'ouverture de la Coquille qui croissent, & en croissant ils suivent la Coquille croissante. S'ils pouvoient croître toujours, ils suivroient la Coquille tant qu'elle croîtroit, & iroient enfin s'attacher fort près de son ouverture; mais ils ne croissent que jusqu'à un certain point, après lequel la Coquille croît encore, car ces deux accroissemens d'une nature différente ne sont point dépendans l'un de l'autre, & par-là le Muscle s'arrête entre le 2<sup>d</sup>. & le 3<sup>me</sup>. tour de Spirale. Si cette explication a encore des difficultés, du moins a-t-on lieu de croire que les Physiciens n'en seront ni surpris ni plus disposés à rejeter le système de M. de Reaumur, ils ne sont que trop accoutumés à ne pouvoir suivre jusqu'au bout les merveilles de la Nature, & à trouver dans les choses les mieux prouvées & les mieux éclaircies des restes d'obscurité.





## DIVERSES OBSERVATIONS

## ANATOMIQUES.

## I.

**M**onsieur Chirac a dit qu'il avoit vû une Chienne qui ayant mis bas deux fois consecutives, comprimoit comme en mâchant les Cordons de ses Petits, ce qui faisoit l'effet d'une ligature, mais qu'une troisième fois comme elle avoit perdu dans cet intervalle de tems deux dents incisives, elles ne put comprimer si bien les Cordons, & que tous les Petits de cette portée eurent des Hernies Ombilicales.

## II.

M. Deslandes a vû à Lanvau, Village éloigné de Brest d'environ 3 lieuës sur le bord de la Mer, un Enfant bien extraordinaire. Toutes les articulations, & par consequent tous les mouvemens qui en dépendent, lui manquent, & son corps n'est qu'un os continu, & comme une petrification des articles, nerfs & tendons. Nulles Phalanges aux doigts des mains ni des pieds, nul mouvement dans le poignet, dans le coude, dans l'épaule, dans la hanche, &c. il a aussi les yeux & même les paupieres parfaitement fixes. Il avoit 22 à 23 mois, & ne pouvoit ni marcher ni boire ni manger sans le secours de sa Mere. Il pleuroit & crioit toujours. Une si étrange conformation étoit encore accompagnée d'une douleur perpetuelle.

## III.

M. Morin, Medecin de Honfleur, envoya à l'Academie la Relation d'un Fœtus humain monstrueux assez singulier. La Mere en avoit accouché entre les 5 & 6<sup>me</sup>. mois sans incommodité ni accident, après avoir cependant senti dans le cours de sa grossesse qu'elle n'étoit point naturelle,

*Hist. 1716.*

D

& en avoir eu beaucoup d'inquietude. Ce Fœtus venu au monde ne donna aucun signe de vie. Il faut se représenter un Fœtus de cet âge parfaitement bien formé, mais finissant précisément au Nombril, où il est coupé par une section horisontale, si on l'a supposé debout. Un autre Fœtus tout pareil & coupé de même s'unit au premier à l'endroit de la section horisontale qui leur est commune, de sorte qu'un Nombril commun est précisément le milieu de la longueur des deux Troncs semblables ainsi posés. Les deux visages sont tournés du même côté, & par conséquent le reste des deux Troncs. Cette disposition ou conformation semble exclure les Cuisses & les Jambes, il y en a cependant. A chaque côté & au milieu des deux Troncs unis sont attachées deux Cuisses & deux Jambes, celles d'un côté bien séparées, comme elles doivent l'être, celles de l'autre un peu moins. Elles sont de part & d'autre à angles droits avec les Troncs. Voilà la figure extérieure.

L'intérieur y répondoit, en ce que toutes les parties qui devoient être dans deux Troncs séparés étoient dans les deux Troncs unis. Ainsi il y avoit deux Cœurs, deux Poumons, deux Foyes, deux Rates, deux Diaphragmes; seulement il n'y avoit que deux Reins au lieu de quatre, & les Intestins, quoique doubles, n'étoient attachés qu'à un seul Mesentere. M. Morin vit par le soufle que ces Intestins doubles communiquoient ensemble. Il ne trouva ni parties de la generation, ni Vessie. Un petit trou, qui étoit au milieu des Vertebres du dos, pouvoit être pris pour l'Anus, parce qu'en y soufflant on faisoit enfler le Rectum & le Colon. Au milieu de la capacité du Ventre inférieur, où il y avoit une espece d'Ombilic marqué, il se trouva un Vaisseau qui se partageoit en deux rameaux, dont l'un alloit à droite & l'autre à gauche. M. Morin le regarda comme la Veine Ombilicale. Le Système des Monstres formés par deux Oeufs qui se sont colés & confondus ensemble se presente ici bien naturellement, il n'y

de d'union & de confusion que ce qu'il en faut pour s'y accorder avec beaucoup de facilité.

## IV.

M. Martin le fils , Chirurgien , fit à l'Académie la Relation suivante. Une Femme cessa d'avoir ses regles, & eut des vomissemens & des Coliques que rien ne guerissoit. Son ventre s'enflait de jour en jour, & elle y sentoit comme un corps vivant qui s'agitoit & se débattoit, il étoit cependant incertain qu'elle fût grosse, parce que l'Enfant, s'il y en avoit un, n'étoit certainement pas dans la Matrice. Au bout d'environ neuf mois de souffrances, elle en eut de plus vives que jamais, après quoi elle ne sentit plus les mouvemens de ce prétendu corps vivant, mais les vomissemens accompagnés d'un cours de ventre continuel continuèrent encore six mois, au bout desquels elle mourut. M. Martin l'ouvrit, & comme il la croyoit hidropique, il fit d'abord la ponction au ventre, d'où effectivement il sortit 12 pintes d'eau rousse sans odeur & pas trop trouble. Mais après cela il trouva un Enfant de 9 mois qui occupoit tout le côté droit du ventre, la tête posée sur la base du Foye qu'elle rendoit de figure cubique, & qui étoit de couleur de jaune d'Oeuf, le nés sur la Vesicule du Fiel, l'Occiput sur le Pilore. Le Cordon Ombilical n'avoit de long que 8 pouces, & partoît à l'ordinaire du Placenta, qui par un nombre infini de rameaux & de fibres s'attachoit sur la 1<sup>re</sup>. 2<sup>de</sup>. & 3<sup>me</sup>. Vertebres des Lombes. Les Intestins de la Mere étoient rangés dans la partie gauche du Ventre à la reserve du Colon; la Matrice & les Trompes en bon état. L'Enfant, quoique mort, s'étoit conservé pendant six mois sans corruption dans ses eaux, qui avoient formé l'Hidropisie de la Mere. Il est aisé de voir la cause de ses Coliques & de ses vomissemens.



V. les M.  
p. 89.

V. les M.  
p. 12.

V. les M.  
p. 183.

V. les M.  
p. 258.

V. les M.  
p. 269.

V. les M.  
p. 312.

**N**ous renvoyons entierement aux Mémoires  
La Relation d'un Fœtus difforme par M. Petit.  
L'Ecrit du même sur les Actions de la Bouche.

L'observation de M. Littre sur une difficulté d'avaler.

La Machine de M. Petit pour les Os démis.

L'Ecrit de M. Rouhault sur le Placenta.

L'observation de M. Petit sur une Fistule d'Estomac.



## C H I M I E.

### SUR L'ORIGINE DU SEL ARMONIAC.

**I**L n'y a point de Drogue plus commune que le Sel Armoniac, & il est assés étonnant que l'on ne sçache précisément ni d'où il vient, ni de quelle maniere il a été fait. Il ne venoit autrefois que par Venise, & cela a fait croire qu'il en venoit, mais on en est désabusé. Il vient du Levant, & apparemment d'Egypte en grande partie, on ne sçait ni de quelle Province du Levant, ni de quel canton d'Egypte.

Tous les Chimistes sçavent que c'est un Sel volatil urineux pénétré par un Acide, & ils en font aisément d'artificiel. Il y a pour cela differens procedés, dont M. Geoffroy le cadet a rapporté le détail. Ordinairement on

met une partie de Sel commun sur cinq d'urine, la plupart y ajoutent une demi-portion de Suye. Feu M. Lémery & feu M. Homberg la retranchoient, & ce mélange étant mis dans un vaisseau, il se sublime une substance blanche rarefiée, farineuse, peu liée, friable, qui est le Sel Armoniac. Les matieres qui viennent par sublimation sous cette forme s'appellent *Fleurs*. Mais M. Lémery a prétendu que ce n'étoit pas de cette maniere que le Sel Armoniac avoit été fait dans les lieux d'où on nous l'envoie.

Il est formé en pains plats orbiculaires plus grands qu'une assiette, épais de 3 ou 4 doigts, & disposés dans leur épaisseur en cristaux droits comme des colonnes. Cette figure & cette disposition est assez manifestement celle d'une matiere saline détrempée dans de l'eau, que l'on a fait évaporer, qui par l'évaporation s'est cristallisée, & est demeurée au fond d'un vaisseau où elle s'est moulée; c'est là précisément le contraire de la sublimation. De plus le Sel Armoniac que nous faisons par sublimation n'a garde de prendre la figure du Chapiteau où ils s'est élevé, puisqu'il est en fleurs farineuses & très-peu liées, & au contraire les pains qu'on nous envoie sont fort durs, & compactes. Enfin si le Sel Armoniac étoit fait dans le Levant comme il l'est ici dans nos fourneaux, il faudroit une furieuse quantité de Sel, de matieres urineuses, de bois, de charbon, de vaisseaux, d'Ouvriers, & cela joint aux frais du transport rendroit très-chere cette marchandise qui se distribue dans toute l'Europe, au lieu qu'elle n'est qu'à un prix modique.

Par cette derniere raison M. Lémery croit que le Sel Armoniac se fait dans le Levant avec aussi peu de dépense & de travail que le Sel dans nos Marais salants, ce qui emporte aussi qu'il se fasse par une simple évaporation précédée de quelques lotions qui ont servi à purifier la matiere.

Il est possible que comme il y a des Mines de Sel Gemme, il y en ait aussi de Sel Armoniac, & l'on en trouve de tout formé dans le Vesuve. S'il y a des terres naturel-

lement fort chargées de Sel commun , & en même tems arrosées de l'urine de beaucoup d'Animaux , & que le Soleil y soit fort ardent, on conçoit sans peine que la fermentation causée par la grande chaleur unira l'Acide du Sel commun & le Sel urineux , & fera naître du Sel Armoniac. Celui des Anciens étoit apparemment formé de cette maniere dans la Lybie & dans l'Arabie , mais ces lieux ne sont plus presentement assez frequents , ou l'on néglige d'y ramasser le Sel Armoniac. Il est toujours certain que plusieurs terres , & de vieux platras donnent des indices de Sel Armoniac , d'autant plus sensibles que les terres ont été plus fumées , & que les platras sont plus vieux. Il est vrai qu'on en tire peu de Sel , mais notre Soleil est fort different de celui d'Égypte. Peut-être aussi faut-il que les terres qui donneront beaucoup de Sel Armoniac soient steriles , & ne portent point de Plantes qui prendroient ce Sel pour leur nourriture.

Cela même fournit encore à M. Lémery une idée pour rendre le Sel Armoniac commun en quelque País. On peut le tirer des Plantes. Il est indubitable qu'en ce païs-ci même quelques-unes en sont chargées, d'autres de Vitriol , ou de Salpêtre , enfin de toutes les sortes de Sels concrets.

Quoi-qu'il en soit de ces différentes conjectures, il est très-certain que dans les lieux d'où nous vient le Sel Armoniac, les matieres dont il est fait doivent être très-abondantes , & il est plus que vrai-semblable, que s'il est fait par art , l'opération est très-simple & très-facile. M. Lémery a laissé entrevoir qu'il étoit sur les voies de la pouvoir imiter assez parfaitement.

---

**N**ous renvoyons entierement aux Memoires  
L'Ecrit de M. Lémery sur les dissolutions de diffé-  
rents Sels dans l'eau commune.

---



---

## BOTANIQUE.

---



---

### SUR UN MOYEN DE PRESERVER *les Arbres de leur Lepre, ou de la Mouffe.*

**I**L y a long-tems qu'on sçait que les Arbres ont leurs maladies, rien de ce qui vegete n'en peut être exempt. La plus commune maladie des Arbres est leur Lepre ou Gale, qui, à ne l'observer pas bien soigneusement, ne paroît qu'une altération, un dérangement du tissu de l'écorce, une espece de rouille, ou tout au plus de petits filamens nés de l'Ecorce, qui sont appelés Mouffe. Mais on sçait presentement par des observations plus exactes que cette Lepre, cette Mouffe, ce sont de veritables Plantes qui se nourrissent aux dépens de l'Arbre, & qu'on nomme par cette raison *Parasites*. La moisissure même qui vient sur quantité de corps differens, ce sont des Plantes, & ces petites especes du Regne végétal répondent aux Insectes du Regne animal, tant il y a d'analogie & d'harmonie dans les ouvrages de la Nature.

Les Plantes qui font la Lepre des Arbres sont les Mouffes, les Lichens, les Guys.

Le nombre de ces Plantes Parasites est si grand, que dans les seuls environs de Paris M. Vaillant compte jusqu'à 137. especes de Mouffes. Toutes ces Plantes sont pernicieuses aux Arbres dont elles dérobent la sève par une infinité de petites racines qui la sucent & l'interceptent. Les plus pernicieuses sont les Lichens, cette espece de croute mêlée de jaune & d'un blanc sale qu'on voit sur les Ecorces.

Les semences des Plantes Parasites sont extrêmement fines, & en nombre presque infini, contenues ordinairement dans de petites capsules qui crevent d'elles-mêmes & les répandent. Le vent porte ces graines au hazard sur des Murs, sur des Toits, sur des Arbres, où des rencontres favorables les font éclore.

Il semble d'abord que quand les Arbres sont attaqués de la Mouffe, il ne soit pas difficile d'y remédier; il n'y a qu'à la racler, sur-tout dans un tems de pluye où elle est détrempée, & s'enleve plus facilement. Mais outre que l'operation seroit longue & ennuyeuse pour un grand nombre d'Arbres, elle n'a qu'un succès fort imparfait, car la Mouffe, à la maniere des choses nuisibles, s'attache si étroitement à l'Arbre, qu'il est impossible de l'extirper assez bien pour l'empêcher de repousser bien-tôt.

M. de Réssons a imaginé un autre moyen plus court & plus sûr. Avec la pointe d'une Serpette il fait une incision en ligne droite à l'écorce de l'Arbre jusqu'au bois depuis les premieres branches jusqu'à fleur de terre, cette longue playe se referme au bout d'un certain tems, après quoi l'écorce est toujours nette, & il n'y vient plus de Mouffe. Il est bon d'expliquer quel est l'effet de ce remede, qui ne paroît pas avoir de rapport au mal.

Les graines de la Mouffe ne s'attachent sur l'écorce d'un Arbre, que parce qu'elles en trouvent la surface raboteuse, & parce qu'elles s'y peuvent loger dans certaines cavités qui les conservent. Ce qui fait les inégalités de l'écorce, c'est que la sève n'y circule pas, si elle circule, ou du moins ne s'y meut pas assez librement, de-là vient qu'elle s'amasse en plus grande quantité dans de certains endroits, & y forme des éminences ou tubercules, & par conséquent il y a des cavités dans d'autres. L'incision donne plus de liberté à la sève; quand elle monte elle gonfle trop l'écorce, & fait elle-même un obstacle à son mouvement, mais en lâchant l'écorce, pour ainsi dire, on le facilite. La sève ayant une fois pris un cours libre, & s'étant ouvert



ouvert tous les canaux de l'écorce, elle continuë de s'y mouvoir facilement, même après que l'écorce est rejointe, & l'écorce ayant toujours une surface assez unie, les graines des Plantes parasites n'y ont plus de prise.

On voit assez que ce qui défend les Arbres de ces dangereuses Plantes étrangères doit aussi les faire profiter davantage. C'est par cette dernière raison seule, dont l'effet a été connu par expérience, que l'on fait en Bourgogne des incisions à l'écorce des Noyers, mais il a échappé à ceux qui ont cette pratique, & non pas à M. de Reffons, que ces mêmes Noyers n'ont jamais de Lepre.

Le remede de M. de Reffons ne prévient pas seulement cette maladie des Arbres, il guerit ceux qui en sont attaqués, qu'il est bon cependant d'avoir préparés en raclant l'écorce autant qu'on a pû. La sève qui se distribue mieux dans l'écorce après l'incision, ne se porte plus tant dans les racines des Plantes parasites. Elles périssent par famine.

Quand l'incision a été faite, la fente s'élargit, comme si on avoit déboutonné un habit trop serré. C'est que la sève commence à étendre l'écorce dans le sens de son épaisseur, plus qu'elle ne faisoit auparavant. Ensuite la cicatrice se fait d'elle-même, du moins au bout de deux ans, dans les Arbres qui sont le plus dans leur force, & qui ont l'écorce la plus épaisse.

Le tems de l'opération est depuis Mars jusqu'à la fin d'Avril. En Mai les Arbres auroient trop de sève, & l'écorce s'entrouvriroit trop.

Il faut faire l'incision du côté le moins exposé au Soleil, la trop grande chaleur empêcheroit la cicatrice de se refermer assez-tôt.

Si après l'incision la fente ne s'élargit point, ce qui arrive aux Arbres qui sont sur le retour, & dont l'écorce est trop épaisse & trop dure pour permettre à la sève de s'y ouvrir de nouvelles routes, l'opération a été inutile, & il n'y a qu'à arracher l'Arbre.

*Hist. 1716.*

E

Tous les raisonnemens de M. de Reffons sur cette matiere ont été precedés ou indiqués par l'experience, condition necessaire à tous les raisonnemens de Phisique. Il ne nous appartient ni de prévenir l'experience, ni de la deviner.

## OBSERVATIONS BOTANIKUES.

### I.

**I**L y a dans la Louïsiane ou Micissipi un Arbre dont les feuilles s'appellent de l'*Apalachine*, à cause qu'il croît dans la nation des Apalaches. L'*Apalachine* prise comme le Thé, & en une dose au moins double, ouvre l'appetit, purifie le sang, évacüe la Bile & la Pituite, délasse quand on est fatigué, est excellente pour la Gravelle & pour la Goute. M. Jaugeon en a appris les vertus par un Capitaine de Vaisseau nouvellement revenu de la Louïsiane, & qui en avoit beaucoup usé avec beaucoup de succès. Ce même Capitaine ajoûtoit qu'avant l'usage de cette feuille les gens du Pays étoient pâles comme des morts, & qu'elle leur avoit rendu un très-bon coloris.

### II.

Les habitans de l'Isle de Bourbon près de celle de Madagascar ayant vû par un Navire François qui revenoit de Mocha en Arabie des branches de Cafier ordinaire chargées de feuilles & de fruits, ils reconnurent aussi-tôt qu'ils avoient dans leurs Montagnes des Arbres tout pareils, & en allerent chercher des branches, dont la comparaison convainquit nos gens. Seulement le Caffé de l'Isle de Bourbon est plus long, plus menu, plus vert, que celui d'Arabie, & l'on dit qu'étant torréfié ou brûlé il a plus d'amertume. M. de Jussieu tenoit cette relation de M. Gaudron Maître Apoticaire de Saint-Malo. Ce seroit un avantage pour le Royaume d'avoir une Colonie,

d'où il pût tirer ce fruit qui a une vogue si prodigieuse. La différence du Caffé de l'Isle de Bourbon à celui d'Yemen seroit peut-être à l'avantage du premier, quand elle seroit bien connue, sinon on pourroit trouver le moyen de la corriger.

---

**M.** Marchant a donné la description de la *Mercurialis testiculata sive Mas*. C. B. Mercurielle mâle, de la *Mercurialis spicata sive foemina*. Diosc. Mercurielle femelle, de l'*Helleborus pumilus tuberosa radice, flore luteo*. Inst. ou de l'*Aconitum unifolium, luteum, bulbosum*. C. B. Pin.

M. Reneaume, celle de la *Sanicula officinarum*.

Et M. d'Isnard, celle de la *Globularia fruticosa Myrti folio tridentato*. Inst. que le P. Feuillée avoit envoyée.

---

**N**ous renvoyons entierement aux Memoires  
L'Ecrit de M. de Ressons sur les Greffes.

V. les M.  
P. 195.

La description du Cierge épineux par M. de Jussieu.

V. les M.  
P. 146.

Et l'Ecrit de M. d'Isnard sur un nouveau Genre de Plante, qu'il appelle *Evonymoides*.

V. les M.  
P. 290.





# GEOMETRIE.

## SUR LES RAPPORTS.

TOUTES les connoissances mathematiques ont pour objet des Rapports de Grandeurs, & M. de Lagny en a entrepris une Theorie generale & nouvelle, plus simple & plus étendue que les Theories ordinaires, & qui doit être par consequent d'une extrême utilité. Il l'appelle *Science des Rapports*. Il n'en a encore montré à l'Academie qu'un échantillon, dont nous donnerons quelque idée.

Tous les nombres rationels ou commensurables ont quelque mesure commune, & c'est au moins l'unité. La mesure commune de deux nombres quelconques se découvre en divisant le grand par le petit; si la division est sans reste, le quotient est cette mesure; si elle n'est pas sans reste, on divise le petit nombre qui étoit le diviseur de la 1<sup>re</sup>. division par le reste de cette division, & si cette 2<sup>de</sup>. division n'est pas encore sans reste, on divise le reste de la 1<sup>re</sup>. par le reste de la 2<sup>de</sup>. & toujours ainsi de suite jusqu'à ce qu'enfin il vienne une division sans reste qui donne la commune mesure cherchée. Elle vient après un plus grand ou plus petit nombre de divisions, mais elle vient necessairement après un nombre fini de divisions, parce que les deux nombres comparés sont commensurables. Que si l'on comparoit deux lignes incommensurables telles que le côté d'un Quarré & sa Diagonale, on feroit des divisions ou soustractions à l'infini sans trouver jamais de commune mesure, parce qu'effectivement deux lignes incommensurables n'en ont point.

Sur ce fondement M. de Lagny a établi différentes clas-

les ou genres de Rapports de nombres , selon le différent nombre de divisions qu'il faut faire pour arriver à la commune mesure. S'il ne faut qu'une division comme pour 1 & 1, ou 1 & 2, c'est le 1<sup>er</sup>. genre de Rapport. S'il en faut deux, comme pour 2 & 3, c'est le 2<sup>d</sup>. genre. S'il en faut trois, comme pour 3 & 5, c'est le 3<sup>me</sup>. genre, &c.

Pour avoir de suite à l'infini deux à deux tous ces nombres qui sont des exemples de leur genre , il ne faut qu'observer que des deux d'un genre le second ou plus grand est le premier ou le moindre du genre immédiatement suivant , & que le plus grand de ce genre suivant est la somme de deux du genre précédent. Ainsi par les 3 genres 1 & 1, ou 1 & 2, 2 & 3, 3 & 5 que nous venons de donner , on aura les suivans 5 & 8, 8 & 13, 13 & 21, 21 & 34, &c. qui seront des exemples d'autant de genres consecutifs, dont chacun demandera toujours une division de plus pour donner la commune mesure.

Ces nombres que nous donnons pour exemples de leurs genres , en sont de plus les grandeurs les plus simples. Dans le 1<sup>er</sup>. genre qui est double , & le seul double , 1 & 1 sont plus simples que 2 & 2, 3 & 3, &c. & c'est toujours le même Rapport d'égalité. De même 1 & 2 sont plus simples que 2 & 4, 3 & 6, &c. On voit aussi par-là que ce genre a une infinité d'*individus* , qui sont toutes les grandeurs moins simples dont le Rapport est celui d'égalité, ou le Rapport double.

Dans le 2<sup>d</sup>. genre 2 & 3 sont plus simples que 3 & 4, ou 4 & 5, ou 5 & 6, &c. qui y appartiennent aussi , parce qu'il ne leur faut que deux divisions pour arriver à la commune mesure. Mais d'ailleurs il est à remarquer que le Rapport change, car 2 & 3, 3 & 4, &c. ont différents Rapports. Ainsi tous ces Rapports appartiennent au même genre selon la définition de M. de Lagny , mais non à la même *espece* , & dans ce seul genre sont comprises une infinité d'*especes* différentes qui sont tous les nombres consecutifs de la suite naturelle pris deux à deux, hormis les

deux premiers, 1 & 2. Il est visible d'ailleurs que des especes 2 & 3, 3 & 4, 4 & 5, &c. chacune a une infinité d'individus, qui ont même Rapport, & ce sont 2 & 3, ou 3 & 4, &c. multipliés par un même nombre quelconque. Voilà donc le 2<sup>d</sup>. genre qui se divise en une infinité d'especes, dont chacune a une infinité d'individus, au lieu que le 1<sup>er</sup>. n'a qu'une infinité d'individus, ou si l'on veut, deux infinités, parce qu'il est double.

Mais selon une autre consideration le 2<sup>d</sup>. genre a encore une infinité d'especes. 2 & 5 n'appartiennent pas moins à ce genre que 2 & 3, & ont un autre Rapport, mais au lieu que 2 n'est qu'une fois entier dans 3, il est deux fois entier dans 5. De même il est trois fois dans 7, ce qui fait 2 & 7 pour une autre espece de Rapport. Il en ira de même de 2 & 9, de 2 & 11, &c. à l'infini, de sorte que voilà encore une infinité d'especes de Rapports du 2<sup>d</sup>. genre, & il est clair que chaque espece aura une infinité d'individus.

On raisonnera de même sur 3 & 4, 3 & 7, 3 & 10, &c. sur 4 & 5, 4 & 9, 4 & 13, &c.

Ces idées s'appliquent d'elles-mêmes aux genres qui passent le 2<sup>d</sup>. & il seroit inutile de s'y arrêter.

De cette Theorie M. de Lagny tire un *Triangle des Rapports* qu'il n'a point encore montré, & qui doit donner tout d'un coup le Rapport de deux grandeurs commensurables exprimé en ses termes les plus simples, ou le Rapport de deux incommensurables aussi approchant du vrai que l'on voudra, & le plus simple qu'il se puisse, & même les suites de tous les nombres les plus simples qui expriment les Rapports des incommensurables.

Cette plus grande simplicité qu'il recherche, & qui est précieuse en Géometrie, l'a conduit à désapprouver la division du Cercle en 360 degrés, & celle du degré en 60 minutes &c. Il croit que le Cercle devoit plutôt être divisé en 120, le degré en 32', la minute en 32", mais le détail des preuves seroit trop long, & peut-être l'occa-

sion de les rapporter dans l'étendue nécessaire se présentera-t-elle une autre fois.

M. de Lagny avoit fini la premiere ébauche qu'il donna de sa Theorie des Rapports par proposer ce Problème. Trouver deux grandeurs telles qu'ôtant une fois la petite de la grande il y eût un reste, qu'ensuite ôtant une fois de la petite ce reste, il y en eût encore un, & ainsi de suite à l'infini. Il est bien clair d'abord que les deux grandeurs doivent être incommensurables, & par conséquent deux lignes, mais deux lignes incommensurables quelconques ne satisferoient pas au Problème, parce qu'il faut que chaque petite grandeur ne soit qu'une fois dans la grande dont elle est retranchée, ou, ce qui est le même, que le quotient des divisions soit toujours 1; or en operant sur deux lignes incommensurables, on peut trouver les quotiens differens d'une division à l'autre, & par conséquent il faut trouver deux lignes incommensurables d'une certaine nature.

M. Renau resolut le Problème d'une maniere très-simple par des triangles semblables toujours décroissans à l'infini pris dans un Cercle où est inscrit un Pentagone. Il éleva même la question à une plus grande universalité, en retranchant toujours de la plus grande grandeur, non la plus petite, mais une autre qui eût toujours à cette plus petite un certain Rapport donné & constant. V. les M.  
p. 22.

M. Nicole prit le Problème d'une façon un peu differente. Il se proposa 1°. que le quotient des divisions fût tel qu'on voudroit, pourveu qu'il fût constant, c'est-à-dire, toujours 1 ou 2 ou 3. &c. 2°. qu'il y eût tel nombre fini de divisions qu'on voudroit pour arriver à une dernière qui fût sans reste, ou, ce qui revient au même, qui donnât la commune mesure. On voit assez que cette seconde condition demande que l'on opere sur deux nombres commensurables. Ainsi il donna une methode generale selon laquelle on trouve tout d'un coup deux nombres tels que le quotient de toutes les divisions est V. les M.  
p. 30.

40 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE  
toujours celui qu'on a voulu, & le nombre de toutes les divisions pour arriver à celle qui est sans reste, tel aussi qu'on a voulu. La formule du grand nombre est une suite de termes dont le premier est le quotient déterminé des divisions élevé à une puissance égale au nombre déterminé des divisions, & ce quotient ainsi élevé est multiplié par le nombre des divisions, après quoi les autres termes sont aisés à trouver parce qu'ils suivent un ordre assez visible. Les coefficients qui y entrent sont des nombres figurés. Dans la formule du petit nombre le premier terme est le même quotient des divisions élevé à une puissance moindre d'un degré, & les autres termes suivent aussi un ordre à peu-près le même que dans la formule, & facile à découvrir.

V. les M. M. Sauveur résolut aussi le Problème de M. de Lagny  
P. 26. par une méthode qui retomboit dans les solutions de M. Renau & de M. Nicole, & il n'y eut plus rien à désirer sur cette matière que la curiosité géométrique avoit tournée de tous les sens.

---

## SUR LES RAPPORTS DES DENSITE'S

### DE L'AIR.

V. les M. L'AIR étant une matière à ressort & qui se dilate ou  
P. 107. se comprime selon qu'il est chargé, on conçoit ordinairement que sa compression ou sa *densité* est proportionnelle aux poids qui pesent sur lui, de sorte que par exemple, la densité d'un volume d'air pris sur la surface de la Terre est deux fois plus grande que la densité d'un volume égal pris à la moitié de la hauteur de l'Atmosphère, parce que le premier volume est pressé par une colonne d'air deux fois plus haute & par conséquent deux fois plus pesante que celle qui presse le second. Pour une entière exactitude il faut concevoir ces deux volumes  
infiniment



infinitement petits, ce qui rend la densité de chacun uniforme, car s'ils avoient une grandeur finie, la partie inférieure de chacun seroit plus dense que la supérieure.

Mais il n'est pas bien sûr en Philosophie que les densités de l'air soient toujours, ou par tout, proportionnelles aux poids comprimans, elles pourroient l'être à quelques puissances des poids parfaites ou imparfaites, du moins on peut en Geometrie les concevoir proportionnelles à telles de ces puissances qu'on voudra, quand il sera question de trouver sur cette matiere des formules generales.

De plus, l'idée ordinaire suppose la pesanteur constante, c'est-à-dire, que ce qui pousse un corps vers le centre de la Terre l'y pousse avec la même force à quelque distance que ce corps soit de ce centre. Or cela n'est pas certain non plus. Si l'on conçoit, quoique peu philosophiquement, que les corps soient attirés par la Terre, il est fort naturel que la force de cette attraction diminuë selon les distances où les corps seront de la Terre, & que par conséquent la pesanteur qui consistera dans cette attraction soit moindre à de plus grandes distances du centre de la Terre, & en general, que si l'on imagine dans l'univers d'autres centres vers lesquels des corps tendent, les tendances ou pesanteurs de ces corps diminuent selon qu'ils seront plus éloignés de ces centres. Sur la proportion de cette diminution on ne peut faire que des hypotheses. M. Newton en a proposé deux plus vraisemblables que toutes les autres; les pesanteurs diminuëront selon que les distances du centre, ou selon que les quarrés de ces distances augmenteront. Par exemple, dans la seconde hipothese un corps deux fois plus éloigné du centre sera quatre fois moins pesant. Il est visible qu'on peut en Geometrie regler cette diminution de la pesanteur sur l'augmentation de telle autre puissance qu'on voudra parfaite ou imparfaite des distances.

On peut même supposer que la pesanteur au lieu de diminuer augmentera par les distances, & cela en telle raison qu'on voudra, car la Geometrie n'est assujettie à rien

dans ses hipothèses, qu'à une pure & simple possibilité qui est infinie & infiniment infinie en comparaison de ce qui existe, & qui est l'objet de la Phisique.

Si la pesanteur n'est pas constante, la densité de l'air, à une certaine hauteur déterminée, ne dépend pas seulement de la grandeur du poids comprimant qui agira selon une raison quelconque, mais encore de la force absoluë que la pesanteur aura à cette hauteur, car le reste étant égal, elle y pressera ou condensera plus ou moins un volume d'air. Ainsi la densité dépend des hipothèses qu'on fera sur ces deux points differents.

M. Varignon prend ce sujet dans toute l'universalité geometrique, & donne pour la densité de l'air une formule generale qui comprend toutes les hipothèses possibles, tant sur la variation de la pesanteur que sur l'action des poids comprimants, de sorte que les hipothèses particulieres qu'on voudra choisir étant introduites dans la formule, elles donneront tout d'un coup la densité déterminée qu'on cherchera. Sans cela les déterminations des densités dans les hipothèses particulieres demanderoient souvent beaucoup d'appareil, & seroient embarrassantes. Le principe de la solution de M. Varignon est très-simple, ce ne sont que les considerations que nous avons faites, mais exprimées geometriquement. On peut assurer qu'elles prennent la chose parfaitement *à priori*.

Comme on peut faire une infinité de differentes hipothèses, 1°. sur la pesanteur ou constante ou variable selon les differentes distances au centre de la Terre, 2°. sur l'action des poids comprimans qui peut suivre differentes puissances, non-seulement on voit d'un coup d'œil par la formule ce qui suit de deux hipothèses prises ensemble, mais encore si deux hipothèses sont incompatibles, comme il peut arriver, on s'en apperçoit aussi-tôt par les contradictions ou les absurdités qui s'ensuivent, & ce dernier fruit de la formule n'est pas le moins considerable.

Si l'on suppose, comme à l'ordinaire, la pesanteur con-

stante, & les densités de l'air en raison des poids comprimants, cette double hypothese emporte que la hauteur de l'air soit infinie, & cependant ce n'est pas là ce que prétendent les Phisiciens qui sont dans cette opinion. La raison qu'on peut donner de cette consequence, sans employer de Geometrie, c'est que la pesanteur étant la même partout, elle n'est plus à compter, reste donc les densités en raison des poids comprimants. La densité est nulle, ou, ce qui revient au même, la *rareté* infinie, quand le poids comprimant est nul. Puisque la densité consiste en ce que les parties propres de l'air sont plus ou moins serrées les unes contre les autres, la *rareté* infinie consiste en ce qu'elles sont infiniment écartées les unes des autres ou du moins en ce qu'aucune n'en touche une autre. Or cela ne peut arriver qu'à une hauteur infinie, car à toute hauteur finie doit répondre selon l'hypothese une densité finie quelconque, qui ne peut consister qu'en ce qu'un certain nombre de parties propres d'air plus ou moins grand en touchera d'autres.

Quand on concevra la densité infinie, c'est-à-dire, toutes les parties propres d'air aussi proches les unes des autres qu'elles le peuvent jamais être, on aura beau augmenter le poids comprimant, il ne fera plus d'effet, ce qui marque encore que la densité ne se peut pas toujours proportionner au poids.

Aussi M. Varignon trouve-t-il que la Geometrie appliquée à cette hypothese s'y refuse en quelque sorte, & qu'on y est arrêté par des inconveniens geometriques, qui font sentir qu'on n'est pas dans une bonne voie. Cependant il est vrai que les experiences nous portent à prendre cette idée, mais ce ne sont que des experiences faites sur de très-petites hauteurs, & qui loin de tirer à consequence pour l'infini que la recherche geometrique se propose, n'y tirent seulement pas pour la hauteur finie de l'air, telle qu'elle doit être.

M. Varignon examine l'une & l'autre des deux hypo-

theses de M. Newton sur la pesanteur variable, en joignant à l'une & à l'autre celle des densités en raison des poids comprimants. Selon la premiere de ces idées, les hauteurs de l'air étant prises en progression geometrique croissante, les densités sont en progression geometrique décroissante. Selon la seconde, les hauteurs étant prises en progression harmonique croissante, les densités sont en progression geometrique décroissante.

Dans d'autres hypotheses la progression arithmetique, soit des hauteurs, soit des densités, répond à une geometrique des unes ou des autres de ces grandeurs. La progression harmonique peut entrer par-tout ou entre l'arithmetique, parce que des nombres quelconques qui sont en progression arithmetique viennent à être en progression harmonique, si l'on en fait des fractions dont ils soient les dénominateurs, & qui ayent toutes 1 pour numerateur. Ainsi ces trois progressions qui sont les seules suites à qui ce nom appartienne proprement, se combinent ensemble de toutes les manieres, ce qui fait un spectacle agréable, & dont il est très-facile de se donner le plaisir.

Nous avons toujours conçu ici, comme on le conçoit ordinairement, qu'un volume d'air étoit pressé par un Cilindre de l'air superieur. On pourroit croire que ce n'est pas un Cilindre, mais un Cone tronqué qui presse le volume supposé. Le sommet de ce Cone seroit au centre de la Terre, & sa base à la derniere surface de l'air, & il semble que cette sorte d'action conviendrait à la figure spherique de l'air qui envelope la Terre. Mais M. Varignon a démontré que cette idée seroit fausse, & cependant il ne laisse pas de donner la formule qui en resulteroit, tant il craint de rien oublier.

Il est évident que ce qui se dit de l'air se doit dire de même de tout autre fluide élastique. Enfin la Geometrie étale, pour ainsi dire, toutes les hypotheses, & tous leurs resultats, & la Phisique n'a plus qu'à choisir. Elle n'aura de peine qu'à se déterminer sur le choix.

## SUR UN CAS PARTICULIER

## DES TANGENTES.

**L**A formule generale des Tangentes, ou plutôt des Soûtangentes, est le rapport de l'infiniment petit de l'Abscisse à l'infiniment petit de l'Ordonnée, ce rapport étant multiplié par l'Ordonnée. Comme il est entre deux infiniment petits du même ordre ou genre; il est fini, & la nature d'une Courbe particuliere quelconque donne toujours des grandeurs finies qui l'expriment; de sorte qu'on a pour chaque Courbe une formule generale de ses soûtangentes où il n'entre que des grandeurs finies, Abscisses, Ordonnées, Parametres, & pour tel point particulier qu'on voudra on n'a plus qu'à en déterminer l'Abscisse & l'Ordonnée.

V. les M.  
P. 52. & 275.

La formule des Soûtangentes d'une Courbe étant necessairement une fraction, il se peut que le numerateur de cette fraction devienne nul ou zero, parce que des grandeurs affectées de signes contraires se détruiront; en ce cas la Soûtangente est nulle, & la Tangente à la Courbe est perpendiculaire à l'axe. Si c'est le dénominateur qui devient nul, la Soûtangente est infinie, & la Tangente aussi, & cette Tangente est parallele à l'axe.

Dans ces deux cas extrêmes & dans tous les moyens où les Soûtangentes sont finies, la Regle est sans difficulté.

Mais quand il arrive que le numerateur & le dénominateur de la fraction deviennent en même-tems nuls, alors la Regle est en défaut, & elle ne donne rien, quoique certainement il y ait des Soûtangentes en ce cas-là, comme dans tous les autres.

M. Saurin trouva le remede. Il faut differentier une seconde fois la fraction dont le numerateur & le dénominateur qui avoient été produits par une premiere differentiation, sont devenus nuls, & on a ce que l'on devoit

avoir , c'est-à-dire une Soûtangente finie.

En effet, il faut concevoir que ces deux grandeurs devenues nulles ne le sont pas devenues absolument , mais seulement infiniment petites ; elles ont donc encore un rapport fini , & ce rapport donne la Soûtangente cherchée , comme le rapport de deux infiniment petits produit par une premiere differentiation donne les Soûtangentes à l'ordinaire. Tout cela revient à ce qui a été dit sur le même sujet en 1706. \*

\* p. 51. &  
suiv.

Ce Remede ou ce supplément à la Regle des Soûtangents trouvé par M. Saurin est une application d'une autre Regle donnée par M. de l'Hôpital , qui ne paroît pas y avoir de rapport. Elle est pour le cas où l'expression generale des Ordonnées d'une Courbe étant une fraction , le numerateur & le dénominateur de cette fraction deviennent tous deux en même tems égaux à zero , quoique certainement il y ait alors une Ordonnée finie. Alors une differentiation des deux grandeurs devenues zero donne cette Ordonnée. M. Saurin jugea avec raison qu'il en devoit être de même des Soûtangentes , puisque la suite des Soûtangentes d'une Courbe quelconque pouvoit être conçue comme étant la suite des Ordonnées d'une autre. La premiere découverte de la Regle pour ce cas des Ordonnées est dûe à M. Bernoulli.

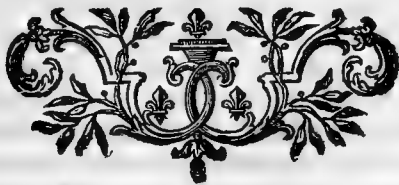
Le cas où une Soûtangente est exprimée par une fraction dont le numérateur & le dénominateur sont zero , & où par consequent une seconde differentiation est nécessaire , n'arrive que quand deux rameaux d'une même Courbe se coupent ou se touchent. Dans l'une & l'autre circonstance la Courbe a deux Soûtangentes , une pour chaque rameau. Elles sont égales , si les rameaux se touchent , inégales , s'ils se coupent.

Il y a plus. Après une 2<sup>de</sup>. differentiation le numérateur & le dénominateur de la fraction qui en est venue , peuvent être encore tels , qu'ils deviennent tous deux nuls en même tems , & cela arrive infailliblement dans la rencontre de

3 rameaux d'une même Courbe. Alors il faut aller jusqu'à la 3<sup>me</sup>. différentiation pour avoir les Soûtangentes ; & s'il y avoit 4 rameaux , il faudroit aller jusqu'à la 4<sup>me</sup>. & toujours ainsi de suite.

Voilà ce que M. Saurin a entrepris d'éclaircir. Il répond à quelques accusations d'insuffisance qu'on avoit faites au Calcul Differentiel sur ces cas-là , où il ne paroïssoit pas d'abord qu'il pût s'étendre. Non-seulement il s'y étend, mais nulle autre méthode n'y pourroit aller ; car deux grandeurs posées d'abord infiniment petites par rapport au fini , il les faut suivre dans tous les ordres consecutifs d'infiniment petit où elles peuvent tomber successivement , afin d'avoir toujours leurs rapports finis qui donnent les Soûtangentes , & c'est-là le Système des infiniment petits ou de l'Infini , pris dans toute son étendue , & dans sa plus grande rigueur.

M. Saurin s'attache à faire voir comment la méthode du Calcul Differentiel produit & en même temps résout la difficulté de ce cas des Tangentes aux points où plusieurs rameaux d'une même Courbe se rencontrent. Cela le conduit à de certaines Colonnes de différentes grandeurs , qui répondent aux différents degrés de différentiation nécessaires selon le nombre des rameaux. Toutes les fois que la Geometrie arrive à ces sortes de dispositions ou d'*Ordonnances* bien réglées , c'est-là par soi-même une preuve de vérité , & une preuve agréable , & cela d'autant plus que ces Ordonnances sont plus étendues.





## A S T R O N O M I E.

### *SUR L'OBLIQUITE' DE L'ECLIPTIQUE.*

<sup>\* p. 68.</sup> C E T T E matiere a déjà été ébauchée & annoncée en 1714 \*, mais dans l'année presente elle a été traitée avec plus d'érenduë, & de matiere mathematique qu'elle est naturellement, elle est devenue une matiere d'érudition, & d'érudition profonde.

M. le Chevalier de Louville s'étant trouvé à Marseille, y avoit fait plusieurs Observations Astronomiques. C'est le même lieu ou environ 2000 ans auparavant le fameux Pytheas en avoit fait aussi, par lesquelles il déterminoit l'obliquité de l'Ecliptique à  $23^{\circ} 49' 10''$ . Elle est presentement fixée par les Astronomes depuis quelque 50 ans à  $23^{\circ} 29'$ , d'où il suit qu'en prenant les observations de Pytheas pour sûres, elle auroit diminué de 20' depuis lui, c'est-à-dire de 1' par siècle. Et comme M. de Louville, tant par ses observations de Marseille que par un grand nombre d'autres, la trouve assez constamment dans ces dernieres années de  $23^{\circ} 28' 24''$ , il conclut qu'elle a diminué d'une demie-minute à peu près en 50 ans, ce qui se rapporte assez exactement à la diminution qu'elle aura eue depuis Pytheas, & confirme qu'elle l'a eue.

Son sistême est donc que l'obliquité de l'Ecliptique diminuë toujours d'une minute en 100 ans. En effet, en faisant l'histoire de la détermination de cette obliquité par les Astronomes de tous les siècles depuis Pytheas, le plus ancien que nous connoissons de tous ceux qui l'ont faite,



faite, il trouve toujours cette diminution, & la trouve assez proportionnée aux differents intervalles de temps.

Les Anciens ne connoissoient point la refraction, ou ne la comptoient point. De plus ils faisoient la parallaxe horisontale du Soleil de 3' à peu-près, ce qui est excessif par rapport à l'Astronomie moderne, qui à peine fait cette parallaxe de 10". Voilà deux sources considérables d'erreur, & c'est ce qui engage M. de Louville à corriger sur le pied des refractions & de la parallaxe solaire, telles qu'on les connoît aujourd'hui, les observations des Anciens qu'il employe; il suppose seulement qu'ils ont bien observé des hauteurs apparentes, ou du moins qu'ils ne s'y sont pas trompés de beaucoup, & trop grossièrement. Il ne lui en faut pas davantage. A moins que les Anciens ne se soient mépris d'une maniere inexcusable, & qui ne peut guere leur être attribuée, l'obliquité de l'Ecliptique est décroissante, & décroissante comme la demande M. de Louville, & quand il la trouve croissante au lieu d'être décroissante comme il arrive quelquefois, c'est de si peu, que cette legere erreur peut être attribuée à des observations d'Astronomes habiles.

Sa recherche l'a conduit chés les Grecs, les Romains, les Arabes, & tous les Modernes fameux. Et comme tout ne se presente pas si heureusement & si naturellement qu'il ne soit quelquefois besoin de rectifier un peu les passages des Auteurs pour y trouver son compte, M. de Louville est entré dans cette Critique quand il l'a fallu. Ainsi il corrige la traduction que Casaubon avoit faite d'un passage de Strabon, & qu'il prétend qui a trompé feu M. Cassini lui-même. Il soutient aussi contre M. Cassini que les Anciens qui observoient la proportion changeante des ombres à une ligne verticale par le moyen de leurs Obelisques, qui étoient de grand Gnomons, ne se sont avisés que dans le tems d'Auguste de mettre des Boules au haut de ces Obelisques pour avoir des ombres mieux terminées, & il le prouve par un passage de Pline.

*Hist. 1716.*

G

Mais M. le Chevalier de Louville est allé plus loin. Il a découvert des preuves de son système jusque dans des tems si reculés, que l'on n'y distingue plus la fable d'avec l'histoire, & que l'obscurité y seroit totale, si l'on ne présumoit pas, comme on le doit naturellement, que la fable a été fondée sur quelque vérité. Selon une ancienne Tradition des Egyptiens rapportée par Herodote, l'Ecliptique avoit été autrefois perpendiculaire à l'Equateur. Alors on voyoit donc le Soleil aller par son mouvement annuel de l'Equateur jusqu'à un Pole, où il sembloit pendant 24 heures absolument immobile, & il n'avoit guere de mouvement pendant un certain nombre de jours qui précédoient ou suivoient son arrivée à ce Pole. Les autres effets de cette bizarre disposition sont aisés à imaginer. Mais comment sera-t-elle tombée dans l'esprit des Egyptiens? Elle y sera venue assez naturellement, s'ils ont observé pendant une assez longue suite de siècles que l'obliquité de l'Ecliptique diminuoit toujours, ou, ce qui est le même, que l'Ecliptique se rapprochoit toujours de l'Equateur, & tendoit à se confondre avec lui, car ils auront conclu de-là que ces deux Cercles auront commencé par être les plus éloignés l'un de l'autre qu'il fût possible, ou par se couper à angles droits, & ce qu'ils auront ainsi conclu, ils l'auront donné pour un fait observé, soit afin de faire valoir l'antiquité de leur nation, dont ils étoient fort jaloux, soit par le seul amour du Merveilleux, ou peut-être les Grecs auront-ils pris pour un fait ce qui ne leur étoit donné que comme une conjecture de Sçavans.

Il y a encore plus. Diodore de Sicile dit que les Caldéens comptoient 403000 ans depuis leurs premières observations astronomiques jusqu'à l'entrée d'Alexandre dans Babilone. Ce nombre prodigieux & absolument incroyable aura un fondement, si l'on suppose que les Caldéens avoient observé la diminution de l'obliquité de l'Ecliptique d'une minute en 100 ans. Car M. de Louville en prenant cette obliquité telle qu'elle devoit être selon son systé-

né au tems de l'entrée d'Alexandre dans Babilone, & en remontant de-là au tems où l'Ecliptique auroit dû être perpendiculaire à l'Equateur, trouve 397150 de nos années de 365 jours  $\frac{1}{4}$ , qui sont celles dont il faut 100 pour la diminution d'une minute. Or il prouve que les années Caldéennes aussi-bien que les Egyptiennes n'étoient que de 360 jours, & par conséquent il en faudra 402942 pour arriver à l'Epoque de l'Ecliptique perpendiculaire à l'Equateur, ce qui ne differe que de 58 ans de l'Epoque que donnoient les Caldéens à leurs premieres observations.

Il est certain que cet accord si juste paroît surprenant. En general il n'y a pas de moyen plus vrai-semblable d'expliquer l'ancienneté fabuleuse que se donnoient les Caldéens & les Egyptiens, que par de grandes periodes de mouvements celestes fort lents, dont ils avoient observé une petite partie, sur laquelle ils calculoient le commencement de la periode où ils rapportoient l'origine de leur nation & du Monde en même tems. C'est ainsi que quelques Astronomes Chrétiens ont crû que le Monde avoit été créé lorsque l'Apogée du Soleil étoit dans le premier degré d'Aries, ce qui ne s'éloigne pas beaucoup de l'ancienneté qu'auroit le Monde selon les Septante. Mais il est bien à craindre que ces sortes de convenances-là n'ayent que le merite de nous plaire, & que la Nature ne s'y assujettisse pas.

Si le système de M. de Louville est vrai, l'Ecliptique viendra dans 140000 ans à se confondre avec l'Equateur, supposé que la Terre dure encore. Alors on aura pendant un certain nombre d'années ou même de siècles un Equinoxe perpetuel, tel que l'ont les Habitans de Jupiter dont l'Ecliptique est à peu-prés confondue avec son Equateur. Je dis pendant un certain nombre d'années & même de siècles, car l'Ecliptique continuant, son mouvement reviendra à se séparer de l'Equateur, & passera de l'autre côté, mais puisque ce mouvement n'est que d'une minute en un siècle, il en faudra plusieurs pour le rendre sensible, & pour faire appercevoir quelque inégalité des jours & des nuits.

L'obliquité de l'Ecliptique deviendroit toujours croissante.

Malgré toutes les raisons de M. de Louville, les autres Astronomes de l'Academie sont demeurés attachés à l'obliquité constante de l'Ecliptique de  $23^{\circ} 29'$ .

La question se réduit principalement à sçavoir si les Anciens ont observé avec une assez grande justesse, car sans cela on ne sera pas obligé de se fier à eux sur une chose aussi délicate que seroit la variation de l'obliquité de l'Ecliptique. Or M. de la Hire tient pour la négative. Il a rapporté d'après Ptolomée lui-même la description des Instruments dont il se servoit, & il paroît qu'ils étoient assez grossiers, & fort éloignés de la perfection de ceux d'aujourd'hui. Ptolomée qui étoit d'Alexandrie, & qui y vivoit, en a déterminé la latitude de  $30^{\circ} 58'$ , ce qui devoit être un élément fondamental de ses calculs. Cependant feu M. de Chazelles a trouvé par observation immediate cette même latitude de  $31^{\circ} 11'$ ; & pour prévenir tout scrupule, M. de la Hire s'est bien assuré que l'Alexandrie où avoit observé M. de Chazelles étoit la même que l'ancienne où vivoit Ptolomée.

Les latitudes des Etoiles fixes ou leurs distances à l'Ecliptique ne changent point, & si Ptolomée avoit bien observé il les auroit trouvées telles qu'on les trouve aujourd'hui. Mais il y a de grandes différences, & qui vont quelquefois jusqu'à plus de  $30'$ , excès inexcusable; & M. de la Hire en rapportant ces différences de latitude n'a parlé que des fixes de la premiere grandeur, qui sont les plus aisées à observer. Quant aux autres, les Anciens en mesuroient les distances assez négligemment, à veuë d'œil, & par estime.

Il ne faut pas conclure de-là que les Observations anciennes ne soient d'une extrême importance dans l'Astronomie, mais c'est dans les cas où une détermination bien précise n'a pas été nécessaire. Une Eclipse observée il y a 2000 ans sera très-utile pour déterminer la grandeur des révolutions moyennes de la Lune par rapport à celles du

Soleil, parce que quand il y auroit de l'erreur dans la détermination de l'heure ou de la grandeur de l'Eclipse, le grand nombre de révolutions solaires & lunaires écoulées depuis ce tems-là sauvera l'erreur, ou la rendra de peu de conséquence.

Selon M. de la Hire, il paroît que Ptolomée a cru l'obliquité de l'Ecliptique constante, & que pour la déterminer il s'en est moins rapporté à ses propres Observations qu'aux Astronomes qui l'avoient précédé, tels qu'Erasthene ou Hipparque. Il étoit plus curieux de la Theorie de l'Astronomie que de la Pratique, plus Mathématicien qu'Observateur. Il a donc posé cette obliquité de  $23^{\circ} 51' 15''$ , apparemment sur la foi de ses Anciens.

Pappus qui étoit comme lui d'Alexandrie, & à Alexandrie, vint 270 ans après lui sous Theodose, & il donne pour une chose connue que l'obliquité de l'Ecliptique est de  $23^{\circ} 30''$ , à une minute près de ce qu'elle est déterminée aujourd'hui. On voit par-là que l'autorité de Ptolomée n'étoit pas fort suivie. De plus il est impossible que cette obliquité eût diminué de  $21'$  en 270 ans.

M. de Louville convient que Pappus lui est contraire, mais il répond qu'il est le seul, & d'ailleurs il soutient que Pappus dans l'endroit qu'on cite n'a point prétendu donner une détermination exacte, mais seulement tirer des Racines quarrées qui lui ont produit des nombres approchés.

Voilà tout le précis de cette Question, qui peut encore, si l'on veut, en être une pendant quelques siècles. Une ou deux minutes que les Observations tantôt donneront & tantôt ne donneront pas pourront aisément être contestées, & ne suffiront pas pour accabler l'un ou l'autre parti. Quant au grand dérangement Physique que l'hypothese de M. de Louville apporteroit un jour à la Terre, il est vrai qu'il n'est guere vrai-semblable pour le commun des hommes, mais les Philosophes le digereront plus aisément.

## S U R S A T U R N E.

V. les M.  
P. 172.

\* P. 36.

**C**E qui avoit été annoncé par M. Maraldi en 1715 \* arriva, & si l'on veut faire réflexion au nombre, à la finesse, & à la complication des différentes déterminations nécessaires pour prédire sûrement les Phénomènes de l'Anneau de Saturne, on sera surpris de la perfection où l'Astronomie s'est élevée. Nous repeterions inutilement ici ce qui a été dit en 1715, nous y ajouterons seulement quelques Remarques.

1°. Saturne perdit donc ses Anses le 12 Octobre 1714, il les reprit le 10 Février 1715, les reperdit le 23 Mars suivant, & les reprit le 12 Juillet pour ne les plus perdre que dans 15 ans. Quand il les perdit en Mars, l'Anse qui étoit Orientale à l'égard du Globe de Saturne disparut un peu plutôt que l'Occidentale, & quand Saturne reprit les Anses en Juillet, l'Occidentale parut d'abord un peu plus large & plus sensible que l'Orientale. Cela confirme une conjecture de feu M. Cassini, que tout l'Anneau n'est pas dans un même plan.

2°. Quand les Anses diminuent & se préparent, pour ainsi dire, à disparoître, parce qu'elles sont toujours plus obliques au Soleil, & par conséquent moins éclairées, ce Phénomène se conduit par degrés, jusqu'à l'entière disparition des Anses, qui arrive quand le plan de l'Anneau passe par le centre du Soleil. De même lors qu'après ce passage les Anses reparoissent, elles sont toujours plus larges, plus ouvertes, plus sensibles à mesure que le Soleil s'élève davantage sur le plan de l'Anneau.

Mais quand les Anses ont disparu parce que le plan de l'Anneau a passé par notre œil, ce n'est plus la même chose, & le Phénomène peut ne plus se conduire par degrés. Car alors la surface obscure de l'Anneau est tournée vers

notre œil, & notre œil s'élève toujours de plus en plus sur cette surface. Si cette surface, ou, ce qui est la même chose, le plan de l'Anneau vient ensuite à passer par le Soleil, cette surface est donc éclairée, & en même temps tournée vers notre œil, qui de plus est assez élevé sur son plan. Ainsi nous devons revoir subitement les Anses assez larges, & assez ouvertes, quoique peu lumineuses, parce que leur lumière dépend de leur exposition au Soleil, auquel elles sont alors fort obliques. C'est ce qui arriva le 10 Février 1715.

En general la lumière ou la clarté des Anses dépend de leur exposition au Soleil, & leur grandeur ou leur ouverture de leur exposition à la Terre, & en suivant ces deux principes, il sera aisé de démêler & de combiner leurs effets.

3°. L'ombre de l'Anneau se jette toujours sur le Globe de Saturne, & y cause une perpetuelle Eclipse de Soleil. Quand le plan de l'Anneau passe par le centre du Soleil, cette ombre est d'une largeur à peu près égale à celle du dos de l'Anneau, & elle est la plus petite, ou la moins large qu'elle puisse être. Mais après ce passage, ce n'est plus l'ombre du dos de l'Anneau, c'est celle d'une de ses surfaces beaucoup plus large que ce dos qui se jette sur le Globe de Saturne, & même cette ombre va en s'élargissant à mesure que le Soleil s'élève davantage sur la surface éclairée. C'est le contraire si l'élévation du Soleil sur la surface éclairée va en diminuant, ce qui arrive aux approches du passage de l'Anneau par le Soleil.

D'un autre côté quand la surface obscure de l'Anneau est tournée vers notre œil, nous la voyons dans le grand éloignement où nous sommes comme une bande noire appliquée sur le Globe de Saturne. Plus notre œil est élevé sur cette surface obscure, plus la bande noire nous paroît grande, & au contraire.

L'ombre de l'Anneau & cette bande noire ne font à notre vûe qu'une bande totale obscure qui est sur le Globe:

56 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE  
de Saturne. Comme les deux parties dont elle est formée  
croissent ou décroissent par différents Principes qui vien-  
nent d'être dé mêlés , il est facile d'en voir les combinai-  
sons , & d'entendre le Phénomene d'une bande obscure  
différemment croissante & décroissante observé par M.  
Maraldi. Cette bande est tout-à-fait différente de celles que  
M. Cassini en 1715 prit pour de grands nuages enfermés  
dans l'Atmosphere de Saturne.

Si l'idée que nous hazardâmes alors sur ce qui forme  
l'Anneau avoit lieu, ni l'ombre d'une surface de l'Anneau,  
ni même celle du dos, ne seroient des ombres continuës;  
il passeroit toujours beaucoup de lumiere dans tous les in-  
tervalles de ce nombre presque infini de Satellites, de sorte  
que dans tous les lieux où ces ombres se jettent sur le Glo-  
be de Saturne, ce seroit, pour ainsi dire, une moucheture  
continuelle d'ombre & de lumiere, ce qui est un spectacle  
fort différent de tout ce qui se voit ici.

4°. M. Maraldi a calculé que le 10 de Février, quand  
les Anses reparurent, le Soleil n'étoit élevé sur leur plan  
que d'un angle de 8'. Saturne est éloigné du Soleil de 330  
millions de lieuës, il faut que la lumiere venue du Soleil &  
reflechie par Saturne retrograde fasse 297 millions de lieuës  
au moins pour venir à nous, & il est étonnant que reflechie  
sous un aussi petit angle que celui de 8', elle nous soit sen-  
sible après avoir traversé ces espaces presque immenses.  
La lumiere du Soleil doit être d'une prodigieuse force,  
& Saturne bien propre à la reflechir.





## SUR LES SATELLITES

## DE SATURNE.

DANS l'année précédente & dans celle-ci Saturne a été fort célébré à cause de la situation rare & heureuse où il se trouvoit, & M. Cassini a pris ce tems pour donner le précis de la Theorie de ses Satellites, c'est-à-dire la connoissance de leurs mouvemens, & de l'art d'en construire des Tables.

V. les M.  
P. 200.

En général quand on veut avoir les mouvemens de Satellites quelconques, ce que l'on cherche ce sont leurs mouvemens ou revolutions par rapport à la Planete principale dont ils sont Satellites. Dans chacune de ses revolutions un Satellite fait par rapport à sa Planete le tour entier du Zodiaque en un certain temps, & le terme d'où ce mouvement commence est conçu comme à l'ordinaire au premier point d'Aries. C'est ainsi que la Lune, Satellite de la Terre, fait sa revolution autour de la Terre en moins d'un mois.

Les revolutions des Satellites de Jupiter ou de Saturne vûes de la Terre sont tout-à-fait bizarres & irrégulieres. Ils vont d'Occident en Orient dans la partie superieure de leur Cercle, d'Orient en Occident dans l'inferieure, & dans l'une de ces parties ils repassent par les mêmes lieux du Zodiaque à peu-près par où ils ont passé dans les points correspondants de l'autre. Tel paroîtroit le mouvement de la Lune autour de la Terre vû de dedans Jupiter ou Saturne. Mais ce n'est point là le mouvement qu'on cherche à connoître, on cherche un mouvement régulier comme celui de la Lune autour de la Terre vû de la Terre, j'entends régulier dans ce sens qu'il est toujours direct, ou vers une même part.

La premiere chose que l'on peut connoître par observa-

Hist. 1716.

H

tion sur le mouvement d'un Satellite, & la premiere qu'il faut déterminer par rapport au reste, est sa distance à sa Planete principale. Supposé que le Satellite se meuve par un Cercle, cette distance est toujours la même, mais le Cercle du Satellite ne nous en paroît pas un, il nous paroît une Ellipse plus ou moins ouverte selon ses différentes expositions à notre œil, & par consequent la distance apparente du Satellite au centre de sa Planete varie toujours. Mais en prenant la plus grande distance apparente qui est toujours aux deux extremités du grand axe de l'Ellipse, on est sûr d'avoir la veritable distance du Satellite à la Planete & le demi-diametre de son Orbe. On observe donc quelles sont les plus grandes distances apparentes du Satellite, ou ses plus grandes *digressions* à l'égard de la Planete. L'une est Orientale à la Planete, l'autre Occidentale.

Les plus grandes digressions qui sont necessaires pour déterminer la distance du Satellite à sa Planete, ou le diametre de son Orbe, sont très-peu propres à déterminer son mouvement, car alors le Satellite est dans la pointe de son Ellipse apparente, & cette pointe est formée de deux parties, dont l'une appartient à la moitié superieure de l'Orbe, l'autre à l'inférieure, & toutes deux paroissent confonduës ensemble, principalement quand l'Ellipse est par elle-même un peu serrée. On voit donc pendant un certain temps le Satellite comme stationnaire, & son mouvement réel nous est insensible.

Il faut donc, pour bien juger de ce mouvement, prendre le Satellite dans d'autres points, & les plus avantageux seront les plus éloignés des plus grandes digressions, c'est-à-dire, ceux de sa conjonction soit superieure soit inferieure avec sa Planete, supposé qu'il y soit visible, car il pourroit être ou caché par la Planete dans la conjonction superieure, ou confondu avec sa lumiere dans la conjonction inferieure. La superieure peut s'appeller l'Apogée du Satellite, & l'inférieure son Perigée.

Quand le Satellite est ou dans son Apogée ou dans son Perigée, il est à l'égard de la Terre dans le même lieu du Zodiaque que sa Planete principale. Mais à l'égard de cette Planete, il est clair qu'en passant de l'Apogée au Perigée, ou au contraire, il a fait six Signes du Zodiaque, & qu'il est à l'opposite du lieu où il étoit. On prend l'Apogée pour le seul point où il est dans le même lieu du Zodiaque que sa Planete.

Si l'on a observé un Satellite dans son Apogée & dans le Perigée immédiatement suivant, on sçait donc qu'il a fait six Signes du Zodiaque, ou une demi-revolution autour de sa Planete, supposé que cette Planete n'ait eu à notre égard aucun mouvement pendant tout ce temps-là, c'est-à-dire, qu'elle ait été stationnaire; car comme elle emporte toujours son Satellite avec elle, il ne faut pas compter pour un mouvement dans le Zodiaque qui appartient au Satellite, celui qui n'appartient qu'à la Planete, & que nous verrions toujours au Satellite, quand même il seroit immobile par rapport à sa Planete. Ainsi pendant que le Satellite passe de l'Apogée au Perigée, si la Planete s'est mué d'Occident en Orient ou a été directe, il faut retrancher du mouvement du Satellite celui de la Planete qu'on suppose connu, & compter qu'il s'en faut cette quantité que le Satellite n'ait fait une demi-revolution autour de sa Planete. C'est le contraire, si la Planete a été retrograde.

Si le Satellite n'est pas observé dans une conjonction; il le sera dans quelques autres points dont la distance à une conjonction sera connue, & l'on aura de même le temps de sa revolution.

Quand on a les distances des deux Satellites d'une même Planete au centre de cette Planete, ou, ce qui est le même, les rayons de leurs Orbes, & que l'on connoît la revolution de l'un des deux, on a par la Regle de Kepler la revolution de l'autre, puisque les quarrés des revolutions doivent être comme les cubes des distances. Ainsi si la

distance de l'un est 1, & le temps de sa revolution 1, & la distance de l'autre 2, le temps de la revolution de celui-ci sera la Racine quarrée de 8, ou un peu moins de 3. Cette Methode peut suffire quand on n'a pas pû avoir les revolutions par des Observations immediates.

Quand on connoît assez les revolutions pour être sûr du nombre qu'il y en a dans un temps quelconque, deux Observations d'un Satellite dans des points connus éloignées l'une de l'autre d'un certain intervalle de temps, donnent donc le nombre des revolutions qui se sont faites pendant ce temps-là, & par consequent la durée de chacune, & elles donnent cette durée d'autant plus exactement, que le nombre des revolutions est plus grand. Il est clair que comme les tems des revolutions qui viennent par-là sont tous égaux, ce sont les revolutions moyennes que l'on trouve, & ce sont aussi celles dont on construit des Tables. Il faut se souvenir que l'on a dû avoir égard au mouvement de la Planete principale pendant le temps que l'on a employé dans le calcul.

Un Satellite dans son Apogée étant dans le même lieu du Zodiaque que sa Planete, il n'y a donc pour avoir le lieu du Satellite dans ce moment, qu'à trouver celui de sa Planete par ses Tables; c'est son lieu vrai qu'il faut prendre, & de-là se déterminent tous les lieux moyens du Satellite selon la durée connue de sa revolution moyenne. Ce n'est pas que le Satellite ne puisse avoir ses *anomalies* ou irrégularités qui rendent ses lieux vrais differents des moyens. Mais si on a eu jusqu'à present, & si l'on a encore tant de peine à déterminer précisément par observation toutes les irrégularités de la Lune, que seroit-ce de celles des Satellites de Jupiter ou de Saturne? On ne peut donc pas, du moins jusqu'ici, en rien déterminer avec quelque exactitude, & tout ce que l'on peut faire est de s'appercevoir de ces irrégularités par la difference que l'on verra entre les lieux où les Satellites auront été trouvés par observation immediate, & ceux que donneront les Tables

de leurs mouvements moyens ou égaux.

Voilà ce qui est commun à la Theorie de tous les Satellites, il s'agit maintenant de ceux de Saturne en particulier.

En récompense de la difficulté de les observer causée par le grand éloignement qui demande de plus grandes Lunettes, ils ont une commodité particuliere, c'est que l'Anneau ou ses Anses sont une mesure connue, à laquelle on peut tout rapporter dans les Observations de ce Monde-là. Tous les Satellites de Saturne sont plus éloignés de lui que l'Anneau, & il faut avoir d'abord le rapport des rayons de leurs Orbes à celui de l'Anneau.

La distance d'un Satellite à son Apogée ou à son Perigée est très-difficile à juger à cause de la variation d'une Ellipse, qui même est invisible. Mais on trouve sûrement cette distance, si l'on a par observation la distance d'un Satellite à l'Anneau en parties de l'Anneau comme 1 Anse, ou 2 Anses, ou  $\frac{1}{2}$  Anse, &c. Car alors on sçait quelle Corde ou quel Sinus cette grandeur feroit de l'Anneau, ou de quel arc elle feroit Sinus. Ensuite par la proportion connue des rayons de l'Orbe du Satellite & de l'Anneau, on trouve de quel arc elle est le Sinus dans l'Orbe. Et comme on a vû par l'Observation de quel côté étoit le Satellite par rapport à l'Apogée ou au Perigée, on sçait de quel arc ou de combien de degrés il en est éloigné de côté ou d'autre. Ainsi le 1<sup>er</sup>. Satellite de Saturne ayant été observé le 31 Mars 1685 à 10<sup>h</sup> 15' du soir dans la partie supérieure de son Orbe vers l'Occident éloigné de l'extrémité de l'Anneau du tiers d'une Anse, on trouva par cette Methode qu'il étoit à 37° 53' de son Apogée vers l'occident.

Alors le vrai lieu de Saturne étoit de 5 signes 11° 42', & il s'en falloit 37° 53' que le Satellite n'eût le même lieu. Le sien étoit donc de 4<sup>e</sup> 3° 49', c'est-à-dire, qu'il étoit dans le 3° 49' du Lion. Il est clair que si le Satellite eût été au-delà de son Apogée, son lieu eût été aussi au-

delà de celui de Saturne , & que pour avoir ce lieu du Satellite, il eût fallu ajouter à celui de Saturne les degrés dont le Satellite auroit été au-delà de son Apogée. Cela se peut appliquer sans peine au Périgée , & cet Exemple seul suffira pour donner une idée générale de la Théorie de tous les Satellites. Il reste le détail des Satellites de Saturne.

Le 4<sup>me</sup>. à les compter par leurs distances à Saturne , fut découvert en 1655 , le 5<sup>me</sup> en 1671 , le 3<sup>me</sup>. en 1672 , le 1<sup>er</sup>. & le 2<sup>d</sup>. en 1684 , le 4<sup>me</sup>. par M. Huguens , les 4 autres par feu M. Cassini. Selon leur grosseur apparente il faut les arranger ainsi , les trois 1<sup>ers</sup>. le 5<sup>me</sup>. & le 4<sup>me</sup>. On voit par-là qu'ils ont été découverts selon l'ordre de leur grosseur , ce qui a dû arriver assez naturellement , puisque les plus gros s'apperçoivent plus vite , & avec de moindres Lunettes. De plus les petits dont l'Orbe est aussi plus petit sont beaucoup plus souvent cachés derrière Saturne , ou confondus dans sa lumière.

Le rayon de l'Anneau étant posé 1 , celui de l'Orbe du premier Satellite est  $1\frac{23}{100}$  , du 2<sup>d</sup>.  $2\frac{47}{100}$  , du 3<sup>me</sup>.  $3\frac{45}{100}$  , du 4<sup>me</sup>. 8 , du 5<sup>me</sup>.  $23\frac{23}{100}$ .

Selon ce même ordre leurs revolutions moyennes sont de 1 jour 21<sup>h</sup> 18' 27" , de 2 jours 17<sup>h</sup> 41' 22" , de 4 jours 12<sup>h</sup> 25' 12" , de 15 jours 22<sup>h</sup> 41' 12" , de 79 jours 7<sup>h</sup> 47". Et ces révolutions tirées des Observations sont les mêmes que donneroit la Regle de Kepler , tant elle est exactement observée dans tout le Ciel.

Il se presente ici une remarque importante sur le système du Monde , en comparant ensemble les mouvements des Satellites des trois Planetes qui en ont , la Terre , Jupiter & Saturne.

La Lune dans ses distances moyennes à la Terre en est éloignée de 58 demi-diametres de la Terre , & elle fait sa révolution en 27 jours. Le premier Satellite de Jupiter en est éloigné de  $5\frac{2}{3}$  demi-diametres de cette Planete , & comme le diametre de Jupiter est 10 fois plus grand que

celui de la Terre, ce Satellite est donc éloigné de Jupiter de près de 57 demi-diamètres de la Terre, à peu-près autant que la Lune l'est de la Terre. Cependant il fait sa révolution en 1 jour 18<sup>h</sup> 28' 36", il a donc une vitesse réelle beaucoup plus grande que celle de la Lune. Et comme la révolution de ce Satellite détermine celle de tous les autres proportionnellement à leurs distances selon la Règle de Kepler, & que quand la Terre auroit d'autres Satellites que la Lune, elle détermineroit de même leurs révolutions, il s'ensuit que la vitesse du Tourbillon de Jupiter où sont enveloppés ses Satellites est beaucoup plus grande que celle du Tourbillon de la Terre.

En raisonnant de la même manière sur Saturne, dont le diamètre est à peu-près égal à celui de Jupiter, on trouve que son 1<sup>er</sup> Satellite est un peu plus lent que celui de Jupiter, mais toujours beaucoup plus vite que la Lune. Il y a donc moins de vitesse dans le Tourbillon de Saturne que dans celui de Jupiter, mais beaucoup plus que dans celui de la Terre.

Cependant les Planetes principales ont réellement plus de vitesse à mesure qu'elles sont moins éloignées du Soleil, la Terre en a plus que Jupiter, & Jupiter plus que Saturne. Ce n'est donc pas aux vitesses avec lesquelles elles décrivent leurs Orbes autour du Soleil que sont proportionnées celles des Tourbillons qui emportent leurs Satellites, & il faut que celles-ci dépendent de quelque autre principe.

Jupiter 1000 fois plus gros que la Terre tourne sur son axe en moins de 10 heures, & la Terre ne tourne sur le sien qu'en 24, ce qui fait à cet égard un grand excès de la vitesse de Jupiter sur celle de la Terre. On peut croire que c'est le tournoyement de la Planete principale sur son axe qui donne le branle à tout son Tourbillon, & détermine par conséquent la vitesse du mouvement des Satellites.

Si cela est, Saturne dont on n'a encore pu découvrir

64 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE  
le tournoyement sur l'axe , en aura un un peu plus lent  
que Jupiter. Au cas que l'on vienne par observation à con-  
noître ce tournoyement de Saturne , & qu'il s'accorde à  
cette conjecture , il y aura beaucoup d'apparence que les  
vitesses des Satellites dépendent de celle avec laquelle  
leurs Planetes principales tournent sur leur axe , & ce sera  
un grand plaisir pour les Philosophes s'ils y peuvent trou-  
ver une proportion constante , ne le fût-elle qu'à peu-près.  
On concevroit aisément l'altération qu'y apporteroit le  
different rapport de la consistance des Planetes aux flui-  
des environnans.

---

## SUR LES TACHES DU SOLEIL.

CETTE année a eu encore plus de Taches que la pré-  
cedente , & peut-être aucune autre n'en a eu tant. Il  
y en a eu 21 différentes apparitions , à ne compter que  
pour une seule apparition celle de plusieurs différentes  
Taches à la fois. Les seuls mois de Février , Mars , Octo-  
bre & Decembre en ont été exempts. Dans les autres les  
apparitions se suivoient de près , & en récompense plu-  
sieurs duroient peu.

\* V. l'Hist.  
de 1715.  
p. 59. & 60.

Le Phenomene de deux différentes Taches en même \*  
temps , a tout-à-fait cessé d'être rare. On l'a vû le 20 &  
le 21 Avril , le 11 Mai , le 26 Juillet , mais ce qui est  
encore plus singulier , depuis le 30 Août jusqu'au 3 Sep-  
tembre on a vû en différents endroits du Soleil 8 diffé-  
rents amas de Taches bien distincts. On ne s'apperçut pour-  
tant d'aucune diminution d'éclat dans le Soleil : & cette  
pâleur qui lui vint après la mort de César pourroit bien  
être une fable inventée par la flatterie.

Nous



Nous renvoyons entierement aux Memoires  
L'Observation de l'Eclipse de Jupiter par la Lu-  
ne, de M. Maraldi.

V. les M.  
p. 151.



## G E O G R A P H I E.

Nous renvoyons entierement aux Memoires  
L'Ecrit de M. Delisle sur le Détroit de Magellan.

V. les M.  
p. 86.





# ACOUSTIQUE.

## SUR LE SON.

V. les M.  
p. 262. &  
264.  
\* p. 93. &  
suiv.

**N**OUS avons déjà dit dans l'Histoire de 1709 \* d'après feu M. Carré, que le Son n'est pas produit, comme on le pourroit croire, par les vibrations totales du corps sonore, mais par les vibrations particulieres de toutes ses petites parties. M. de la Hire, qui est depuis long-tems dans cette pensée, l'appuye présentement par plusieurs experiences, & fort familières. Si, par exemple, on ferre avec les doigts les deux branches d'une Pincette ordinaire l'une contre l'autre, & qu'ensuite on les lâche subitement, la Pincette par son ressort fait des vibrations très sensibles, & ne rend aucun Son. Mais si en soutenant la Pincette avec un doigt, on en frappe une branche avec un autre doigt, elle rend un son assez clair, & ne fait que des vibrations beaucoup moindres qu'elle ne faisoit. Par la comparaison de ces deux experiences on voit assez que le son ne dépend pas des vibrations totales & sensibles du corps, mais des vibrations particulieres & imperceptibles des petites parties, ce que M. de la Hire appelle *fremissemens*.

Si au lieu de soutenir la Pincette avec le doigt on la soutient avec un morceau de fer, comme la tige d'une clef, & qu'on la frappe, même avec du fer, on n'entend plus qu'un son assez sourd & fort different du premier, quoique les vibrations totales soient les mêmes. Il faut donc que les fremissemens aient changé, & que dans cette dernière experience le fer qui soutient la Pincette les empêche d'être aussi vifs, peut-être parce qu'étant de la même

matiere que la Pincette, il la touche de trop près, & amortit par son immobilité une partie du mouvement délicat de fremissement qu'elle a reçu, & en rend la communication d'une branche à l'autre plus difficile.

Le son change encore si au lieu de frapper une branche par le plat on la frappe de *chan*, pour ainsi dire, ou par son côté le plus étroit, & il est plus ou moins clair ou aigu selon différentes circonstances que M. de la Hire rapporte.

Sur tout cela il conçoit que les fremissements font le son, & que les vibrations totales déterminent le ton, ou le rapport d'un son à un autre. Les fremissements, qui sont des ébranlements du corps sonore dans toutes ses petites parties, chassent l'air de ses pores, & lui donnent occasion d'y rentrer alternativement une infinité de fois avec une *prestesse* qui seule est capable de donner à l'air le mouvement nécessaire pour causer la sensation du son. Ces fremissements ne peuvent être sans les vibrations totales, qui en font comme l'effet ou le composé, & c'est le différent nombre de ces composés en un certain temps déterminé qui fait le ton. Selon cette idée, afin que deux corps sonores fassent un certain accord, par exemple l'Octave, il n'est pas nécessaire que les fremissements de l'un se fassent en deux fois plus de temps que ceux de l'autre, il suffit que leurs vibrations totales aient ce rapport, & si les fremissements ne l'ont pas, quoique les vibrations l'aient, celui qui aura des fremissements en plus grand nombre en même temps aura seulement un son plus fort sans sortir du ton.

M. de la Hire espere, à ce qu'il laisse entrevoir, qu'en suivant ces principes il parviendra à expliquer ce Phenomene surprenant des Cilindres de bois rapporté en 1709 \*. \* p. 96.  
Ce que nous avons appelé en cet endroit *foyers de dissipation ou d'affoiblissement du son*, ce sont deux points placés vers les deux extremités du Cilindre à peu-près à  $\frac{1}{8}$  de sa longueur, quand il est de bois. S'il étoit de fer, ces

68 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE  
foyers seroient bien plus proches des extremités. Il semble  
que cela pourroit avoir quelque rapport aux *Nœuds d'On-*  
*dulations* dont nous avons parlé en 1701 \*.

\* p. 131. &  
suiv.



## MECHANIQUE.

### SUR LE TOURBILLON FLUIDE.

V. les M.  
p. 35. &  
244.  
\* p. 102.  
& suiv.

**N**OUS supposons ici ce qui a été dit en 1714 \* sur le  
Tourbillon fluide de M. Saulmon. On y a vû & la  
maniere dont ce Tourbillon se forme, & les principes  
phisiques de sa formation, & l'intention des experiences.  
M. Saulmon en poursuivant cette matiere, confirme ses  
premieres conclusions, & principalement en donne de  
nouvelles, que de nouvelles experiences lui ont produites.  
Il faut d'abord faire quelques remarques sur la manœuvre  
des experiences.

Il a été dit que les corps plus massifs ou plus pesants sont  
ceux qui étant mis sur le Tourbillon d'eau, s'éloignent de  
son axe, & que ceux au contraire qui sont plus legers s'en  
approchent, & cela se confirme toujours. Mais on peut  
avoir dessein de faire circuler les uns ou les autres le plus  
long-temps qu'il est possible. Pour cela il faut rendre le  
mouvement de l'eau plus grand & plus durable dans l'en-  
droit où les uns ou les autres seront portés, c'est-à-dire vers  
les bords ou vers le centre. S'il s'agit de corps pesants, qui  
par consequent seront portés vers les bords, il faut que le  
mouvement de la Canne par lequel on forme le Tourbil-  
lon finisse par le centre, car puisque c'est l'excès de la  
force centrifuge des petits cercles d'eau pris ensemble,  
ou des petits filets circulaires sur la force centrifuge des  
grands qui fait que l'eau s'élève vers les bords du vase,

ainsi que nous l'avons prouvé, plus on imprimera de mouvement aux petits filets circulaires, plus l'eau s'élèvera, ou, ce qui est le même, plus elle aura de mouvement vers les bords, & plus elle y en conservera, quand même elle se fera remise sensiblement de niveau. Par la raison contraire s'il s'agit de corps légers, il faut finir le mouvement de la Canne par la circonférence.

M. Saulmon a observé que plus la Canne dont il se servoit étoit massive, roide, menuë, & d'une grosseur égale, plus la vitesse qu'il imprimoit à l'eau étoit en même temps grande & uniforme.

Les principales lumieres que donnent les nouvelles experiences regardent les revolutions que les corps font sur leurs propres centres dans le temps qu'ils tournent autour de l'axe du Tourbillon. J'appelle *cilindriques* les revolutions qu'ils font autour de cet axe, parce que le Tourbillon est ou un Cilindre, quand l'eau s'est remise de niveau, ou au moins un Cilindroïde, quand elle est élevée vers les bords du vase; & j'appelle revolutions *spheriques* celles que les corps font autour de leurs propres centres, parce qu'elles se font autour de l'axe d'une Sphere, si ces corps sont ronds, ou autour d'un axe équivalent, s'ils ne le sont pas.

Pour connoître le nombre des révolutions cilindriques, on met sur les bords du vase la Canne dont on s'est servi, & on la met de maniere qu'elle soit un diametre de la base superieure. Autant de fois qu'un corps passe sous la même moitié de cette Canne, autant il fait de révolutions cilindriques.

Pour connoître les révolutions spheriques, on fait une tache sur la surface du corps qui doit circuler. Si pendant une révolution cilindrique cette tache garde toujours la même position, soit à l'égard de l'axe du Tourbillon, soit à l'égard des bords du vase, soit à l'égard de la Canne posée en diametre, le corps a fait necessairement une révolution spherique pendant qu'il en a fait une cilindrique. Il

fera aisé de s'en convaincre par un moment d'attention. C'est par là que les Astronomes ont jugé qu'il est impossible que la Lune qui tourne en un mois autour de la Terre, & lui présente toujours la même face, tourne en même temps sur son centre, à moins qu'elle n'y tourne aussi en un mois. Si au bout d'une révolution cylindrique du corps qui circule dans le Tourbillon, la tache ne se retrouve pas dans sa première position, le corps a fait plus ou moins d'une révolution sphérique, plus, si la tache est en deça de cette première position, moins, si elle est au-delà. La quantité dont elle est en deça ou au-delà s'estime à l'œil.

Pour connoître l'axe d'une révolution sphérique, on détermine un axe sur le corps par deux taches fort différentes qui en font les deux extrémités, & on pose le corps sur l'eau de manière qu'il soit obligé de tourner sur cet axe. Si cependant il n'y tourne pas, il est aisé de juger de combien l'axe sur lequel il tourne est éloigné de ce premier.

Si pendant une révolution sphérique les deux taches sont toujours parallèles à la surface du fond de l'eau, l'axe de cette révolution est perpendiculaire à cette surface ; sinon, on estime de combien il est éloigné de la perpendicularité.

Tout cela posé, voici le résultat des expériences nouvelles de M. Saulmon, dont nous lui laissons tout le détail.

1°. Les Corps, de quelque figure qu'ils soient, Globes, Disques, Cilindres, Cones, Cones tronqués, Cubes, ne font point leurs révolutions cylindriques, sans en faire aussi de sphériques.

De là il paroît suivre que la révolution sphérique est un effet nécessaire de la cylindrique, & d'autant plus, que M. Saulmon ayant mis dans l'eau un globe de bois traversé d'une verge de fer bien arrondie, autour de laquelle il pouvoit tourner librement comme autour d'un axe, & ayant arrêté une extrémité de cette verge contre le fond du vase, jamais le globe, quoique frappé continuellement

par l'eau qui circuloit, ne tourna autour de sa verge, quelque inclinaison que l'on donnât à cette verge, par rapport à la surface de l'eau. On ne voit aucune autre chose qui manquât au globe pour tourner sur son axe, que de participer à la révolution cilindrique de l'eau.

A ce compte, l'hypothese du tournoyement de la Lune autour de son axe en un mois ne seroit plus une hypothese, mais une suite necessaire de sa révolution autour de la Terre.

2°. Pendant que le mouvement de l'eau qui s'est remise de niveau est le plus uniforme & le plus rapide qu'il puisse être, c'est-à-dire, que la rapidité & l'uniformité se concilient autant qu'il se peut des Globes d'une certaine pesanteur font une révolution sphérique dans le même temps précisément qu'ils en font une cilindrique, & cette égalité se conserve quelquefois dans un nombre de révolutions qui va jusqu'à 70. ou 72. Après cela le mouvement de l'eau étant ralenti, il se fait moins d'une révolution sphérique dans le temps d'une cilindrique, & cette inégalité peut se conserver pendant 25 ou 30 révolutions, & apparemment elle va en augmentant.

Il n'est donc pas étonnant que le temps de la révolution de la Lune autour de son axe soit égal à celui de sa révolution autour de la Terre, & au contraire ce sont les révolutions diurnes des autres Planetes beaucoup plus courtes que les annuelles, qui doivent étonner.

3°. Les Disques ne sont pas à cet égard si reguliers que les Globes. Quelques-uns commencent par faire moins de la moitié d'une révolution sphérique pendant une cilindrique, ensuite une moitié juste, & enfin ils reviennent à moins de la moitié. D'autres commencent par plus d'une moitié, passent par moins d'une moitié, & finissent par plus. Il peut y avoir encore d'autres irrégularités, dont les principes seroient peut-être difficiles à démêler. Mais toujours les deux espèces de révolutions égales ou inégales ne sont jamais en aucun corps l'une sans l'autre.

4°. La révolution sphérique se fait dans le sens dont elle se doit faire , supposé que la partie du corps qui regarde les bords du vase ait été frappée la première , ou avec plus de force , le sens dont l'eau circule étant d'ailleurs déterminé par le mouvement de la Canne.

Cela s'accorde avec les Phénomènes célestes ; car le mouvement du Tourbillon du Soleil étant d'Occident en Orient la partie de la Terre opposée au Soleil sera donc celle qui sera frappée selon une direction d'Occident en Orient, & par conséquent la Terre fera en ce sens-là sa révolution sphérique ou diurne. Il en va de même des autres Planetes. Si elles étoient frappées par leur partie tournée vers le Soleil , leurs révolutions diurnes seroient du sens contraire.

5°. Il y a un cas, mais qui ne détruit point l'article précédent , où les corps mis dans le Tourbillon fluide tournent sur eux-mêmes en sens contraires. C'est lors qu'ils sont assés massifs pour s'éloigner avec vitesse de l'axe du Tourbillon , & pour aller choquer rudement le bord du vase. Alors ils se réfléchissent , & changent le sens dont se faisoit leur révolution sphérique. La cause en est évidente. La partie qui avoit le plus de force ou de vitesse est devenue par ce choc celle qui en a le moins.

6°. Quand même on aura fait que la partie du corps qui regarde l'axe du Tourbillon , quand on l'y met , ait des inégalités sur sa surface fort considérables par rapport à l'autre , & que par là elle semble donner plus de prise au fluide qui la frappe de ce côté-là , le sens de la révolution sphérique ne changera point.

Ainsi ce ne sont point des Montagnes qui déterminent le sens dont se font les révolutions diurnes des Planetes.

7°. Il ne paroît pas que des surfaces plus inégales dans leur tout diminuent la vitesse des révolutions sphériques.

8°. L'axe des révolutions sphériques est toujours à peu près perpendiculaire à la surface de l'eau , & s'il est incliné c'est vers l'axe du Tourbillon.

9°. Un Globe dont les deux hemispheres sont d'une pesanteur



pesanteur inégale à l'axe de sa revolution spherique moins perpendiculaire à la surface de l'eau , ou plus incliné vers l'axe du Tourbillon.

Il faut avouer que ces consequences tirées du Tourbillon d'eau aux Tourbillons celestes sont un peu hazardées, & même jusqu'à present anticipées. Ce Tourbillon d'eau n'imite les celestes que fort imparfaitement. Ceux-ci ont un mouvement toujours entretenu, soit par leur centre où est le Soleil qui tourne toujours, soit par leur circonference, ce qui est crû le moins vrai-semblable. Ils n'ont que des bords presque infiniment éloignés, & dont les reflexions n'alterent point les mouvements directs & primitifs, ou, si l'on veut, les alterent autrement que ne feroient les bords immobiles d'un vase, car les bords d'un Tourbillon celeste sont des portions des circonferences d'une infinité d'autres Tourbillons en mouvement. Enfin chaque Planete est par rapport au Tourbillon du Soleil presque infiniment plus petite que ne l'est par rapport au Tourbillon d'eau aucun corps qu'on y puisse observer. Cependant quand toutes les ressemblances & les differences des deux especes de Tourbillons auront été bien pesées, il y a lieu d'esperer qu'on tirera des lumieres de la comparaison.

Après le phisque du Tourbillon d'eau, M. Saulmon en continua le geometrique commencé en 1715 \*. Il donna de nouveaux Corollaires ou Problèmes, qui ne sont que des suites de ce que nous avons alors établi, & il passa à une consideration toute nouvelle sur la force dont le Tourbillon d'eau agit contre les bords du vase qui le contient.

\* V. l'Hist.  
p. 61. & suiv.

Un Cilindre d'eau en repos, & qui par consequent ne seroit point Tourbillon, agiroit aussi contre les bords de son vase, puisqu'il tendroit à descendre par son poids, & à les écarter, & il faut voir d'abord quelle seroit sa force, & ensuite quel changement y apporte la qualité de Tourbillon.

*Hist. 1716.*

K

Si le Cilindre d'eau en repos étoit de glace, ou en general solide, il tendroit à descendre par son poids, mais comme il ne pourroit augmenter sa base circulaire, il ne tendroit qu'à enfoncer la base de son vaisseau, & nullement à en écarter les bords ou les parois. Il n'agiroit donc point contre ces bords. Mais parce qu'il est fluide il tend par son poids non seulement à descendre, mais à augmenter sa base en descendant, & par conséquent il agit & contre la base & contre les parois du vaisseau. Son effort total est donc partagé, une partie est employée contre la base, l'autre contre les parois.

La base du vaisseau étant supposée immobile, comme elle doit l'être dans la Theorie presente, il n'y a donc plus à considerer que l'effort qui s'emploie contre les parois, & cet effort n'est que celui de tous les filets d'eau verticaux infiniment menus dont chacun s'appuye sur un point de la circonference de la base circulaire, & qui tous ensemble font la surface du Cilindre d'eau. Il n'y a donc que le poids de cette surface cilindrique qui agisse. On sçait qu'une telle surface est le produit de la circonference de la base par la hauteur, au lieu que la solidité du Cilindre est le produit de la base par la hauteur.

Mais outre le poids qui agit, il y a l'action du poids, qui en est differente. Un Cilindre d'eau étant déterminé, il y aura un autre Cilindre de la même solidité ou du même poids qui aura une base infinie du premier ordre, & une hauteur infiniment petite du premier ordre, & il est évident que ce second Cilindre, faute de hauteur, n'agira nullement contre les parois de son vaisseau, mais seulement contre sa base, ce qui suffit pour démontrer que l'action du poids qui agit contre les parois du vase ne dépend pas seulement de la grandeur du poids, mais encore de la hauteur du Cilindre d'eau.

Tout effort d'un corps est la même chose que la vitesse qu'il auroit actuellement, si le corps contre lequel il agit & qui lui resiste lui cedit. Donc l'effort avec lequel un

filet d'eau vertical agit contre les parois du vase en vertu de sa hauteur, ou tend à tomber, s'exprime par la vitesse qu'il auroit s'il tomboit actuellement, & cette vitesse est proportionnée à la hauteur. Or s'il tomboit, la vitesse qu'il auroit depuis le commencement de sa chute jusqu'à la fin seroit décroissante, donc elle ne s'exprimera pas par la hauteur entière. D'un autre côté il est démontré dans l'Hdraulique qu'un tuyau toujours entretenu plein, donnera dans un même temps deux fois plus d'eau que s'il se vuide, ou, ce qui est le même, que la vitesse totale de l'eau sera dans le premier cas deux fois plus grande que dans le second. Donc la vitesse totale du filet d'eau qui tomberoit, ou l'effort qu'il a contre les parois du vase en vertu de sa hauteur, doit s'exprimer par la moitié de cette hauteur.

Donc le poids du cylindre d'eau en tant qu'il agit contre les parois du vase étant celui de sa surface cylindrique, qui est la circonférence circulaire de la base multipliée par la hauteur, & l'action ou l'effort de ce poids étant la moitié de la hauteur, l'effort total du Cilindre d'eau contre les parois du vase ou le poids multiplié par son action, est la moitié du produit de la circonférence circulaire par le quarré de la hauteur, & c'est ce que M. Saulmon trouve avec beaucoup moins de discours & plus géométriquement par une différentiation & une intégration très-simples, mais qui n'ont qu'un rapport plus éloigné à la nature de la chose. De-là il suit que l'effort du Cilindre d'eau en repos contre les parois de son vase, est égal au poids de la moitié d'un autre Cilindre d'eau dont la base seroit égale au quarré de la hauteur du premier, & la hauteur égale à sa circonférence circulaire, car en Méchanique pour connoître les efforts il faut les évaluer en poids & en livres.

Maintenant si le Cilindre d'eau qu'on a supposé en repos est Cilindroïde, ou Tourbillon, on ne peut, parce qu'il change continuellement, en considérer qu'un instant, comme il a été dit en 1715, & pendant cet

instant, où il est censé immobile, il est clair que son effort contre les parois du vase dépend de la hauteur de la surface cylindrique la plus élevée ou appliquée aux parois, & que d'ailleurs la circonference circulaire est toujours la même. On voit assés que le Tourbillon étant formé, & l'eau abandonnée à elle-même, l'effort contre les parois va toujours en diminuant, & qu'enfin il ne devient que celui d'un Cilindre d'eau en repos.

En voilà assés pour faire appercevoir, du moins en gros, les conséquences geometriques que l'on pourroit tirer sur la force necessaire aux parois du vase pour soutenir l'effort du Tourbillon, ou le soutenir également en toutes leurs parties, sur les efforts des différents Tourbillons Cylindroïdes, selon que leur pointe ou sommet est sur le fond du vase, ou en-deçà, ou au-delà, &c. les principes une fois établis, la Geometrie ne fait plus que se jouer.

**M** de Reaumur a lû une Description de la maniere dont on a travaillé aux Mines de Fer.

V. les M.  
P. 79.

**N**ous renvoyons entierement aux Memoires Les Remarques de M. de Reffons sur la Pratique de tirer les Bombes.

V. les M.  
P. 322.

L'Ecrit de M. de la Hire le cadet sur une nouvelle Pompe de son invention.

V. les M.  
P. 326.

Et celui de M. de la Hire l'aîné sur un moyen d'empêcher l'eau de la pluye d'entrer par les jointures des fenêtres.



## MACHINES OU INVENTIONS

APPROUVÉES PAR L'ACADEMIE

EN M. DCCXVI.

## I.

UNE Machine de M. Villons pour la fabrique des Canons de Fusil. Elle a paru fort ingenieuse & fort commode dans la pratique, & propre à tailler plus régulièrement & plus promptement l'épaisseur du Canon.

## II.

Un nouveau Claveffin de M. Marius, où il substitué des Maillets aux Sautereaux. Il évite par-là les réparations perpetuelles auxquelles l'usage des Plumes assujettit les Claveffins ordinaires. Celui-ci rend en general des sons plus forts & plus beaux, mais de plus le seul ménagement du toucher lui donne le fort & le foible, & par conséquent l'expression qui a toujours manqué à cet instrument. M. Marius a même trouvé pour les Claveffins, tels qu'ils ont été jusqu'à présent, un Clavier à Maillets, qui se met & s'ôte quand on veut, sans les alterer ni les changer en aucune sorte. Depuis, M. Marius tourna encore de deux manieres plus simples, & plus utiles, l'idée des Maillets substitués aux Sautereaux. Tout cela a paru très-bien pensé.

## III.

Une Montre d'une nouvelle construction de M. Sulli Anglois. On y a trouvé une diminution des frottements très-considerable, & par des voyes également simples & ingénieuses, une adresse singuliere pour conserver dans une égalité constante ce qui reste de frottements, un arrangement des parties de la Montre qui marque beaucoup de sagacité d'esprit, & promet une plus grande perfec-

78 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE  
tion , parce que l'arrangement ordinaire est la principale  
cause de l'inégalité du mouvement d'une Montre mise en  
différentes politions.

#### IV.

Une Chaîse de Poste de M. Godefroi Ingenieur de la  
Marine , suspenduë plus haut que le milieu , ce qui la rend  
moins versable , mais n'est pas nouveau , & de plus sus-  
penduë d'une maniere particuliere qui la rend fort douce,  
& fort commode dans l'usage.

#### V.

Une nouvelle construction d'Escalier du même Auteur.  
Elle est pour un petit Escalier dérobé que la sujétion du  
lieu rendroit trop roide. Elle est fort ingenieuse , & le  
rend très-commode à monter & à descendre. Mais parce  
que les marches de cet Escalier sont alternativement re-  
tranchées sur leur longueur , ce qui fait un effet nouveau  
à la veüe , il faudra un peu d'habitude à s'en servir , autre-  
ment on seroit en danger de tomber en commençant à  
monter ou à descendre du pied qui n'y convient pas , à  
cause des paliers qui sont tout droits.

#### VI.

Une Machine à vanner les grains de M. le Baron de  
Knopperf. Quoi-que la maniere d'y faire le vent ne soit  
pas nouvelle , on a crû que l'invention seroit utile , parce  
qu'elle est fort simple dans l'exécution , & de peu de dé-  
pense & d'entretien.

#### VII.

Differentes pensées de M. Villons au sujet des Canons  
de fer forgé , & revêtus de bronze , toutes judicieuses ,  
conformes aux regles & à la pratique , & qui marquoient  
beaucoup de génie & de capacité.



## E L O G E

## DE M. SAUVEUR.

**J**OSEPH SAUVEUR nâquit à la Fleche le 24 Mars 1653 de Louïs Sauveur Notaire, & de Renée des Hayes, qui étoient alliés aux meilleures familles du Pais. Il fut absolument muet jusqu'à l'âge de 7 ans, par le défaut des Organes de la voix qui ne commencerent à se débarasser qu'en ce temps-là, mais lentement & par degrés, & n'ont jamais été bien libres. Cette impossibilité de parler lui épargna tous les petits discours inutiles de l'enfance, mais peut-être l'obligea-t-elle à penser davantage. Il étoit déjà Machiniste, il construisoit de petits Moulins, il faisoit des Siphons avec des Chalumeaux de paille, des Jets d'eaux, & il étoit l'Ingenieur des autres Enfants, comme Cyrus devint le Roi de ceux avec qui il vivoit.

On le mit au College des Jesuites. Il n'étoit guere propre à y briller, il ne parloit qu'avec beaucoup de peine, & en avoit encore plus à apprendre par cœur. Sa mémoire se refusoit à tout ce qui n'est que de pure mémoire, & ne faisoit rien qu'avec le secours du jugement. Il fut extrêmement negligé d'un premier Regent qu'il eut, & n'avança guere sous lui. Il fit beaucoup mieux sous un second qui démêla ce qu'il valoit. On ne peut guere blâmer le premier, & il faut beaucoup louer le second.

Les Oraisons de Cicéron, les Poësies de Virgile, que sa Rethorique fit passer en revûe devant lui, ne le touchèrent point; par hazard l'Arithmetique de Pellerier du Mans se présenta, il en fut charmé, & l'apprit seul.

Sa passion naissante pour les Sciences lui en donna une violente pour venir à Paris, car il ne sentoit que trop

tout ce qui lui manquoit à la Fleche. Il avoit un Oncle, Chanoine & Grand-Chantre de Tournus, il prit le dessein d'aller le trouver pour en obtenir une pension qui le mît en état de subsister à Paris. Il fit le voyage en 1670 avec M. Coubard, son ami, presentement Hydrographe du Roi à Brest, voyage très philosophique, non seulement par l'intention, mais par l'équipage. Ils remarquerent sur leur route tout ce qu'ils purent, & même quelquefois plus qu'il ne devoit encore leur être permis de remarquer. A Lyon M. Sauveur entendant la fameuse Horloge, qui sc̃ait tant d'autres choses que de sonner l'heure, devina tout l'interieur & tout l'Enigme de la Machine.

Sa famille le destinoit à l'Eglise, & dans cette vûë l'Oncle lui accorda la pension pour étudier en Philosophie & en Theologie à Paris. Pendant sa Philosophie il apprit en un mois & sans Maître les six premiers Livres d'Euclide, ce qui étoit fort different de ce qu'on lui enseignoit, quoi-que rien n'y dût appartenir davantage. Cet essai & ce succès ne firent qu'irriter son goût pour les Mathematiques, & il leur donna une application que la Philosophie Scholastique ne pouvoit obtenir de lui. La Theologie des Ecoles lui ressembloit trop pour être mieux traitée, il l'abandonna bien-tôt, & pour ne sortir de son goût que le moins qu'il étoit possible, il se destina à la Medecine, & fit un Cours d'Anatomie & de Botanique. Il alloit aussi fort assidüement aux Conferences de M. Rohaut, qui en ce temps-là aidoient à familiariser un peu le monde avec la vraye Philosophie.

M. Sauveur connut alors M. de Cordemoi, Lecteur de M. le Dauphin, & habile Philosophe, qui parla de lui à M. l'Evêque de Condom, depuis Evêque de Meaux, Précepteur du jeune Prince. Ce Prélat voulut voir M. Sauveur, il le tourna sur plusieurs matieres de Phisique, le fonda, & le connut bien. Il lui donna un conseil qui ne pouvoit partir que d'un homme d'esprit, ce fut de renoncer à la Medecine. Il jugea qu'il auroit trop de peine à y  
réüssir



réussir avec un grand sçavoir, mais qui alloit trop directement au but, & ne prenoit point de tours, avec des raisonnemens justes, mais secs & concis, où les paroles étoient épargnées, & où le peu qui en restoit par une nécessité absolue étoit dénué de grace. En effet, un Medecin a presque aussi souvent affaire à l'imagination de ses Malades qu'à leur Poitrine, ou à leur Foye, & il faut sçavoir traiter cette imagination, qui demande des specifics particuliers.

Encore une chose détermina M. Sauveur à suivre le sage conseil de M. de Condom. Son Oncle, qui vit qu'il ne pensoit plus à l'état Ecclesiastique, fit scrupule de lui continuer une pension, qu'il prenoit sur les revenus de son Benefice, & comme le jeune Etudiant en Medecine étoit encore bien-éloigné d'en pouvoir tirer aucun secours, il se tourna entierement du côté des Mathematiques, & se résolut à les enseigner.

Les Geometres, qui encore aujourd'hui ne sont pas communs, l'étoient encore beaucoup moins. C'étoit un titre assez singulier, & qui par lui-même attiroit l'attention.

Le peu qu'il y en avoit dans Paris n'étoient que des Geometres de Cabinet, sequestres du monde. M. Sauveur au contraire s'y livroit, & cela dans le temps heureux de la nouveauté. Quelques Dames même aiderent à sa réputation, une principalement qui logeoit chés elle le celebre la Fontaine, & qui goûtant en même temps M. Sauveur, prouvoit combien elle étoit sensible à toutes les differentes sortes d'esprit. Il devint donc bien-tôt le Geometre à la mode, & il n'avoit encore que 23 ans, lorsqu'il eût un Ecolier de la plus haute naissance, mais dont la naissance est devenue le moindre titre, le Prince Eugene.

Un Etranger de la premiere qualité voulut apprendre de lui la Geometrie de Descartes, mais le Maître ne la connoissoit point encore. Il demanda huit jours pour s'arranger, chercha bien vite le Livre, se mit à l'étudier, & plus encore par le plaisir qu'il y prenoit que parce qu'il

n'avoit pas de temps à perdre, il y passoit les nuits entieres, laissoit quelquefois éteindre son feu, car c'étoit en hiver, & se trouvoit le matin transi de froid sans s'en être aperçû.

Il lisoit peu, parce qu'il n'en avoit guere le loisir, mais il méditoit beaucoup, parce qu'il en avoit le talent & le goût. Il retiroit son attention des conversations inutiles pour la placer mieux, & mettoit à profit jusqu'au temps d'aller & de venir par les ruës. Il devinoit, quand il en avoit besoin, ce qu'il eût trouvé dans les Livres, & pour s'épargner la peine de les chercher & de les étudier, il se les faisoit.

La Chaire de Ramus pour les Mathematiques, qui se donne au concours, étant venue à vaquer au College Royal, il se prépara à entrer dans la lice, mais il apprit qu'il falloit commencer le combat par une Harangue. La difficulté de la faire, & plus encore celle de l'apprendre par cœur, lui firent abandonner l'entreprise.

Un Geometre entierement renfermé dans sa Geometrie, n'attendoit certainement aucune fortune du Jeu, cependant la Bassette fit plus de bien à M. Sauveur qu'à la plupart de ceux qui y jouïoient avec tant de fureur. M. le Marquis de Dangeau lui demanda en 1678 le calcul des avantages du Banquier contre les Pontes; il le fit au grand étonnement de quantité de gens, qui voyoient nettement évalué en nombres précis ce qu'ils n'avoient entrevû qu'à peine, & avec beaucoup d'obscurité. Comme la Bassette étoit fort à la mode à la Cour, elle contribua à y mettre M. Sauveur, qui fut heureux d'avoir traité un sujet aussi interessant. Il eut l'honneur d'expliquer son calcul au Roi & à la Reine. On lui demanda ensuite ceux du Quinquenove, du Hoca, du Lansquenet, jeux qu'il ne connoissoit point, & dont il n'apprenoit les Regles que pour les transformer en Equations Algebriques où les Joïeurs ne les reconnoissoient plus. Il a paru long-temps après un grand Ouvrage d'une autre main sur les *Jeux de*

*Hazard*, qui paroît en avoir épuisé tout le Geometrique.

En 1680 il fut choisi pour être Maître de Mathematiques des Pages de Madame la Dauphine. Pendant un voyage de Fontainebleau, M. le Maréchal de Bellefonds l'engagea à faire un petit Cours d'Anatomie pour les Courtisans. Il sortoit de sa Sphere ordinaire, mais non pas de celle de son sçavoir. On dit que toute la Cour alloit l'entendre, mais je crains qu'on ne fasse trop d'honneur à toute la Cour.

Il alla à Chantilli avec M. Mariote en 1681 pour faire des experiences sur les Eaux. On sçait combien elles peuvent fournir d'occupation à un Mathematicien. Il fut connu du grand Prince Louis de Condé, dont l'ingenieuse & vive curiosité se portoit à tout. Il prit beaucoup de goût & d'affection pour M. Sauveur, il le faisoit venir souvent de Paris à Chantilli, & l'honoroit de ses lettres. Un jour que M. Sauveur entretenoit le Prince sur quelque matiere de Science en presence de deux autres Sçavants, ou qui faisoient profession de l'être, ils lui couperent la parole, ce qui n'étoit jamais difficile, & se mirent à expliquer ce qu'il avoit entrepris. Quand ils eurent fini, M. le Prince leur dit, *Vous avez cru que Sauveur ne s'entendoit pas bien, parce qu'il parle avec peine, mais je le suivois & l'entendois parfaitement. Vous m'avez parlé beaucoup plus éloquemment que lui, mais je ne vous ai pas compris, & peut-être ne vous compreniez-vous pas vous-mêmes.*

Il prit le temps de ses voyages de Chantilli pour travailler à un Traité de Fortification; quel Oracle n'avoit-il pas là? Cependant quelques années après se défiant de la simple speculation qu'il avoit sur ces matieres, il y voulut joindre la pratique, & même la plus perilleuse. Il alla au Siège de Mons en 1691, & il y montoit tous les jours la Tranchée. Il exposoit sa vie, seulement pour ne negliger aucune instruction, & l'amour de la Science étoit devenu en lui un courage guerrier. Le Siege fini, il visita toutes les Places de Flandre. Il apprit le détail des évolu-

rions militaires, les campemens, les marches d'Armée, enfin tout ce qui appartient à l'Art de la Guerre, où l'intelligence a pris un rang au dessus de la valeur même.

On ne connoissoit guere que lui de Mathématicien à la Cour, & les Mathématiques n'y étoient guere connues que par lui; & comme en ce Pays-là la vogue est plus universelle que par tout ailleurs, & qu'heureusement pour ce siècle il n'y avoit plus d'éducation bien entendue sans Mathématiques, il a eu l'honneur de les montrer à tous les jeunes Princes & aux Enfants de France. Ce seroit une affectation inutile que d'enfler cet Eloge du dénombrement de tous ces grands noms. Il seroit inutile aussi de rapporter en détail la plupart de ses différents travaux, des Méthodes abrégées pour les grands calculs, des Tables pour la dépense des Jets d'eau, les Cartes des Côtes de France, qu'il réduisit par ordre de M. de Seignelai à la même Echelle, & orienta de même façon, & qui composent le premier volume du *Neptune François*, le rapport des Poids & des Mesures de différents Pays, une manière de jauger avec beaucoup de facilité & de précision toutes sortes de Tonneaux, un Calendrier universel & perpétuel qui découvrit la fausseté d'un Titre qu'on donnoit pour ancien, & fit condamner les Faussaires, &c. On ne pourroit faire sentir que par une trop grande discussion la difficulté & le prix de ces sortes d'ouvrages que n'estiment peut-être pas assez ceux qui ne se plaisent que sur la cime la plus élevée de la Théorie. M. Sauveur ne faisoit guere cas que des Mathématiques utiles, effet de sa solidité naturelle d'esprit, & peut-être aussi de l'habitude d'enseigner, car on ne mène pas des Écoliers si loin, sur-tout ceux qu'il avoit. Il demandoit presque pardon de s'être amusé aux Quarrés Magiques, qu'il avoit poussés au dernier degré de speculation. Il faut même convenir qu'il n'étoit pas trop prévenu en faveur des nouveaux Géomètres de l'infini, qu'il appelloit *Infinitaires*, comme font ceux qui ne veulent pas trop les exalter. Ce n'est pas qu'il

n'entendît bien leurs methodes , & ne s'en servît même en cas de besoin , mais enfin il y a des goûts jusque dans la Geometrie , & les hommes forcés à être d'accord sur le fond , trouvent encore le secret de se partager , ou sur le choix des verités différentes , ou sur les moyens de parvenir aux mêmes verités. Il en revient à la Verité en general l'avantage d'être recherchée quelle qu'elle soit , & envisagée de tous les sens.

En 1686 M. Sauveur eut une Chaire de Mathematique au College Royal. La Harangue n'y mit point d'obstacle , car comme il avoit alors un grand nom , il osa la lire. Il n'avoit écrit aucun des Traités qu'il dicta. Ces matieres qui se lient par la raison , & n'ont point besoin de memoire , étoient si présentes à son esprit , & si bien arrangées dans sa tête , qu'il n'avoit qu'à les laisser sortir. Des Copistes alloient écrire sous lui pour vendre ses Traités , lui-même en achetoit un Exemplaire à la fin de chaque année. Quelquefois quand il trouvoit des Auditeurs attentifs & intelligents , il se laissoit emporter au plaisir de les instruire , & leur auroit donné toute la journée sans s'en appercevoir , si un Domestique accoutumé à corriger ses distractions , ne l'eût averti qu'il avoit affaire ailleurs.

Il entra dans l'Academie en 1696 , déjà rempli d'un grand dessein qu'il meditoit , d'une Science presque toute nouvelle qu'il vouloit mettre au jour , de son Acoustique , qui doit être , pour ainsi dire , en regard avec l'Optique. C'est un bonheur presentement assez rare que de découvrir des Pays inconnus , mais c'est un grand travail que de les défricher. Il n'avoit ni voix , ni oreille , & ne songeoit plus qu'à la Musique. Il étoit réduit à emprunter la voix ou l'oreille d'autrui , & il rendoit en échange des démonstrations inconnues aux Musiciens. Il consulta souvent & utilement sur toutes les parties de son Système Monseigneur le Duc d'Orleans , qui avoit appris les Mathematiques de lui , & qui sçait parfaitement la Musique , parce que c'est un des beaux Arts. Le Disciple s'acquitta , du

moins en partie avec son Maître. Une nouvelle langue de Musique, plus commode & plus étendue, un nouveau Système des sons, un Monocorde singulier, un Echometre, le Son fixe, les Nœuds des Ondulations, ont été les fruits des recherches de M. Sauveur. Il les avoit poussées jusqu'à la Musique des anciens Grecs & Romains, des Arabes, des Turcs & des Persans, tant il étoit jaloux que rien ne lui échapât de cette Science des Sons, dont il s'étoit fait un empire particulier. Nous avons trop parlé de ses découvertes dans nos Histoires, pour en rien repeter ici. Jamais la mort d'un Sçavant ne fait tant de tort aux Sciences, que quand elle interrompt des entreprises de longue suite. Un grand nombre de vûes & un certain fil d'idées précieux, & quelquefois unique, perissent avec le premier Inventeur.

M. de Vauban, qui étoit chargé du soin d'examiner les Ingenieurs sur un Art qu'on n'avoit appris que de lui, ayant été fait Maréchal de France en 1703, il proposa au Roi M. Sauveur pour cet examen, qui ne convenoit plus à sa dignité. On sçait de quel poids étoit son témoignage, non seulement par ses lumieres, mais par son zele pour le bien du service. M. Sauveur fut agréé par le Roi, & honoré d'une pension. Il retranschoit de sa fonction d'Examineur tout le formidable inutile, ou même nuisible que d'autres y auroient pû mettre, & n'y conservoit qu'une attention douce, mais fine & penetrante. Quelquefois les Ingenieurs sortoient d'une simple conversation examinés sans avoir cru l'être.

Quoi-que M. Sauveur eût toujours joui d'une bonne santé, & parût être d'un temperamment robuste, il fut emporté en deux jours par une fluxion de poitrine; il mourut le 9 Juillet 1716 en sa 64<sup>me</sup>. année.

Il a été marié deux fois. A la premiere, il prit une précaution assés nouvelle. Il ne voulut point voir celle qu'il devoit épouser, jusqu'à ce qu'il eût été chez un Notaire faire rediger par écrit les conditions qu'il demandoit. Il

craignoit de n'en être pas allés le maître après avoir vû. La seconde fois, il étoit plus aguerri. Il a eu du premier lit deux fils Ingenieurs ordinaires du Roi, & Officiers dans les Troupes, & du second un fils & une fille. Le fils a été muet jusqu'à 7 ans précisément comme son Pere, & ne fait que commencer à parler.

M. Sauveur n'avoit point de présomption. Je lui ai ouï dire que ce qu'un homme peut en Mathematique, un autre le pouvoit aussi. La proposition n'est peut-être pas vraie, mais elle est modeste dans la bouche d'un grand Mathématicien, car un mediocre auroit voulu tout éгалer. Il avoit beaucoup de peine à se contenter sur ses ouvrages, & il falloit qu'il les éloignât de ses yeux, & se les arrachât lui-même pour cesser d'y retoucher. Il étoit officieux, doux, & sans humeur, même dans l'interieur de son domestique. Quoi-qu'il eût été fort répandu dans le monde, sa simplicité & son ingenuité naturelles n'en avoient point été altérées, & le caractère mathématique avoit toujours prévalu.





## E L O G E

D E M. P A R E N T.

**A**NTOINE PARENT nâquit à Paris le 16 Septembre 1666. Ses Ayeux étoient de Chartres, son Pere étoit né à Paris, fils d'un Avocat au Conseil.

Il n'avoit pas encore trois ans, quand Antoine Mallet, Oncle de sa Mere, Curé du Bourg de Léves auprès de Chartres, le fit emporter pour l'élever chés lui. Ce Curé gouverna sa Paroisse pendant 54 ans avec la réputation d'un saint Prêtre, d'un bon Theologien, & même d'un assés habile Naturaliste. Il fut le seul Précepteur de son Neveu, ou plutôt son seul Pere. Comme il ne lui put enseigner que les premieres regles de l'Arithmetique, & que l'enfant ne s'en contentoit pas, il fallut lui donner quelques Livres qui allassent plus loin, mais ce n'étoient que des Regles sans démonstrations, & l'enfant ne s'en contentoit pas encore. Il tâcha de trouver des preuves par lui-même, vint à bout de quelques-unes, ne put réussir à d'autres, & enfin à l'âge de 13 ans il avoit rempli d'une espece de Commentaire toutes les marges d'un Livre d'Arithmetique, marque déjà certaine d'un genie Mathematique qui se dévelopoit, & dont les forces naissantes demandoient à s'exercer.

Ce que son Oncle eut le plus de soin de lui apprendre, ce fut la Religion & la pieté, & ses leçons fructifierent peut-être au-delà de son esperance. M. Parent a été toute sa vie dans une pratique du Christianisme, non seulement exacte, mais austere.

A 14 ans il fut mis en pension chés un ami de son Oncle



Oncle qui regentoit la Rhétorique à Chartres. Il se trouva dans sa chambre un Dodecaèdre sur chaque face duquel on avoit tracé un Cadran, excepté sur l'inférieure. Le hazard sembloit le poursuivre pour le jeter du côté des Mathématiques. Aussitôt le voilà frappé des Cadrans, il veut apprendre à en tracer, il trouve un Livre qui n'en donnoit que la pratique sans théorie, & ce ne fut que quelque temps après, lorsque son Régent de Rhétorique vint à expliquer la Sphere, qu'il commença à entrevoir comment la projection des Cercles de la Sphere formoit les Cadrans, & qu'il parvint à se faire une Gnomique, apparemment assés informe, mais toute à luy. Il fit une Géometrie aussi imparfaite, & aussi estimable.

Ses parents l'envoyerent enfin à Paris pour étudier en Droit. Il l'étudia par obéissance, & les Mathématiques par inclination. Son droit fini, dont il ne prétendoit faire nul usage, il s'enferma dans une chambre du College de Dormans pour se dévouer à son étude chérie. Là avec de bons Livres, & moins de deux cens francs de revenu, il vivoit content. Il étoit à propos que dans une pareille fortune la pitié, & la plus rigide, vînt au secours de la Philosophie. Il ne sortoit de sa retraite que pour aller au College Royal entendre ou M. de la Hire, ou M. Sauveur, sous lesquels il profita comme un homme qui avoit moins besoin de leçons, que de quelques avis qui lui épargnassent du temps. M. Sauveur, qui ne pouvoit manquer de le bien connoître, m'a dit que c'étoit véritablement un génie rare, un *Aigle*, & cela en mettant à son éloge quelques restrictions que nous ne déguiserons pas.

Quand il se sentit assés fort sur les Mathématiques, il prit des Ecoliers; & comme les Fortifications étoient ce qu'il enseignoit le plus, parce que la Guerre ne mettoit que trop cette Science à la mode, il vint à se faire un scrupule d'enseigner ce qu'il n'avoit jamais vû que par la force de son imagination. M. Sauveur à qui il confia cette délicatesse, le donna à M. le Marquis d'Alégre, qui

90 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE  
heureusement en ce temps-là vouloit avoir un Mathématicien auprès de lui. Il fit avec ce Marquis deux campagnes, où il s'instruisit à fond par la vûe des Places, & leva quantité de Plans, quoiqu'il n'eût jamais appris le Dessain.

Après cela sa vie n'a plus d'événements, & n'en a peut-être été que plus heureuse. Ce n'est qu'une application continuelle à l'étude, ou plutôt à toutes les études qui regardent les Sciences naturelles, à toutes les parties des Mathématiques, soit spéculatives, soit pratiques, à l'Anatomie, à la Botanique, à la Chimie, au détail des Arts les plus curieux. Il avoit un feu d'esprit qui devoit tout, & ce qu'il y a de plus rare, cette ardeur si active n'étoit pas volage, ni aisée à lasser, mais constante & infatigable.

M. des Billettes étant entré dans l'Académie en 1699. avec le titre de Mécanicien, nomma pour son Eleve M. Parent, qui excelloit principalement en Mécanique. On s'aperçut bientôt dans la Compagnie que toutes les différentes matières qui s'y traitent, l'intéressoient, qu'il étoit au fait de toutes, & qu'on auroit pu le choisir pour l'Eleve universel. Mais cette grande étendue de connoissances, jointe à son impetuosité naturelle, le portoit aussi à contredire assés souvent sur tout, quelquefois avec précipitation, souvent avec peu de ménagements. La recherche de la vérité demande dans l'Académie, la liberté de la contradiction, mais toute société demande dans la contradiction de certains égards, & il ne se souvenoit pas assés que l'Académie est une société. On ne laissoit pas de bien sentir son mérite au travers de ses manières, mais il falloit quelque petit effort d'équité, qu'il vaut toujours mieux épargner aux hommes.

Personne n'a tant fourni que lui à nos assemblées, & quoiqu'on traitât quelquefois avec assés de sévérité ce qu'il apportoit, il n'en paroissoit pas blessé; son peu de sensibilité à cet égard lui persuadoit peut-être que les autres lui ressembloient, & le rendoit plus hardi à s'élever contre eux. Un Critique est justifié autant qu'il peut

l'être, quand il souffre patiemment d'être imité.

On lui a reproché d'être obscur dans ses Écrits, car nous ne dissimulons rien, & nous suivons en quelque sorte une Loi de l'ancienne Égypte, où l'on discutoit devant des Juges les actions & le caractère des Morts, pour régler ce qu'on devoit à leur mémoire. Cette obscurité, qui tient assés naturellement au grand sçavoir, pouvoit venir aussi de l'ardeur d'un génie vif & bouillant. Quelquefois à la faveur de ce préjugé établi contre lui, on se dispensoit un peu facilement de chercher à l'entendre, & je sçais par expérience, que sans être fort habile on y parvenoit, quand on vouloit s'en donner la peine. Ici je ne puis m'empêcher de rapporter à son honneur, que dans une lettre écrite à son meilleur ami, deux jours avant sa mort, il me remercie de l'avoir, à ce qu'il disoit, éclairci. C'étoit convenir bien sincèrement du défaut dont on l'accusoit, & pousser bien loin la reconnoissance pour un soin médiocre que je lui devois.

On a vû dans les Volumes de l'Académie, quantité de Mémoires de lui, imprimés, & choisis assés scrupuleusement sur un nombre beaucoup plus grand de Pièces qu'il avoit apportées. Il eut raison de ne vouloir pas perdre celles qui lui demeuroient, il les fit entrer dans une espèce de Journal qu'il commença à donner en 1705, intitulé *Recherches de Mathématique & de Phisique*, & qui reparut fort augmenté en 1713. Le dessein étoit d'y rassembler, outre ce que nous venons de dire, tout ce qu'il y a de plus important dans tous les autres Journaux sur les Mathématiques & la Phisique, avec des réflexions & des remarques aussi ingénues qu'il les sçavoit faire, & d'y donner des Abregés & des Critiques détaillés des Auteurs les plus fameux. Il commençoit par Descartes, & avec justice, puisque la Philosophie a commencé par lui.

La seconde Edition des Recherches de M. Parent est en 3 volumes in-12 fort épais. Cet ouvrage est plein de bonnes choses, & n'a pas eu cependant un fort grand cours,

La prévention où l'on étoit sur le peu de clarté de l'Auteur, le peu de faveur qu'il s'attiroit par sa liberté de critiquer, le peu d'ordre des matières, ou l'ordre peu agréable, la forme incommode des volumes, car la bagatelle a son poids, tout cela, quoiqu'étranger, a pû diminuer le succès. Il n'y en a guère de si bien mérité, où il n'entre encore du bonheur.

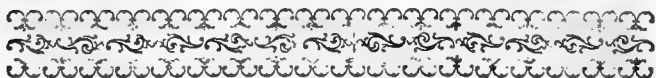
M. Parent étoit si abondant, que quoiqu'il eût ce Journal à lui, il ne laissoit pas de se répandre encore dans les autres, dans celui des Sçavants, dans celui de Trevoux, dans le Mercure. Il ne pouvoit se contenir dans ses rives. A la fin d'une *Arithmetique Théori-pratique* qu'il publia en 1714, il a donné un Catalogue de ces sortes d'Ouvrages extravasés, pour ainsi dire ; & il y a lieu d'être surpris & du nombre & de la diversité. Ce grand nombre & cette grande diversité doivent toujours faire à l'Auteur un mérite, & dans le besoin une excuse.

Il mourut de la petite verole le 26 Septembre 1716, âgé seulement de 50 ans, & sa mort fut celle d'un parfait Philosophe Chrétien. Parmi ses papiers, qui sont en assez grande quantité, & dont plusieurs sont des Traités complets, on en a trouvé d'une espece rare dans de pareils inventaires, des écrits de devotion ; la vie de ce grand Oncle à qui il devoit tant ; les Preuves de la Divinité de J. C. en quatre parties. Il a laissé M. de la Faye, Capitaine aux Gardes, & Académicien, son Exécuteur testamentaire, c'est-à-dire, maître de ses papiers.

Il avoit un grand fond de bonté, sans en avoir l'agréable superficie. Ce fond étoit encore cultivé par une piété solide & austère, conforme ou à l'esprit géométrique ou au sien. Dans une fortune très-étroite il faisoit beaucoup de charités. Quoiqu'il eût un extrême besoin de son temps, il le sacrifioit généreusement à ceux de ses Écoliers qui souhaitoient qu'il les promenât dans Paris pour voir des curiosités de Sciences, sur-tout aux Étrangers, parce qu'il s'intéressoit à la gloire de son pays. Quelques Maîtres

de Mathématiques venoient prendre de lui des leçons dont ils trafiquoient aussi-tôt. Un jour, & un seul jour de sa vie il a fait cette confidence à une personne, à qui il ne cachoit rien, mais il ne nomma pas ces prétendus Maîtres. Il n'est sorti du rang d'Eleve, qu'il avoit dans cette Académie, que par le nouveau Reglement de 1716, qui a aboli un titre trop inégal. Comme ces différens titres ne donnent pas ici beaucoup de distinction, & qu'apparemment il faisoit peu de cas de ces distinctions, quelles qu'elles puissent être, il ne parut jamais touché de l'ambition de monter à une autre place, & il consentit sans peine que l'Académie jouît long-temps de l'honneur d'avoir un pareil Eleve.





## E' L O G E

DE M. L E I B N I T Z.

**G**ODEFROY GUILLAUME LEIBNITZ naquit à Leipfic en Saxe, le 23 Juin 1646, de Frederic Leibnitz Professeur de Morale, & Greffier de l'Université de Leipfic, & de Catherine Schmuck, sa troisiéme femme, fille d'un Docteur & professeur en Droit. Paul Leibnitz son grand Oncle avoit été Capitaine en Hongrie, & ennobli pour ses services en 1600 par l'Empereur Rodolphe II, qui lui donna les Armes que M. Leibnitz portoit.

Il perdit son Pere à l'âge de six ans; & sa Mere, qui étoit une femme de mérite, eut soin de son éducation. Il ne marqua aucune inclination particulière pour un genre d'étude, plutôt que pour un autre; il se porta à tout avec une égale vivacité; & comme son Pere lui avoit laissé une assez ample Bibliothèque de Livres bien choisis, il entreprit, dès qu'il sut assez de Latin & de Grec, de les lire tous avec ordre, Poètes, Orateurs, Historiens, Jurisconsultes, Philosophes, Mathématiciens, Théologiens. Il sentit bientôt qu'il avoit besoin de secours, il en alla chercher chés tous les habiles gens de son temps, & même, quand il le fallut, assez loin de Leipfic.

Cette lecture universelle, & très-assidue, jointe à un grand génie naturel, le fit devenir tout ce qu'il avoit lû; pareil en quelque sorte aux Anciens, qui avoient l'adresse de mener jusqu'à huit Chevaux attelés de front, il mena de front toutes les Sciences. Ainsi nous sommes obligés de le partager ici, &, pour parler philosophiquement, de le

décomposer. De plusieurs Hercules l'Antiquité n'en a fait qu'un, & du seul M. Leibnitz nous ferons plusieurs Sçavants. Encore une raison qui nous détermine à ne pas suivre, comme de coutume, l'ordre Chronologique, c'est que dans les mêmes années il paroissoit de lui des Ecrits sur différentes matières; & ce mélange presque perpétuel qui ne produisoit nulle confusion dans les idées, ces passages brusques & fréquents, d'un passage à un autre tout opposé, qui ne l'embarassoient pas, mettoient de la confusion & de l'embaras dans cette Histoire.

M. Leibnitz avoit du gout & du talent pour la Poësie. Il sçavoit les bons Poëtes par cœur, & dans sa vieillesse même il auroit encore recité Virgile presque entier mot pour mot. Il avoit une fois composé en un jour, un ouvrage de 300 Vers Latins, sans se permettre une seule éllision; jeu d'esprit, mais jeu difficile. Lorsqu'en 1676. il perdit le Duc Jean Frédéric de Brunsvic son Protecteur, il fit sur sa mort un Poëme Latin, qui est son Chef-d'œuvre, & qui mérite d'être compté parmi les plus beaux d'entre les Modernes. Il ne croyoit pas, comme la plupart de ceux qui ont travaillé dans ce genre, qu'à cause qu'on fait des Vers en Latin, on est en droit de ne point penser, & de ne rien dire, si ce n'est peut-être ce que les Anciens ont dit; sa poësie est pleine de choses, ce qu'il dit lui appartient, il a la force de Lucain, mais de Lucain qui ne fait pas trop d'effort. Un morceau remarquable de ce Poëme, est celui où il parle du Phosphore dont Brandt étoit l'inventeur. Le Duc de Brunsvic excité par M. Leibnitz, avoit fait venir Brandt à sa Cour pour jouir du Phosphore, & le Poëte chante cette merveille jusques-là inouïe: *Ce feu inconnu à la Nature même, qu'un nouveau Vulcain avoit allumé dans un Antre sçavant, que l'eau conservoit & empêchoit de se rejoindre à la sphere du feu, sa Patrie, qui enseveli sous l'eau dissimuloit son être, & sortoit lumineux & brillant de ce tombeau, image de l'Ame immortelle & heureuse, &c.* Tout ce que la Fable, tout ce que

l'Histoire sainte ou prophane peuvent fournir qui ait rapport au Phosphore, tout est employé, le larcin de Prométhée, la Robe de Médée, le visage lumineux de Moïse, le feu que Jérémie ensoûit quand les Juifs furent emmenés en captivité, les Vestales, les Lampes sépulcrales, le combat des Prêtres Égyptiens & Perses; & quoiqu'il semble qu'en voilà beaucoup, tout cela n'est point entassé, un ordre fin & adroit donne à chaque chose une place qu'on ne lui sçauroit ôter, & les différentes idées qui se succèdent rapidement, ne se succèdent qu'à propos. M. Leibnitz faisoit même des Vers François, mais il ne réussissoit pas dans la Poësie Allemande. Notre préjugé pour notre Langue, & l'estime qui est dûe à ce Poète, nous pourroient faire croire que ce n'étoit pas tout-à-fait sa faute.

Il étoit très-profond dans l'Histoire, & dans les Intérêts des Princes, qui en sont le résultat politique. Après que Jean Casimir Roi de Pologne eut abdiqué la Couronne en 1668, Philippe-Guillaume de Neubourg Comte Palatin fut un des Prétendants, & M. Leibnitz fit un Traité sous le nom supposé de *George Ulicovius*, pour prouver que la Republique ne pouvoit faire un meilleur choix. Cet Ouvrage eut beaucoup d'éclat, l'Auteur avoit 22 ans.

Quand on commença à traiter de la paix de Nimègue; il y eut des difficultés sur le Cérémonial à l'égard des Princes libres de l'Empire, qui n'étoient pas Electeurs; on ne vouloit pas accorder à leurs Ministres les mêmes titres, & les mêmes traitements, qu'à ceux des Princes d'Italie, tels que sont les Ducs de Modene ou de Mantouë. M. Leibnitz publia en leur faveur un Livre intitulé *Cesarini Fursfenerii De Jure Suprematus ac Legationis Principum Germaniæ*, qui parut en 1677. Le faux nom qu'il se donne, signifie qu'il étoit, & dans les intérêts de l'Empereur, & dans ceux des Princes, & qu'en soutenant leur dignité il ne nuisoit point à celle du Chef de l'Empire. Il avoit effectivement sur la dignité Imperiale, une idée qui  
ne



ne pouvoit déplaire qu'aux autres Potentats. Il prétendoit que tous les Etats Chrétiens, du moins ceux d'Occident, ne font qu'un corps, dont le Pape est le Chef spirituel, & l'Empereur le Chef temporel, qu'il appartient à l'un & à l'autre une certaine juridiction universelle, que l'Empereur est le General né, le Défenseur, l'*Advoüé* de l'Eglise, principalement contre les Infideles, & que de-là lui vient le titre de sacrée Majesté, & à l'Empire celui de saint Empire; & que quoi-que tout cela ne soit pas de droit divin, c'est une espece de Système politique formé par le consentement des peuples, & qu'il seroit à souhaiter qui subsistât en son entier. Il en tire des consequences avantageuses pour les Princes libres d'Allemagne, qui ne tiennent pas beaucoup plus à l'Empereur que les Rois eux-mêmes n'y devroient tenir. Du moins il prouve très fortement que leur souveraineté n'est point diminuée par l'espece de dépendance où ils sont, ce qui est le but de tout l'ouvrage. Cette Republique Chrétienne dont l'Empereur & le Pape sont les Chefs n'auroit rien d'étonnant, si elle étoit imaginée par un Allemand Catholique, mais elle l'étoit par un Lutherien; l'esprit de système qu'il possédoit au souverain degré avoit bien prévalu à l'égard de la Religion sur l'esprit de parti.

Le Livre du faux *Cesarinus Furstenerius* contient non seulement une infinité de faits remarquables, mais encore quantité de petits faits qui ne regardent que les titres & les cérémonies, assés souvent négligés par les plus sçavants en Histoire. On voit que M. Leibnitz dans sa vaste lecture ne méprisoit rien, & il est étonnant à combien de Livres mediocres & presque absolument inconnus il avoit fait la grace de les lire. Mais il l'est sur-tout qu'il ait pû mettre autant d'esprit philosophique dans une matiere si peu philosophique. Il pose des définitions exactes, qui le privent de l'agréable liberté d'abuser des termes dans les occasions, il cherche des points fixes & en trouve dans les choses du monde les plus inconstantes & les plus sujettes au caprice

des hommes ; il établit des rapports & des proportions , qui plaisent autant que des figures de Rhetorique , & persuadent mieux. On sent qu'il se tient presque à regret dans les détails où son sujet l'enchaîne , & que son esprit prend son vol, dès qu'il le peut , & s'élève aux vûes generales. Ce Livre fut fait & imprimé en Hollande , & réimprimé d'abord en Allemagne jusqu'à quatre fois.

Les Princes de Brunsvic le destinerent à écrire l'Histoire de leur Maison. Pour remplir ce grand dessein , & ramasser les materiaux necessaires , il courut toute l'Allemagne , visita toutes les anciennes Abbayes , fouilla dans les Archives des Villes , examina les Tombeaux & les autres Antiquités , & passa de-là en Italie , où les Marquis de Toscane , de Ligurie & d'Est , sortis de la même origine que les Princes de Brunsvic , avoient eu leurs Principautés & leurs Domaines. Comme il alloit par Mer dans une petite Barque seul & sans aucune suite de Venise à Mesola dans le Ferrarois , il s'éleva une furieuse tempête , & le Pilote qui ne croyoit pas être entendu par un Allemand & qui le regardoit comme la cause de la tempête , parce qu'il le jugeoit heretique , proposa de le jeter à la Mer , en conservant néanmoins ses hardes & son argent. Sur cela M. Leibnitz sans marquer aucun trouble tira un Chapelet , qu'apparemment il avoit pris par précaution , & le tourna d'un air assés devot. Cet artifice lui réussit , un Marinier dit au Pilote que puisque cet homme-là n'étoit pas heretique , il n'étoit pas juste de le jeter à la Mer.

Il fut de retour de ses voyages à Hanovre en 1690. Il avoit fait une abondante récolte , & plus abondante qu'il n'étoit necessaire pour l'Histoire de Brunsvic , mais une sçavante avidité l'avoit porté à prendre tout. Il fit de son superflu un ample Recueil dont il donna le premier Volume in folio en 1693 sous le titre de *Codex Juris Gentium Diplomaticus*. Il l'appelle *Code du Droit des Gens* , parce qu'il ne contenoit que des Actes faits par des Nations , ou en leur nom , des Declarations de guerre , des Manifestes ,

des Traités de Paix ou de Trêve, des Contrats de Mariage de Souverains, &c. & que comme les Nations n'ont de Loix entre elles que celles qu'il leur plaît de se faire, c'est dans ces sortes de Pièces qu'il faut les étudier. Il mit à la tête de ce Volume une grande Préface bien écrite & encore mieux pensée. Il y fait voir que les Actes de la nature de ceux qu'il donne sont les véritables sources de l'Histoire autant qu'elle peut être connue, car il sçait bien que tout le fin nous en échappe, que ce qui a produit ces Actes publics, & mis les hommes en mouvement, ce sont une infinité de petits ressorts cachés, mais très puissants, quelquefois inconnus à ceux mêmes qu'ils font agir, & presque toujours si disproportionnés à leurs effets, que les plus grands événements en feroient deshonorés. Il rassemble les traits d'Histoire les plus singuliers que ses Actes lui ont découverts, & il en tire des conjectures nouvelles & ingénieuses sur l'origine des Electeurs de l'Empire fixés à un nombre. Il avoué que tant de Traités de Paix si souvent renouvelés entre les mêmes Nations, sont leur honte, & il approuve avec douleur l'Enseigne d'un Marchand Hollandois, qui ayant mis pour titre *A la Paix perpetuelle*, avoit fait peindre dans le Tableau un Cimetiere.

Ceux qui sçavent ce que c'est que de déchiffrer ces anciens Actes, de les lire, d'en entendre le stile barbare, ne diront pas que M. Leibnitz n'a mis du sien dans le *Codex Diplomaticus* que sa belle Préface. Il est vrai qu'il n'y a que ce morceau qui soit de genie, & que le reste n'est que de travail & d'érudition, mais on doit être fort obligé à un homme tel que lui, quand il veut bien pour l'utilité publique faire quelque chose qui ne soit pas de genie.

En 1700 parut un supplément de cet Ouvrage sous le titre de *Mantissa Codicis Juris Gentium Diplomatici*. Il y a mis aussi une Préface où il donne à tous les Sçavants qui lui avoient fourni quelques Pièces rares des louanges dont on sent la sincérité. Il remercie même M. Toinard de l'avoir averti d'une faute dans son premier Volume, où

il avoit confondu avec le fameux Christophle Colomp un Guillaume de Caseneuve surnommé *Coulomp*, Vice-Amiral sous Louïs XI, erreur si legere & si excusable, que l'aveu n'en seroit guere glorieux sans une infinité d'exemples contraires.

Enfin il commença à mettre au jour en 1707 ce qui avoit rapport à l'Histoire de Brunsvic, & ce fut le premier Volume in folio, *Scriptorum Brunsvicensia illustrantium*: Recueil de Pièces originales qu'il avoit presque toutes dérochées à la poussiere & aux vers, & qui doivent faire le fondement de son Histoire. Il rend compte dans la Préface de tous les Auteurs qu'il donne, & des Pièces qui n'ont point de noms d'Auteurs, & en porte des jugemens dont il n'y a pas d'apparence que l'on appelle.

Il avoit fait sur l'Histoire de ces temps-là deux découvertes principales opposées à deux opinions fort établies.

On croit que de simples Gouverneurs de plusieurs grandes Provinces du vaste Empire de Charlemagne étoient devenus dans la suite des Princes hereditaires, mais M. Leibnitz soutient qu'ils l'avoient toujours été, & par-là ennoblit encore les origines des plus grandes Maisons. Il les enfonce davantage dans cet abîme du passé, dont l'obscurité leur est si précieuse.

Le dix & le onzième siècle passent pour les plus barbares du Christianisme, mais il prétend que ce sont le treize & le quatorze, & qu'en comparaison de ceux-ci le dixième fut un siècle d'or, du moins pour l'Allemagne. *Au milieu du douze on discernoit encore le vrai d'avec le faux, mais ensuite les fables renfermées auparavant dans les Cloîtres & dans les Legendes se débordèrent impetueusement, & inonderent tout.* Ce sont à peu-près ses propres termes. Il attribue la principale cause du mal à des gens, qui étant pauvres par institut, inventoient par necessité. Ce qu'il y a de plus étonnant, c'est que les bons Livres n'étoient pas encore alors totalement inconnus. Gervais de Tilbury, que M. Leibnitz donne pour un échantillon du treizième

siècle étoit assez versé dans l'Antiquité soit profane, soit ecclésiastique, & n'en est pas moins grossièrement ni moins hardiment romanefque. Après les faits dont il a été témoin oculaire, l'Auteur d'Amadis pouvoit soutenir aussi que son Livre étoit historique. Un homme de la trempe de M. Leibnitz, qui est dans l'étude de l'Histoire, en sçait tirer de certaines réflexions generales, élevées au dessus de l'Histoire même, & dans cet amas confus & immense de faits, il démêle un ordre, & des liaisons délicates, qui n'y sont que pour lui. Ce qui l'intéresse le plus, ce sont les Origines des Nations, de leurs Langues, de leurs Mœurs, de leurs Opinions, sur-tout l'Histoire de l'Esprit humain, & une succession de pensées qui naissent dans les Peuples les unes après les autres, ou plutôt les unes des autres, & dont l'enchaînement bien observé pourroit donner lieu à des especes de propheties.

En 1710 & 1711 parurent deux autres Volumes, *Scriptorum Brunsvicentia illustrantium*, & enfin devoit suivre l'Histoire qui n'a point paru, & dont voici le plan.

Il la faisoit précéder par une Dissertation sur l'état de l'Allemagne, tel qu'il étoit avant toutes les Histoires, & qu'on le pouvoit conjecturer par les monuments naturels, qui en étoient restés, des Coquillages petrifiés dans les Terres, des Pierres où se trouvent des empreintes de Poissons ou de Plantes, & même de Poissons & de Plantes qui ne sont pas du Pays, Medailles incontestables du Déluge. De-là il passoit aux plus anciens Habitants dont on ait memoire, aux differents Peuples qui se sont succedés les uns aux autres dans ces Pays, & traitoit de leurs Langues, & du mélange de ces Langues autant qu'on en peut juger par les Etimologies, seuls monuments en ces matieres. Ensuite les Origines de Brunsvic commençoient à Charlemagne en 769, & se continuoient par les Empereurs descendus de lui, & par cinq Empereurs de la Maison de Brunsvic, Henri I l'Oiseleur, les trois Othons & Henri II où elles finissoient en 1025. Cet espace de temps compre-

noit les Antiquités de la Saxe par la Maison de Witikind ; celles de la haute Allemagne par la Maison Guelfe , celles de la Lombardie par la Maison des Ducs ou Marquis de Toscane & de Ligurie. De tous ces anciens Princes sont fortis ceux de Brunsvic. Après ces Origines venoit la Genealogie de la Maison Guelfe ou de Brunsvic , avec une courte mais exacte Histoire jusqu'au temps present. Cette Genealogie étoit accompagnée de celles des autres grandes Maisons , de la Maison Gibelline , d'Autriche ancienne & nouvelle , de Baviere , &c. M. Leibnitz avançoit , & il étoit trop sçavant pour être présomptueux , que jusqu'à present on n'avoit rien vû de pareil sur l'Histoire du moyen âge , qu'il avoit porté une lumiere toute nouvelle dans ces Siècles couverts d'une obscurité effrayante , & réformé un grand nombre d'erreurs , ou levé beaucoup d'incertitudes. Par exemple , cette Papeſſe Jeanne établie d'abord par quelques-uns , détruite par d'autres , ensuite rétablie , il la détruiſoit pour jamais , & il trouvoit que cette Fable ne pouvoit s'être foutenuë qu'à la faveur des tenebres de la Cronologie qu'il diſſipoit.

Dans le cours de ſes recherches il prétendit avoir découvert la veritable origine des François , & en publia une diſſertation en 1716. L'illuſtre P. de Tournemine Jeſuite attaqua ſon ſentiment , & en ſoutint un autre avec toute l'érudition qu'il falloir pour combattre un Adverſaire auſſi ſçavant , & avec toute cette hardieſſe qu'un grand Adverſaire approuve. Nous n'entrerons point dans cette queſtion , elle étoit même aſſés indifferente ſelon la réſlexion polie du P. de Tournemine , puisſque de quelque façon que ce fût les François étoient compatriotes de M. Leibnitz.

M. Leibnitz étoit grand Jurisconſulte. Il étoit né dans le ſein de la Jurisprudence , & cette ſcience eſt plus cultivée en Allemagne qu'en aucun autre Pays. Ses premieres études furent principalement tournées de ce côté-là , la vigueur naiſſante de ſon eſprit y fut employée. A l'âge de 20 ans il voulut ſe faire paſſer Docteur en Droit à Leip-

fic, mais le Doyen de la Faculté, poussé par sa femme, le refusa sous le pretexte de sa jeunesse. Cette même jeunesse lui avoit peut-être attiré la mauvaise humeur de la femme du Doyen. Quoi-qu'il en soit, il fut vangé de sa Patrie par l'applaudissement general avec lequel il fut reçu Docteur la même année à Altorf dans le territoire de Nuremberg. La These qu'il soutint étoit *De Casibus perplexis in Jure*. Elle fut imprimée dans la suite avec deux autres petits Traités de lui, *Specimen Encyclopædiæ in Jure*, seu *Questiones Philosophiæ amœniore ex Jure collectæ & Specimen certitudinis seu demonstrationum in Jure exhibitum in doctrina conditionum*. Il sçavoit déjà rapprocher les différentes Sciences, & tirer des lignes de communication des unes aux autres.

A l'âge de 22 ans, qu'il est l'Epoque que nous avons déjà marquée pour le Livre de *George Ulicovius*, il dédia à l'Electeur de Mayence, Jean Philippe de Schomborn, une nouvelle Methode d'apprendre & d'enseigner la Jurisprudence. Il y ajoûtoit une Liste de ce qui manque encore au Droit, *Catalogum desideratorum in Jure*, & promettoit d'y suppléer. Dans la même année il donna son projet pour reformer tout le Corps du Droit, *Corporis Juris reconcinandi ratio*. Les différentes matieres du Droit sont effectivement dans une grande confusion, mais sa tête en les recevant les avoit arrangées, elles s'étoient refonduës dans cet excellent moule. & elles auroient beaucoup gagné à reparoître sous la forme qu'elles y avoient prise.

Quand il donna les deux Volumes de son *Codex Diplomaticus*, il ne manqua pas de remonter aux premiers principes du Droit naturel & du Droit des Gens. Le point de vûe où il se plaçoit étoit toujours fort élevé, & de-là il découvroit toujours un grand Pays dont il voyoit tout le détail d'un coup d'œil. Cette Theorie generale de Jurisprudence, quoi-que fort courte, étoit si étendue, que la question du Quietisme, alors fort agitée en France, s'y trouvoit naturellement dès l'entrée, & la décision de M.

Leibnitz fut conforme à celle du Pape.

Nous voici enfin arrivés à la partie de son merite qui interesse le plus cette Compagnie, il étoit excellent Philosophe & Mathematicien. Tout ce que renferment ces deux mots, il l'étoit.

Quand il eut été reçu Docteur en Droit à Altorf, il alla à Nuremberg pour y voir des Sçavants. Il apprit qu'il y avoit dans cette Ville une Societé fort cachée de gens qui travailloient en Chimie, & cherchoient la Pierre Philosophale. Aussi-tôt le voilà possédé du desir de profiter de cette occasion pour devenir Chimiste, mais la difficulté étoit d'être initié dans les Mysteres. Il prit des Livres de Chimie, en rassembla les expressions les plus obscures, & qu'il entendoit le moins, en composa une Lettre inintelligible pour lui-même, & l'adressa au Directeur de la Societé secrete, demandant à y être admis sur les preuves qu'il donnoit de son grand sçavoir. On ne douta point que l'Auteur de la Lettre ne fût un *Adepte* ou à peu près, il fut reçu avec honneur dans le Laboratoire, & prié d'y faire les fonctions de Secrétaire. On lui offrit même une pension. Il s'instruisit beaucoup avec eux pendant qu'ils croyoient s'instruire avec lui, apparemment il leur donnoit pour des connoissances acquises par un long travail les vûes que son genie naturel lui fournissoit, & enfin il paroît hors de doute que quand ils l'auroient reconnu, ils ne l'auroient pas chassé.

En 1670 M. Leibnitz âgé de 24 ans se déclara publiquement Philosophe dans un Livre dont voici l'Histoire.

Marius Nizolius de Bersello dans l'Etat de Modene publia en 1553 un Traité *De veris Principiis, & vera ratione Philosophandi contra Pseudophilosophos*. Les faux Philosophes étoient tous les Scholastiques passés & présents, & Nizolius s'élevoit avec la dernière hardiesse contre leurs idées monstrueuses, & leur langage barbare, jusque-là qu'il traitoit Saint Thomas lui-même de Borgne entre des Aveugles. La longue & constante admiration qu'on a eüe pour Aristote



Aristote ne prouve, disoit-il, que la multitude des sots, & la durée de la sottise. La bile de l'Auteur étoit encore animée par quelques contestations particulieres avec les Aristoteliciens.

Ce Livre qui dans le temps où il parut n'avoit pas dû être indifférent, étoit tombé dans l'oubli, soit parce que l'Italie avoit eu intérêt à l'étouffer, & qu'à l'égard des autres Pays ce qu'il avoit de vrai n'étoit que trop clair, & trop prouvé, soit parce qu'effectivement la dose des paroles y est beaucoup trop forte par rapport à celle des choses. M. Leibnitz jugea à propos de le mettre au jour avec une Préface & des Notes.

La Préface annonce un Editeur & un Commentateur d'une espece fort singuliere. Nul respect aveugle pour son Auteur, nulles raisons forcées pour en relever le merite, ou pour en couvrir les défauts. Il le loue, mais seulement par la circonstance du temps où il a écrit, par le courage de son entreprise, par quelques verités qu'il a apperçûes, mais il y reconnoît de faux raisonnemens & des vûes imparfaites, il le blâme de ses excès & de ses emportemens à l'égard d'Aristote, qui n'est pas coupable des rêveries de ses prétendus Disciples, & même à l'égard de Saint Thomas, dont la gloire pouvoit n'être pas si chere à un Lutherien. Enfin il est aisé de s'appercevoir que le Commentateur doit avoir un merite fort indépendant de celui de l'Auteur original.

Il paroît aussi qu'il avoit lû des Philosophes sans nombre. L'Histoire des Pensées des hommes, certainement curieuse par le spectacle d'une variété infinie, est aussi quelquefois instructive. Elle peut donner de certaines idées détournées du chemin ordinaire que le plus grand esprit n'auroit pas produites de son fonds, elle fournit des matériaux de pensées, elle fait connoître les principaux écueils de la raison humaine, marque les routes les plus sûres, &, ce qui est plus considérable, elle apprend aux plus grands genres qu'ils ont eu des pareils, & que leurs pareils se sont

trompés. Un Solitaire peut s'estimer davantage que ne fera celui qui vit avec les autres & qui s'y compare.

M. Leibnitz avoit tiré ce fruit de sa grande lecture, qu'il en avoit l'esprit plus exercé à recevoir toutes sortes d'idées, plus susceptible de toutes les formes, plus accessible à ce qui lui étoit nouveau, & même opposé, plus indulgent pour la foiblesse humaine, plus disposé aux interpretations favorables, & plus industrieux à les trouver. Il donna une preuve de ce caractère dans une Lettre de *Aristotele Recentioribus reconciliabili*, qu'il imprima avec le Nizolius. Là il ose parler avantageusement d'Aristote, quoi-que ce fût une mode assés generale que de le décrier, & presque un titre d'esprit. Il va même jusqu'à dire qu'il approuve plus de choses dans ses ouvrages que dans ceux de Descartes. Ce n'est pas qu'il ne regardât la Philosophie corpusculaire ou mécanique comme la seule legitime, mais on n'est pas Cartesien pour cela, & il prétendoit que le veritable Aristote, & non pas celui des Scholastiques, n'avoit pas connu d'autre Philosophie. C'est par-là qu'il fait la reconciliation. Il ne le justifie que sur les principes generaux, l'essence de la matiere, le mouvement, &c. mais il ne touche point à tout le détail immense de la Physique, sur quoi il semble que les Modernes feroient bien genereux, s'ils vouloient se mettre en communauté de biens avec Aristote.

Dans l'année qui suivit celle de l'Edition de Nizolius, c'est-à-dire en 1671, âgé de vingt-cinq ans, il publia deux petits Traités de Physique, *Theoria Motus abstracti*, dédié à l'Academie des Sciences, & *Theoria Motus concreti*, dédié à la Societé Royale de Londres. Il semble qu'il ait craint de faire de la jalousie.

Le premier de ces Traités est une Theorie très subtile & presque toute neuve du mouvement en general. Le second est une application du premier à tous les Phenomenes. Tous deux ensemble font une Physique generale complete. Il dit lui-même qu'il croit que son *Système réunit*

*Et concilie tous les autres, supplée à leurs imperfections, étend leurs bornes, éclaireit leurs obscurités, Et que les Philosophes n'ont plus qu'à travailler de concert sur les principes, Et à descendre dans des explications plus particulieres, qu'ils porteront dans le Tresor d'une solide Philosophie.* Il est vrai que ses idées sont simples, étenduës, vastes. Elles partent d'abord d'une grande universalité, qui est comme le Tronc, & ensuite se divisent, se subdivisent, & , pour ainsi dire, se ramifient presque à l'infini, avec un agrément inexprimable pour l'esprit, & qui aide à la persuasion. C'est ainsi que la Nature pourroit avoir pensé.

Dans ces deux Ouvrages, il admettoit du Vuide, & regardoit la matiere comme une simple étenduë absolument indifferente au mouvement & au repos ; il a depuis changé de sentiment sur ces deux points. A l'égard du dernier, il étoit venu à croire que pour découvrir l'essence de la matiere il falloit aller au de-là de l'étenduë, & y concevoir une certaine force qui n'est plus une simple grandeur geometrique. C'est la fameuse & obscure Entelechie d'Aristote, dont les Scholastiques ont fait les Formes substantielles, & toute substance a une force selon sa nature. Celle de la matiere est double, une tendance naturelle au mouvement, & une résistance au mouvement imprimé d'ailleurs. Un Corps peut paroître en repos, parce que l'effort qu'il fait pour se mouvoir est réprimé ou contrebalancé par les corps environnans, mais il n'est jamais réellement ou absolument en repos, parce qu'il n'est jamais sans cet effort pour se mouvoir.

Descartes avoit vû très ingénieusement que malgré les chocs innombrables des corps, & les distributions inégales de mouvement, qui se font sans cesse des uns aux autres, il devoit y avoir au fond de tout cela quelque chose d'égal, de constant, de perpetuel, & il a crû que c'étoit la quantité de mouvement, dont la mesure est le produit de la masse par la vitesse. Au lieu de cette quantité de mouvement M. Leibnitz mettoit la force, dont la mesure

est le produit de la masse par les hauteurs auxquelles cette force peut élever un corps pesant , or ces hauteurs sont comme les quarrés des vitesses. Sur ce principe il prétendoit établir une nouvelle *Dynamique* , ou Science des forces , & il foutenoit que de celui de Descartes s'ensuivoit la possibilité du Mouvement perpetuel artificiel , ou d'un effet plus grand que sa cause , consequence qui ne se peut digerer ni en *Mechanique* ni en *Metaphisique*.

Il fut fort attaqué par les Cartesiens , sur-tout par M<sup>rs</sup>. l'Abbé Catelan & Papin. Il répondit avec vigueur , cependant il ne paroît pas que son sentiment ait prévalu : la matiere est demeurée sans force , du moins active , & l'Entelechie sans application & sans usage. Si M. Leibnitz ne l'a pas rétablie , il n'y a guere d'apparence qu'elle se releve jamais.

Il avoit encore sur la Phisique generale une pensée particuliere , & contraire à celle de Descartes. Il croyoit que les causes finales pouvoient quelquefois être employées ; par exemple , que le rapport des sinus d'incidence & de refraction étoit constant , parce que Dieu vouloit qu'un Rayon qui doit se détourner allât d'un point à un autre par deux chemins , qui pris ensemble lui fissent employer moins de tems que tous les autres chemins possibles , ce qui est plus conforme à la souveraine Sagesse. La puissance de Dieu a fait tout ce qui peut être de plus grand , & sa Sagesse tout ce qui peut être de mieux ou de meilleur , l'Univers n'est que le résultat total , la combinaison perpetuelle , le mélange intime de ce plus grand & de ce meilleur , & on ne peut le connoître qu'en connoissant les deux ensemble. Cette idée , qui est certainement grande & noble , & digne de l'objet , demanderoit dans l'application une extrême dextérité , & des ménagements infinis. Ce qui appartient à la Sagesse du Créateur semble être encore plus au dessus de notre foible portée , que ce qui appartient à sa puissance.

Il seroit inutile de dire que M. Leibnitz étoit un Ma-

thématicien du premier ordre, c'est par-là qu'il est le plus généralement connu. Son nom est à la tête des plus sublimes Problèmes qui ayent été résolus de nos jours, & il est mêlé dans tout ce que la Geometrie Moderne a fait de plus grand, de plus difficile & de plus important. Les Actes de Leipsic, les Journaux des Sçavants, nos Histoires sont pleines de lui en tant que Geometre. Il n'a publié aucun corps d'ouvrage de Mathematique, mais seulement quantité de Morceaux détachés, dont il auroit fait des Livres s'il avoit voulu, & dont l'esprit & les vûes ont servi à beaucoup de Livres. Il disoit qu'il aimoit à voir croître dans les Jardins d'autrui des Plantes dont il avoit fourni les Graines. Ces Graines sont souvent plus à estimer que les Plantes même, l'Art de découvrir en Mathematique est plus précieux que la plupart des choses qu'on découvre.

L'Histoire du Calcul differentiel ou des Infiniment petits suffira pour faire voir quel étoit son genie. On sçait que cette découverte porte nos connoissances jusque dans l'Infini, & presque au-delà des bornes prescrites à l'Esprit humain, du moins infiniment au-delà de celles où étoit renfermée l'ancienne Geometrie. C'est une Science toute nouvelle, née de nos jours, très étendue, très subtile & très sûre. En 1684 M. Leibnitz donna dans les Actes de Leipsic les Regles du Calcul differentiel, mais il en cacha les démonstrations. Les illustres Freres Bernoulli les trouverent quoi-que fort difficiles à découvrir, & s'exercerent dans ce Calcul avec un succès surprenant. Les solutions les plus élevées, les plus hardies & les plus inespérées naissoient sous leurs pas. En 1687 parut l'admirable Livre de M. Neuton *Des Principes Mathematiques de la Philosophie naturelle*, qui étoit presque entierement fondé sur ce même Calcul, desorte que l'on crut communément que M. Leibnitz & lui l'avoient trouvé chacun de leur côté par la conformité de leurs grandes lumieres.

Ce qui aidait encore à cette opinion, c'est qu'ils ne se

rencontroient que sur le fond des choses, ils leur donnoient des noms differents, & se servoient de differents caracteres dans leur calcul. Ce que M. Neuton appelloit *Fluxions* M. Leibnitz l'appelloit *Differences*, & le caractere par lequel M. Leibnitz marquoit l'Infiniment petit étoit beaucoup plus commode & d'un plus grand usage que celui de M. Neuton. Aussi ce nouveau calcul ayant été avidement reçu par toutes les Nations sçavantes, les noms & les caracteres de M. Leibnitz ont prévalu par-tout, horsmis en Angleterre. Cela même faisoit quelque effet en faveur de M. Leibnitz, & eût accoutumé insensiblement les Geometres à le regarder comme seul ou principal Inventeur.

Cependant ces deux grands Hommes sans se rien disputer jouïssent du glorieux spectacle des progrès qu'on leur devoit, mais cette paix fut enfin troublée. En 1699 M. Fatio ayant dit dans son Ecrit sur la *Ligne de la plus courte Descente*, qu'il étoit obligé de reconnoître M. Neuton pour le premier Inventeur du Calcul Differentiel, & de plusieurs années le premier, & qu'il laissoit à juger si M. Leibnitz second Inventeur avoit pris quelque chose de lui, cette distinction si nette de premier & de second Inventeur, & ce soupçon qu'on insinuoit, exciterent une contestation entre M. Leibnitz soutenu des Journalistes de Leipsic, & les Geometres Anglois déclarés pour M. Neuton, qui ne paroïssoit point sur la Scene. Sa gloire étoit devenue celle de la Nation, & ses partisans n'étoient que de bons Cytoyens, qu'il n'avoit pas besoin d'animer. Les Ecrits se sont succédé lentement de part & d'autre, peut-être à cause de l'éloignement des lieux, mais la contestation ne laissoit pas de s'échauffer toujours, & enfin elle vint au point qu'en 1711 M. Leibnitz se plaignit à la Societé Royale de ce que M. Keill l'accusoit d'avoir donné sous d'autres noms & d'autres caracteres le Calcul des Fluxions inventé par M. Neuton. Il soutenoit que personne ne sçavoit mieux que M. Neuton qu'il ne lui avoit

rien dérobé, & il demandoit que M. Keill defavouât publiquement le mauvais sens que pouvoient avoir ses paroles.

La Societé établie Juge du procès nomma des Commissaires pour examiner toutes les anciennes Lettres de sçavants Mathematiciens que l'on pouvoit retrouver, & qui regardoient cette matiere. Il y en avoit des deux parties. Après cet examen, les Commissaires trouverent qu'il ne paroissoit pas que M. Leibnitz eût rien connu du Calcul Differentiel ou des Infiniment petits avant une Lettre de M. Neuton écrite en 1672, qui lui avoit été envoyée à Paris, & où la Methode des Fluxions étoit assés expliquée pour donner toutes les ouvertures necessaires à un homme aussi intelligent; que même M. Neuton avoit inventé sa Methode avant 1669, & par consequent 15 ans avant que M. Leibnitz eût rien donné sur ce sujet dans les Actes de Leipsic, & de-là ils concluoient que M. Keill n'avoit nullement calomnié M. Leibnitz.

La Societé a fait imprimer ce Jugement avec toutes les Pièces qui y appartenoient sous le Titre de *Commercium Epistolicum de Analyfi promota*, 1712. On l'a distribué par toute l'Europe, & rien ne fait plus d'honneur au Siftême des Infiniment petits que cette jalousie de s'en assurer la découverte, dont toute une Nation si sçavante est possédée; car encore une fois M. Neuton n'a point paru, soit qu'il se soit reposé de sa gloire sur des Compatriotes assés vifs, soit, comme on le peut croire d'un aussi grand homme, qu'il soit superieur à cette gloire même.

M. Leibnitz ou ses amis n'ont pas pû avoir la même indifference; il étoit accusé d'un vol, & tout le *Commercium Epistolicum* ou le dit nettement, ou l'insinuë. Il est vrai que ce vol ne peut avoir été que très subtil, & qu'il ne faudroit pas d'autre preuve d'un grand genie que de l'avoir fait, mais enfin il vaut mieux ne l'avoir pas fait, & par rapport au genie & par rapport aux mœurs.

Après que le jugement d'Angleterre fut public, il parut un Ecrit d'une seule feuille volante du 29 Juillet 1713.

il est pour M. Leibnitz qui étant alors à Vienne, ignoroit ce qui se passoit. Il est très vif, & soutient hardiment que le Calcul des Fluxions n'a point précédé celui des Differences, & insinuë même qu'il pourroit en être né.

Le détail des preuves de part & d'autre seroit trop long, & ne pourroit même être entendu sans un Commentaire infiniment plus long, qui entreroit dans la plus profonde Geometrie.

M. Leibnitz avoit commencé à travailler à un *Commercium Mathematicum*, qu'il devoit opposer à celui d'Angleterre. Ainsi quoi-que la Societé Royale puisse avoir bien jugé sur les pieces qu'elle avoit, elle ne les avoit donc pas routes, & jusqu'à ce qu'on ait vû celles de M. Leibnitz, l'équité veut que l'on suspende son jugement.

En general il faut des preuves d'une extrême évidence pour convaincre un homme tel que lui d'être Plagiaire le moins du monde, car c'est-là toute la question. M. Neuton est certainement inventeur, & sa gloire est en sûreté.

Les gens riches ne dérobent pas, & combien M. Leibnitz l'étoit-il ?

Il a blâmé Descartes de n'avoir fait honneur ni à Kepler de la cause de la Pesanteur tirée des forces centrifuges, & de la découverte de l'égalité des Angles d'incidence & de réflexion, ni à Snellius du rapport constant des Sinus des angles d'incidence & de réfraction : *Petits artifices*, dit-il, *qui lui ont fait perdre beaucoup de veritable gloire auprès de ceux qui s'y connoissent*. Auroit-il negligé cette gloire qu'il connoissoit si bien ? Il n'avoit qu'à dire d'abord ce qu'il devoit à M. Neuton, il lui en restoit encore une fort grande sur le fond du sujet, & il y gagnoit de plus celle de l'aveu.

Ce que nous supposons qu'il eût fait dans cette occasion, il l'a fait dans une autre. L'un de M<sup>rs</sup>. Bernoulli ayant voulu conjecturer quelle étoit l'histoire de ses meditations mathematiques, il l'expose naïvement dans le mois de Septembre 1691 des Actes de Leipsic. Il dit qu'il étoit encore entierement neuf dans la profonde Geometrie  
étant



étant à Paris en 1672, qu'il y connut l'illustre M. Huguens qui étoit après Galilée & Descartes celui à qui il devoit le plus en ces matieres, que la lecture de son Livre de *Horologio Oscillatorio*, jointe à celle des ouvrages de Pascal & de Gregoire de saint Vincent, lui ouvrit tout d'un coup l'esprit, & lui donna des vûes qui étonnerent lui-même, & tous ceux qui sçavoient combien il étoit encore neuf, qu'aussi-tôt il s'offrit à lui un grand nombre de Theorèmes qui n'étoient que des Corollaires d'une Methode nouvelle, & dont il trouva depuis une partie dans les ouvrages de Gregori, de Barrou, & de quelques autres; qu'enfin il avoit penetré jusqu'à des sources plus éloignées & plus fecondes, & avoit soumis à l'Analyse ce qui ne l'avoit jamais été. C'est son Calcul dont il parle. Pourquoi dans cette histoire qui paroît si sincere, & si exempte de vanité, n'auroit-il pas donné place à M. Newton? Il est plus naturel de croire que ce qu'il pouvoit avoir vû de lui en 1672 il ne l'avoit pas entendu aussi finement qu'il en est accusé, puisqu'il n'étoit pas encore grand Geometre.

Dans la Theorie du mouvement abstrait qu'il dédia à l'Academie en 1671, & avant que d'avoir encore rien vû de M. Newton, il pose déjà des Infiniment petits plus grands les uns que les autres. C'est-là une des Clefs du Siftème, & ce principe ne pouvoit guere demeurer sterile entre ses mains.

Quand le Calcul de M. Leibnitz parut en 1684, il ne fut point reclamé, M. Newton ne le revendiqua point dans son beau Livre qui parut en 1687; il est vrai qu'il a la generosité de ne le revendiquer pas non plus à present, mais ses amis plus zelés que lui pour ses interêts auroient pû agir en sa place, comme ils agissent aujourd'hui. Dans tous les Actes de Leipzig M. Leibnitz est en une possession paisible & non interrompue de l'invention du Calcul differentiel. Il y déclare même que M<sup>rs</sup>. Bernoulli l'avoient si heureusement cultivé qu'il leur appartenoit autant qu'à

lui. C'est-là un Acte de propriété, & en quelque sorte de souveraineté.

On ne sent aucune jalousie dans M. Leibnitz. Il excite tout le monde à travailler; il se fait des Concurrents, s'il peut; il ne donne point de ces louanges bassement circonspcctes qui craignent d'en trop dire, il se plaît au merite d'autrui, tout cela n'est pas d'un Plagiaire. Il n'a jamais été soupçonné de l'être en aucune autre occasion, il se feroit donc démenti cette seule fois, & auroit imité le Heros de Machiavel, qui est exactement vertueux jusqu'à ce qu'il s'agisse d'une Couronne. La beauté du Siftême des Infiniment petits justifie cette comparaison.

Enfin il s'en est remis avec une grande confiance au témoignage de M. Neuton, & au jugement de la Societé Royale. L'auroit-il osé?

Ce ne sont-là que de simples présomptions, qui devront toujours ceder à de veritables preuves. Il n'appartient pas à un Historien de décider, & encore moins à moi. Atticus se feroit bien gardé de prendre parti entre ce Cesar & ce Pompée.

Il ne faut pas dissimuler ici une chose assés singuliere. Si M. Leibnitz n'est pas de son côté aussi-bien que M. Neuton l'inventeur du Siftême des Infiniment petits, il s'en faut infiniment peu. Il a connu cette infinité d'ordres d'Infiniment petits toujours infiniment plus petits les uns que les autres, & cela dans la rigueur geometrique, & les plus grands Geometres ont adopté cette idée dans toute cette rigueur. Il semble cependant qu'il en ait ensuite été effrayé lui-même, & qu'il ait crû que ces differents ordres d'Infiniment petits n'étoient que des grandeurs *incomparables*, à cause de leur extrême inégalité, comme le feroient un grain de sable & le Globe de la Terre, la Terre & la Sphere qui comprend les Planetes, &c. Or ce ne feroit-là qu'une grande inégalité, mais non pas infinie, telle qu'on l'établit dans ce Siftême. Aussi ceux même qui l'ont pris de lui n'en ont-ils pas pris cet adoucissement, qui gâ-

teroit tout. Un Architecte a fait un Bâtiment si hardi qu'il n'ose lui-même y loger, & il se trouve des gens qui se fient plus que lui à sa solidité, qui y logent sans crainte, &, qui plus est, sans accident. Mais peut-être l'adoucissement n'étoit-il qu'une condescendance pour ceux dont l'imagination se seroit révoltée. S'il faut temperer la verité en Geometrie, que sera-ce en d'autres matieres.

Il avoit entrepris un grand ouvrage, *De la Science de l'Infini*. C'étoit toute la plus sublime Geometrie, le Calcul integral joint au Differentiel. Apparemment il y fixoit ses idées sur la nature de l'Infini & sur ses differents ordres, mais quand même il seroit possible qu'il n'eût pas pris le meilleur parti bien déterminément, on eût préféré les lumieres qu'on tenoit de lui à son autorité. C'est une perte considerable pour les Mathematiques que cet ouvrage n'ait pas été fini. Il est vrai que le plus difficile paroît fait, il a ouvert les grandes routes, mais il pouvoit encore ou y servir de guide, ou en ouvrir de nouvelles.

De cette haute Theorie il descendoit souvent à la Pratique, où son amour pour le bien public le ramenoit. Il avoit songé à rendre les Voitures & les Carosses plus legers & plus commodes, & de-là un Docteur qui se prenoit à lui de n'avoir pas eu une pension du Duc d'Hanovre, prit occasion de lui imputer dans un Ecrit public qu'il avoit eu dessein de construire un Chariot qui auroit fait en vingt-quatre heures le voyage de Hanovre à Amsterdam; plaisanterie mal entendue, puisqu'elle ne peut tourner qu'à la gloire de celui qu'on attaque, pourvu qu'il ne soit pas absolument insensé.

Il avoit proposé un Moulin à vent pour puiser l'eau des Mines les plus profondes, & avoit beaucoup travaillé à cette Machine, mais les Ouvriers eurent leurs raisons pour en traverser le succès par toutes sortes d'artifices. Ils furent plus habiles que lui, & l'emporterent.

On doit mettre au rang des Inventions plus curieuses qu'utiles une Machine Arithmetique differente de celle

116 HISTOIRE DE L'ACADEMIE ROYALE  
de M. Pascal à laquelle il a travaillé toute sa vie à diverses reprises. Il ne l'a entierement achevée que peu de temps avant sa mort, & il y a extrêmement dépenfé.

Il étoit métaphisicien, & c'étoit une chose presque impossible qu'il ne le fût pas, il avoit l'esprit trop univerfel. Je n'entends pas seulement univerfel, parce qu'il alloit à tout, mais encore parce qu'il faifissoit dans tout les principes les plus élevés & les plus generaux, ce qui est le caractere de la Metaphisique. Il avoit projeté d'en faire une toute nouvelle, & il en a répandu çà & là differents morceaux selon sa coutume.

Ses grands Principes étoient que rien n'exifte ou ne se fait fans une raison fuffifante, que les changements ne se font point brusquement & par sauts, mais par degrés & par nuances, comme dans des suites de Nombres, ou dans des Courbes, que dans tout l'Univers, comme nous l'avons déjà dit, un meilleur est mêlé par tout avec un plus grand, ou, ce qui revient au même, les Loix de convenance avec les Loix necessaires ou Geometriques. Ces principes si nobles & si spécieux ne sont pas aisés à appliquer, car dès qu'on est hors du nécessaire rigoureux & absolu, qui n'est pas bien commun en Metaphisique, le fuffisant, le convenable, un degré ou un saut, tout cela pourroit bien être un peu arbitraire, & il faut prendre garde que ce ne soit le besoin du Siftême qui décide.

Sa maniere d'expliquer l'union de l'Ame & du Corps, par une *Harmonie préétablie* a été quelque chose d'imprévu & d'inesperé sur une matiere où la Philosophie sembloit avoir fait ses derniers efforts. Les Philosophes aussi-bien que le peuple avoient crû que l'Ame & le Corps agissoient réellement & phisiquement l'un sur l'autre. Descartes vint qui prouva que leur nature ne permettoit point cette sorte de communication véritable, & qu'ils n'en pouvoient avoir qu'une apparente, dont Dieu étoit le Médiateur. On croyoit qu'il n'y avoit que ces deux Siftêmes possibles, M. Leibnitz en imagina un troisième. Une Ame

doit avoir par elle-même une certaine suite de pensées, de desirs, de volontés. Un Corps qui n'est qu'une Machine doit avoir par lui-même une certaine suite de mouvements, qui seront déterminés par la combinaison de sa disposition machinale avec les impressions des corps extérieurs. S'il se trouve une Ame & un Corps tels que toute la suite des volontés de l'Ame d'une part, & de l'autre toute la suite des mouvements du Corps se répondent exactement, & que dans l'instant, par exemple, que l'Ame voudra aller dans un lieu, les deux pieds du Corps se meuvent machinalement de ce côté-là, cette Ame & ce Corps auront un rapport, non par une action réelle de l'un sur l'autre, mais par la correspondance perpetuelle des actions séparées de l'un & de l'autre. Dieu aura mis ensemble l'Ame & le Corps qui avoient entre eux cette correspondance antérieure à leur union, cette *harmonie préétablie*. Et il en faut dire autant de tout ce qu'il y a jamais eu, & de tout ce qu'il y aura jamais d'Ames & de Corps unis.

Ce Système donne une merveilleuse idée de l'intelligence infinie du Créateur; mais peut-être cela même le rend-il trop sublime pour nous. Il a toujours pleinement contenté son Auteur, cependant il n'a pas fait jusqu'ici, & il ne paroît pas devoir faire la même fortune que celui de Descartes. Si tous les deux succomboient aux objections, il faudroit, ce qui seroit bien penible pour les Philosophes, qu'ils renonçassent à se tourmenter davantage sur l'union de l'Ame & du Corps. M. Descartes & M. Leibnitz les justifieroient de n'en plus chercher le secret.

M. Leibnitz avoit encore sur la Metaphisique beaucoup d'autres pensées particulieres. Il croyoit, par exemple, qu'il y a par tout des substances simples, qu'il appelloit *Monades* ou Unités, qui sont les Vies, les Ames, les Esprits, qui peuvent dire *Moi*, qui selon le lieu où elles sont, reçoivent des impressions de tout l'Univers, mais confuses à cause de leur multitude, ou qui, pour employer à peu-près les propres termes, sont des Miroirs sur lesquels

tout l'Univers rayonne selon qu'ils lui sont exposés. Par-là il expliquoit les perceptions. Une Monade est d'autant plus parfaite qu'elle a des perceptions plus distinctes. Les Monades qui sont des Ames humaines ne sont pas seulement des Miroirs de l'Univers des Créatures, mais des Miroirs ou Images de Dieu même; & comme en vertu de la Raison & des Verités éternelles elles entrent en une espece de société avec lui, elles deviennent Membres de la Cité de Dieu. Mais c'est faire tort à ces sortes d'idées que d'en détacher quelques-unes de tout le système, & d'en rompre le précieux enchaînement, qui les éclaire & les fortifie. Ainsi nous n'en dirons pas davantage, & peut-être ce peu que nous avons dit est-il de trop, parce qu'il n'est pas le tout.

On trouvera un affés grand détail de la Metaphisique de M. Leibnitz dans un Livre imprimé à Londres en 1717. C'est une dispute commencée en 1715 entre lui & le fameux M. Clarke, & qui n'a été terminée que par la mort de M. Leibnitz. Il s'agit entre eux de l'Espace & du Temps, du Vuide & des Atomes, du Naturel & du Supernaturel, de la Liberté, &c. car heureusement pour le Public la contestation en s'échauffant venoit toujours à embrasser plus de terrain. Les deux sçavants Adversaires devenoient plus forts à proportion l'un de l'autre, & les Spectateurs qu'on accuse d'être cruels, seront fort excusables de regretter que ce combat soit si tôt fini; on eût vû le bout des matieres, ou qu'elles n'ont point de bout.

Enfin pour terminer le détail des qualités acquises de M. Leibnitz, il étoit Theologien, non pas seulement en tant que Philosophe ou Metaphisicien, mais Theologien dans le sens étroit; il entendoit les différentes parties de la Theologie Chrétienne, que les simples Philosophes ignorent communément à fond; il avoit beaucoup lû & les Peres & les Scolastiques.

En 1671, année où il donna ses deux Theories du Mouvement abstrait & concret, il répondit aussi à un sça-

vant Socinien, neveu de Socin, nommé Wiffowatius, qui avoit employé contre la Trinité la Dialectique subtile, dont cette Secte se pique, & qu'il avoit apprise presque avec la langue de sa Nourrice. M. Leibnitz fit voir dans un Ecrit intitulé *Sacrofancta Trinitas per nova inventa Logica defensa*, que la Logique ordinaire a de grandes défauts, qu'en la suivant son Adversaire pouvoit avoir eu quelques avantages, mais que si on la réformoit il les perdoit tous, & que par conséquent la véritable Logique étoit favorable à la foi des Orthodoxes.

On étoit si persuadé de sa capacité en Theologie, que comme on avoit proposé vers le commencement de ce Siècle un mariage entre un grand Prince Catholique & une Princesse Lutherienne, il fut appelé aux Conférences qui se tinrent sur les moyens de se concilier à l'égard de la Religion. Il n'en résulta rien, sinon que M. Leibnitz admira la fermeté de la Princesse.

Le sçavant Evêque de Salisbury, M. Burnet, ayant eu sur la réunion de l'Eglise Anglicane avec la Lutherienne des vûes qui avoient été fort goûtées par des Theologiens de la Confession d'Ausbourg, M. Leibnitz fit voir que cet Evêque, tout habile qu'il étoit, n'avoit pas tout-à-fait bien pris le nœud de cette Controverse, & l'on prétend que l'Evêque en convint. On sçait assés qu'il s'agit-là des dernières finesse de l'Art, & qu'il faut être véritablement Theologien, même pour s'y méprendre.

Il parut ici en 1692 un Livre intitulé *De la Tolerance des Religions*. M. Leibnitz la soutenoit contre feu M. Pelisson, devenu avec succès Theologien, & Controversiste. Ils disputoient par Lettres, & avec une politesse exemplaire. Le caractère naturel de M. Leibnitz le portoit à cette Tolerance, que les esprits doux fouhaiteroient d'établir, mais dont après cela ils auroient assés de peine à marquer les bornes, & à prévenir les mauvais effets. Malgré la grande estime qu'on avoit pour lui, on imprima tous ses raisonnements avec Privilege, tant on se fioit aux réponses de M. Pelisson.

Le plus grand ouvrage de M. Leibnitz qui se rapporte à la Theologie, est sa *Theodicée* imprimée en 1710. On connoît assés les difficultés que M. Bayle avoit proposées sur l'Origine du Mal, soit phisique, soit moral, M. Leibnitz qui craignit l'impression qu'elles pouvoient faire sur quantité d'esprits, entreprit d'y répondre.

Il commence par mettre dans le Ciel M. Bayle qui étoit mort, celui dont il vouloit détruire les dangereux raisonnemens. Il lui applique ces vers de Virgile,

*Candidus insueti miratur limen Olympi,  
Sub pedibusque videt nubes & sidera Daphnis.*

Il dit que M. Bayle voit presentement le Vrai dans sa source; charité rare parmi les Theologiens, à qui il est fort familier de damner leurs Adversaires.

Voici le gros du système. Dieu voit une infinité de Mondes ou Univers possibles, qui tous prétendent à l'existence. Celui en qui la combinaison du Bien metaphisique, phisique & moral avec les Maux opposés, fait un *Meilleur*, semblable aux *Plus grands* geometriques, est préféré; de là le mal quelconque, permis, & non pas voulu. Dans cet Univers qui a mérité la préférence, sont comprises les douleurs & les mauvaises actions des Hommes; mais dans le moindre nombre, & avec les suites les plus avantageuses qu'il soit possible.

Cela se fait encore mieux sentir par une idée philosophique, theologique & poétique tout ensemble. Il y a un Dialogue de Laurent Valla où cet Auteur feint que Sextus fils de Tarquin le Superbe va consulter Apollon à Delphes sur sa destinée. Apollon lui prédit qu'il violera Lucrece.

Sextus se plaint de la prédiction. Apollon répond que ce n'est pas sa faute, qu'il n'est que Devin, que Jupiter a tout réglé, & que c'est à lui qu'il faut se plaindre. Là finit le Dialogue, où l'on voit que Valla sauve la prescience de Dieu aux dépens de sa bonté, mais ce n'est pas là comme M. Leibnitz l'entend, il continuë selon son Système la fiction.



nion de Valla. Sextus va à Dodone se plaindre à Jupiter du crime auquel il est destiné. Jupiter lui répond qu'il n'a qu'à ne point aller à Rome, mais Sextus déclare nettement qu'il ne peut renoncer à l'esperance d'être Roi, & s'en va. Après son départ, le grand Prêtre Theodore demande à Jupiter pourquoi il n'a pas donné une autre volonté à Sextus. Jupiter envoie Theodore à Athenes consulter Minerve. Elle lui montre le Palais des Destinées, où sont les Tableaux de tous les Univers possibles depuis le *pire* jusqu'au *meilleur*. Theodore voit dans le meilleur le crime de Sextus, d'où naît la liberté de Rome, un gouvernement fécond en vertus, un Empire utile à une grande partie du genre humain, &c. Theodore n'a plus rien à dire.

La Theodicée seule suffisoit pour représenter M. Leibnitz. Une lecture immense, des Anecdotes curieuses sur les Livres ou les Personnes, beaucoup d'équité & même de faveur pour tous les Auteurs cités, fût-ce en les combattant, des vûes sublimes & lumineuses, des raisonnements au fond desquels on sent toujours l'esprit geometrique, un stile où la force domine, & où cependant sont admis les agréments d'une imagination heureuse.

Nous devrions presentement avoir épuisé M. Leibnitz, il ne l'est pourtant pas encore ; non parce que nous avons passé sous silence un très-grand nombre de choses particulieres, qui auroient peut-être suffi pour l'Eloge d'un autre, mais parce qu'il en reste une d'un genre tout different ; c'est le Projet qu'il avoit conçu d'une Langue Philosophique & universelle. Wilkins Evêque de Chester, & Dalgarnie y avoient travaillé, mais dès le temps qu'il étoit en Angleterre il avoit dit à M<sup>rs</sup>. Boyle & d'Oldenbourg qu'il ne croyoit pas que ces grands hommes eussent encore frappé au but. Ils pouvoient bien faire que des Nations qui ne s'entendoient pas eussent aisément commerce, mais ils n'avoient pas attrapé les veritables caracteres *réels*, qui étoient l'instrument le plus fin dont l'esprit humain se pût servir, & qui devoient extrêmement faciliter & le rai-

sonnement & la memoire & l'invention des choses. Ils devoient ressembler, autant qu'il étoit possible, aux caracteres d'Algebre, qui en effet sont très simples & très expressifs, qui n'ont jamais ni superfluité, ni équivoque, & dont toutes les varietés sont raisonnées. Il a parlé en quelque endroit d'un *Alphabet des pensées humaines* qu'il meditoit, selon toutes les apparences cet Alphabet avoit rapport à sa Langue universelle. Après l'avoir trouvée, il eût encore fallu, quelque commode & quelque utile qu'elle eût été, trouver l'Art de persuader aux differents Peuples de s'en servir, & ce n'eût pas été là le moins difficile. Ils ne s'accordent qu'à n'entendre point leurs interêts communs.

Jusqu'ici nous n'avons vû que la Vie sçavante de M. Leibnitz, ses Talents, ses Ouvrages, ses Projets, il reste le détail des événements de sa Vie particuliere.

Il étoit dans la Societé secrete des Chimistes de Nuremberg lorsqu'il rencontra par hazard à la table de l'Hôtellerie où il mangeoit M. le Baron de Boinebourg Ministre de l'Electeur de Mayence, Jean Philippe. Ce Seigneurs'aperçût promptement du merite d'un jeune homme encore inconnu, il lui fit refuser des offres considerables que lui faisoit le Comte Palatin pour récompense du Livre de George Ulicovius, & voulut absolument l'attacher à son Maître, & à lui. En 1668 l'Electeur de Mayence le fit Conseiller de la Chambre de révision de sa Chancellerie.

M. de Boinebourg avoit des relations à la Cour de France, & de plus il avoit envoyé son fils à Paris pour y faire ses études & ses exercices. Il engagea M. Leibnitz à y aller aussi en 1672, tant par rapport aux affaires, qu'à la conduite du jeune homme. M. de Boinebourg étant mort en 1673, il passa en Angleterre, où peu de temps après il apprit aussi la mort de l'Electeur de Mayence, qui renversoit les commencements de sa fortune. Mais le Duc de Brunsvic-Lunebourg se hâta de se saisir de lui pendant qu'il étoit vacant, il lui écrivit une Lettre très honorable & très propre à lui faire sentir qu'il étoit bien connu, ce qui est le plus doux

& le plus rare plaisir des gens de merite. Il reçut avec toute la joye & toute la reconnoissance qu'il devoit la Place de Conseiller, & une Pension qui lui étoient offertes.

Cependant il ne partit pas sur le champ pour l'Allemagne. Il obtint permission de retourner encore à Paris, qu'il n'avoit pas épuisé à son premier voyage. De-là il repassa en Angleterre où il fit peu de séjour, & enfin se rendit en 1676 auprès du Duc Jean Frederic. Il y eut une consideration qui appartiendroit autant & peut-être plus à l'Eloge de ce Prince, qu'à celui de M. de Leibnitz.

Trois ans après il perdit ce grand Protecteur, auquel succeda le Duc Ernest Auguste, alors Evêque d'Osnabrug. Il passa à ce nouveau Maître, qui ne le connut pas moins bien. Ce fut sur ses vûes & par ses ordres qu'il s'engagea à l'Histoire de Brunsvic, & en 1687 il commença les voyages qui y avoient rapport. L'Electeur Ernest Auguste le fit en 1696 son Conseiller privé de Justice. On ne croit point en Allemagne que les Sçavants soient incapables des Charges.

En 1699 il fut mis à la tête des Associés Etrangers de cette Academie. Il n'avoit tenu qu'à lui d'y avoir place beaucoup plutôt, & à titre de Pensionnaire. Pendant qu'il étoit à Paris, on voulut l'y fixer fort avantageusement pourvu qu'il se fit Catholique, mais tout Tolerant qu'il étoit il rejeta absolument cette condition.

Comme il avoit une extrême passion pour les Sciences, il voulut leur être utile non seulement par ses découvertes, mais par la grande consideration où il étoit. Il inspira à l'Electeur de Brandebourg le dessein d'établir une Academie des Sciences à Berlin, ce qui fut entierement fini en 1700 sur le plan qu'il avoit donné. L'année suivante cet Electeur fut déclaré Roi de Prusse; le nouveau Royaume & la nouvelle Academie prirent naissance presque en même temps. Cette Compagnie, selon le genie de son Fondateur, embrassoit outre la Phisique & les Mathematiques, l'Histoire Sacrée & Profane, & toute l'Antiquité. Il en fut fait President perpetuel, & il n'y eut point de jaloux.

En 1710 parut un Volume de l'Academie de Berlin sous le Titre de *Miscellanea Barolinensia*. Là M. Leibnitz paroît en divers endroits sous presque toutes ses differentes formes, d'Historien, d'Antiquaire, d'Etymologiste, de Physicien, de Mathématicien, on y peut ajouter celle d'Orateur, à cause d'une fort belle Epître dédicatoire adressée au Roi de Prusse; il n'y manque que celles de Jurisconsulte & de Theologien, dont la constitution de son Academie ne lui permettoit pas de se revêtir.

Il avoit les mêmes vûes pour les Etats de l'Electeur de Saxe Roi de Pologne, & il vouloit établir à Dresde une Academie qui eût correspondance avec celle de Berlin, mais les troubles de Pologne lui ôterent toute esperance de succès.

En récompense il s'ouvrit à lui en 1711 un champ plus vaste, & qui n'avoit point encore été cultivé. Le Czar, qui a conçu la plus grande & la plus noble pensée qui puisse tomber dans l'esprit d'un Souverain, celle de tirer ses Peuples de la barbarie, & d'introduire chés eux les Sciences & les Arts, alla à Torgau pour le mariage du Prince son fils aîné avec la Princesse Charlotte Christine, & y vit & consulta beaucoup M. Leibnitz sur son projet. Le Sage étoit précisément tel que le Monarque meritoit de le trouver.

Le Czar fit à M. Leibnitz un magnifique présent, & lui donna le titre de son Conseiller privé de Justice avec une pension considerable. Mais, ce qui est encore plus glorieux pour lui, l'Histoire & l'établissement des Sciences en Moscovie ne pourra jamais l'oublier, & son nom y marchera à la suite de celui du Czar. C'est un bonheur rare pour un Sage Moderne qu'une occasion d'être Legislatteur de Barbares; ceux qui l'ont été dans les premiers temps sont ces Chantres miraculeux qui attiroient les Rochers, & bâtissoient des Villes avec la Lire, & M. Leibnitz eût été travesti par la Fable en Orphée, ou en Amphion.

Il n'y a point de prospérité continuë. Le Roi de Prusse mourut en 1713, & le goût du Roi son successeur, entièrement déclaré pour la guerre, menaçoit l'Academie de

Berlin d'une chute prochaine. M. Leibnitz songea à procurer aux Sciences un Siège plus assuré, & se tourna du côté de la Cour Imperiale. Il y trouva le Prince Eugene, qui pour être un si grand General, & fameux par tant de Victoires, n'en aimoit pas moins les Sciences, & qui favorisa de tout son pouvoir le dessein de M. Leibnitz. Mais la Peste survenue à Vienne rendit inutiles tous les mouvements qu'il s'étoit donnés pour y former une Academie. Il n'eut qu'une assés grosse pension de l'Empereur, avec des offres très avantageuses, s'il vouloit demeurer dans sa Cour. Dès le temps du couronnement de ce Prince, il avoit déjà eu le titre de Conseiller Aulique.

Il étoit encore à Vienne en 1714, lorsque la Reine Anne mourut, à laquelle succeda l'Electeur d'Hanovre qui réunifioit sous sa domination un Electorat, & les trois Royaumes de la Grande Bretagne, M. Leibnitz & M. Neuron. M. Leibnitz se rendit à Hanovre, mais il n'y trouva plus le Roi, & il n'étoit plus d'âge à le suivre jusqu'en Angleterre. Il lui marqua son zele plus utilement par des Réponses qu'il fit à quelques Libelles Anglois publiés contre S. M.

Le Roi d'Angleterre repassa en Allemagne, où M. Leibnitz eut enfin la joye de le voir Roi. Depuis ce temps sa fanté baissa toujours, il étoit sujet à la Goute, dont les attaques devenoient plus frequentes. Elle lui gagna les Epaules, & on croit qu'une certaine Tisane particuliere qu'il prit dans un grand accès, & qui ne passa point, lui causa les convulsions & les douleurs excessives dont il mourut en une heure le 14 Novembre 1716. Dans les derniers moments qu'il put parler, il raisonna sur la maniere dont le fameux Furtenbach avoit changé la moitié d'un Clou de fer en or.

Le sçavant M. Eckard qui avoit vécu dix-neuf ans avec lui, qui l'avoit aidé dans tous ses travaux historiques, & que le Roi d'Angleterre a choisi en dernier lieu pour être Historiographe de sa Maison, & son Bibliothecaire à Hanovre, prit soin de lui faire une sepulture très honorable, où plustôt

une Pompe funebre. Toute la Cour y fut invitée, & personne n'y parut. M. Eckard dit qu'il en fut fort étonné, cependant les Courtisans ne firent que ce qu'ils devoient, le Mort ne laissoit après lui personne qu'ils eussent à considérer, & ils n'eussent rendu ce dernier devoir qu'au merite.

M. Leibnitz ne s'étoit point marié, il y avoit pensé à l'âge de cinquante ans, mais la personne qu'il avoit en vûe voulut avoir le temps de faire ses réflexions. Cela donna à M. Leibnitz le loisir de faire aussi les siennes, & il ne se maria point.

Il étoit d'une forte complexion. Il n'avoit guere eu de maladies, excepté quelques vertiges dont il étoit quelquefois incommodé, & la goutte. Il mangeoit beaucoup & buvoit peu, quand on ne le forçoit pas, & jamais de vin sans eau. Chés lui il étoit absolument le maître, car il y mangeoit toujours seul. Il ne regloit pas ses repas à de certaines heures, mais selon ses études, il n'avoit point de ménage, & envoyoit querir chés un Traiteur la premiere chose trouvée. Depuis qu'il avoit la goutte il ne dînoit que d'un peu de Lait, mais il faisoit un grand souper, sur lequel il se couchoit à une heure ou deux après minuit. Souvent il ne dormoit qu'assis sur une chaise, & ne s'en réveillait pas moins frais à sept ou huit heures du matin. Il étudioit de suite, & il a été des mois entiers sans quitter le Siège, pratique fort propre à avancer beaucoup un travail, mais fort mal saine. Aussi croit-on qu'elle lui attira une fluxion sur la jambe droite, avec un ulcere ouvert. Il y voulut remédier à sa maniere, car il consultoit peu les Medecins, & il vint à ne pouvoir presque plus marcher, ni quitter le lit.

Il faisoit des extraits de tout ce qu'il lisoit, & y ajoutoit ses réflexions, après quoi il mettoit tout cela à part, & ne le regardoit plus. Sa memoire, qui étoit admirable, ne se déchargeoit point, comme à l'ordinaire, des choses qui étoient écrites, mais seulement l'écriture avoit été nécessaire pour les y graver à jamais. Il étoit toujours prêt à répondre sur toutes sortes de matieres, & le Roi d'Angleterre l'appelloit son *Dictionnaire vivant*.

Il s'entretenoit volontiers avec toutes sortes de personnes, Gens de Cour, Artisans, Laboureurs, Soldats. Il n'y a guere d'ignorant qui ne puisse apprendre quelque chose au plus sçavant homme du monde, & en tout cas le sçavant s'instruit encore quand il sçait bien considerer l'ignorant. Il s'entretenoit même souvent avec les Dames, & ne contoit point pour perdu le temps qu'il donnoit à leur conversation. Il se dépouilloit parfaitement avec elles du caractère de Sçavant & de Philosophe, caractères cependant presque indélébiles & dont elles appercevroient bien finement & avec bien du dégoût les traces les plus legeres. Cette facilité de se communiquer le faisoit aimer de tout le monde; un Sçavant illustre qui est populaire & familier c'est presque un Prince qui le seroit aussi; le Prince a pourtant beaucoup d'avantage.

M. Leibnitz avoit un commerce de Lettres prodigieux. Il se plaisoit à entrer dans les travaux ou dans les projets de tous les Sçavants de l'Europe, il leur fournissoit des vûes, il les animoit, & certainement il prêchoit d'exemple. On étoit sûr d'une réponse dès qu'on lui écrivoit, ne se fût-on proposé que l'honneur de lui écrire. Il est impossible que ses Lettres ne lui aient emporté un temps très considerable, mais il aimoit autant l'employer au profit ou à la gloire d'autrui, qu'à son profit ou à sa gloire particuliere.

Il étoit toujours d'une humeur gaye : & à quoi serviroit sans cela d'être Philosophe ? On l'a vû fort affligé à la mort du feu Roi de Prusse & de l'Electrice Sophie. La douleur d'un tel Homme est la plus belle Oraison Funebre.

Il se mettoit aisément en colere, mais il en revenoit aussi-tôt. Ses premiers mouvements n'étoient pas d'aimer la contradiction sur quoi que ce fût, mais il ne falloit qu'attendre les seconds, & en effet ces seconds mouvements, qui sont les seuls dont il reste des marques, lui feront éternellement honneur.

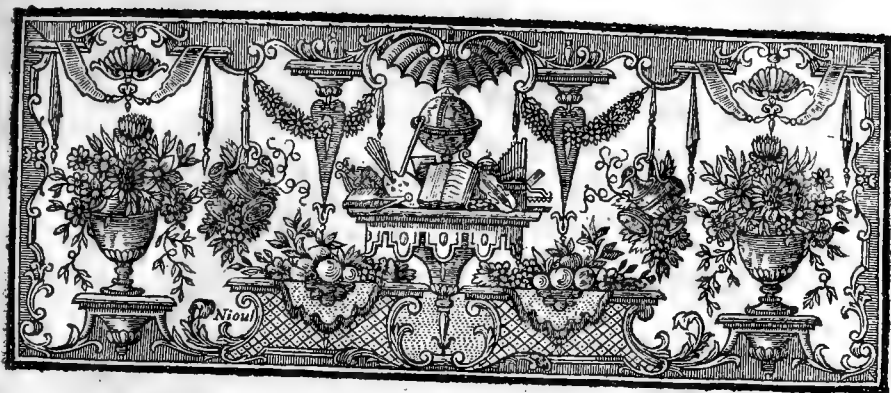
On l'accuse de n'avoir été qu'un grand & rigide observateur du Droit naturel. Ses Pasteurs lui en ont fait des réprimandes publiques & inutiles.

On l'accuse aussi d'avoir aimé l'argent. Il avoit un revenu très confiderable en pensions du Duc de Volfembutel , du Roi d'Angleterre , de l'Empereur , du Czar , & il vivoit toujours affés grossièrement. Mais un Philosophe ne peut guere , quoi-qu'il devienne riche , se tourner à des dépenses inutiles & fastueuses qu'il méprise. De plus , M. Leibnitz laissoit aller le détail de sa maison comme il plaisoit à ses Domestiques , & il dépensoit beaucoup en negligence. Cependant la recette étoit toujours la plus forte , & on lui trouva après sa mort une grosse somme d'argent comptant qu'il avoit caché. C'étoit deux années de son revenu. Ce Tresor lui avoit causé pendant sa vie de grandes inquietudes qu'il avoit confiées à un Ami , mais il fut encore plus funeste à la femme de son seul heritier fils de sa Sœur , qui étoit Curé d'une Paroisse près de Leipfic. Cette femme en voyant tant d'argent ensemble qui lui appartenoit , fut si faisie de joye qu'elle en mourut subitement.

M. Eckard promet une Vie plus complete de M. Leibnitz ; c'est aux Memoires qu'il a eu la bonté de me fournir qu'on en doit déjà cette ébauche. Il rassemblera en un Volume toutes les Pièces imprimées de ce grand homme éparfes en une infinité d'endroits , de quelque espece qu'elles soient. Ce sera là , pour ainsi dire , une Resurrection d'un Corps dont les membres étoient extrêmement dispersés , & le tout prendra une nouvelle vie par cette réunion. De plus M. Eckard donnera toutes les Oeuvres posthumes qui sont achevées , & des *Leibnitiana* qui ne seront pas la partie du Recüeil la moins curieuse. Enfin il continuera l'Histoire de Brunsvic , dont M. Leibnitz n'a fait que ce qui est depuis le commencement du Regne de Charlemagne jusqu'à l'an 1005. C'est prolonger la vie des grands hommes , que de poursuivre dignement leurs entreprises.







MEMOIRES  
DE  
MATHEMATIQUE  
ET  
DE PHYSIQUE,  
TIRE'S DES REGISTRES  
*de l'Academie Royale des Sciences.*

De l'Année M. DCCXVI.

---

OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES  
*faites à l'Observatoire Royal pendant le cours  
de l'Année 1715.*

Par M. DE LA HIRE.

**J**E commence ordinairement le rapport de ces Obser-<sup>19 Fevrier</sup>  
vations par la quantité d'Eau qui est tombée à l'Obser-<sup>1716.</sup>  
vatoire, soit en Pluye ou en Nege fonduë , & que j'ai  
*Mem. 1716.*  
A

2 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
mesurée en hauteur de la même manière que les années  
précédentes, & j'ai trouvé

	lignes		lignes
En Janvier . . . . .	6 $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{8}$	En Juillet . . . . .	21 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{8}$
Fevrier . . . . .	6 $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{8}$	Aouſt . . . . .	38 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{8}$
Mars . . . . .	14 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{8}$	Septembre . . . . .	8 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$
Avril . . . . .	19 $\frac{1}{4}$	Octobre . . . . .	11 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$
Mai . . . . .	12 $\frac{1}{4}$	Novembre . . . . .	24 $\frac{1}{2}$
Juin . . . . .	30 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{8}$	Decembre . . . . .	15 $\frac{1}{4}$

La ſomme de l'Eau de toute cette année ſe montera donc à 210 lignes  $\frac{1}{2}$ , ou bien à 17 pouces 6 lignes  $\frac{1}{2}$ , qui eſt un peu moins que 19 pouces, à quoi nous avons toujours eſtimé les années moyennes. Cependant la recolte a été bonne, à cauſe que la plûpart des Terres de ces pays-ci ſont humides, & qu'elles n'ont pas beſoin d'une grande quantité d'Eau; & ce qui a beaucoup contribué à la fertilité, ce ſont les Pluyes mediocres des mois de Mars & d'Avril.

Les trois mois de Juin, Juillet & Aouſt ont fourni preſque autant d'Eau que tous les autres mois enſemble, ce qui eſt aſſez ordinaire, & ſans qu'il ſoit arrivé d'orages conſiderables.

Pendant toute cette année il n'y a pas eu de grands orages. Celui du ſecond jour de Juillet a été le plus fort avec un vent d'Oüeſt, mais il n'a plu que 2 lignes  $\frac{1}{2}$ . Un autre du dernier jour de Juin a donné 8 lignes  $\frac{1}{2}$  d'Eau.

Le 13 de ce même mois de Juin il eſt tombé 14 lignes  $\frac{1}{2}$  d'Eau ſans orage & par un vent de Nord. Il n'y eût qu'un peu de Nege le 9 & le dernier jour de Decembre.

Les vents ont été fort variables pendant toute cette année.

Pour ce qui eſt de la chaleur & du froid que nous marque le Thermometre, j'en fais les Obſervations tous les jours vers le lever du Soleil, qui eſt le temps le plus froid de la journée. Le Thermometre dont je me ſers eſt tou-

jours placé au même endroit dans la Tour Orientale de l'Observatoire qui est découverte, & il n'est point exposé au Soleil, il y a environ 40 ans qu'il me sert à observer. Ce Thermometre ne change point de hauteur dans les Caves ou Carrieres de l'Observatoire qui sont à 14 toises avant dans terre, & il y demeure dans toutes les saisons de l'année à 48 parties. J'ai trouvé ce Thermometre dans le commencement de l'année au plus bas à 18 parties le 18 Janvier, & vers la fin de l'année à 22 parties le 25 Decembre. Ce Thermometre est monté à 64 parties le 2 Juillet, & alors il fit un orage assez considerable. Il faut remarquer que ce Thermometres'élève ordinairement de 12 parties vers les 2 ou 3 heures après midi plus qu'il n'est le matin, & c'est cette élévation qui doit marquer la plus grande chaleur du jour : c'est pourquoi si aux 64 parties où il étoit le matin du 2 Juillet, on en ajoute 12, on aura 76 parties qui marqueront la plus grande chaleur de cette année, & si on ôte les 48 de l'état moyen, il restera 28 parties où il s'est élevé au dessus de l'état moyen ; mais si des mêmes 48 parties on en ôte 18 du plus bas, il restera 30, d'où il suit que la plus grande chaleur de cette année a presque autant surpassé l'état moyen que l'état moyen a surpassé le froid, & comme cela arrive très souvent suivant mes Observations, on pourroit dire que ce lieu-ci de la France seroit le veritable milieu de la Zone tempérée, quoi-que nous en soyons éloignés vers le Septentrion de près de 4 degrés.

Les Barometres nous servent à observer la pesanteur de l'air, mais nous trouvons des irrégularités fort considerables dans ces instrumens, car quoi-qu'ils soient faits avec beaucoup de précautions, ils ne s'accordent point entr'eux. Il y en a quelques-uns où le Mercure s'élève toujours à plusieurs lignes plus haut que dans d'autres dans le même lieu, ce que l'on peut seulement attribuer à la nature du Mercure. Celui dont je me sers depuis un grand nombre d'années a toujours son Mercure moins élevé de 3 lignes

#### 4 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

que dans un autre qui est posé tout proche. On y remarque de la lumiere dans tous deux , quand on fait mouvoir le Mercure dans son tuyau ; celui où le Mercure est le plus haut a été le premier où l'on remarqua de la lumiere pour la premiere fois.

Mon Barometre est toujours placé dans mon appartement à la hauteur de la grande Sale de l'Observatoire , qui est environ 22 toises plus haut que la moyenne hauteur de la Riviere. Le Mercure est monté dans ce Barometre à 28 pouces 3 lignes  $\frac{1}{2}$  au plus haut le 22 Janvier le vent étant mediocre SE , & il y avoit un gros broüillard , mais on ne remarque pas que le broüillard y fasse quelque effet. Le premier Decembre il a été aussi à 28 pouces & près de 3 lignes avec un vent mediocre Nord , & le 6 du même mois il est descendu à 26 pouces 9 lignes  $\frac{1}{2}$  , le vent étant mediocre SSO. Ainsi la difference des hauteurs du Mercure de cette année a été de 1 pouce 6 lignes , qui est la plus grande variation de hauteur que nous observions dans ce pays-ci , & c'est ce qui arrive ordinairement.

Cet instrument peut servir pour prévoir à peu près les changements de temps qui arrivent d'un jour à l'autre , cependant on ne peut pas trop s'en assurer. Mais en general lorsque le Mercure est bas , il doit faire de la pluye , & quand il est haut il doit faire beau temps , quoi-que l'air soit alors bien plus pesant que quand il est bas. Je suis persuadé que le temps serein ou pluvieux ne dépend pas de la pesanteur ou de la legereté de l'air , mais que cela ne vient que du vent , & je n'entends pas du vent en general , mais de ces vents qui viennent de loin & de haut du Septentrion & du Midi , & non pas de ceux qui s'engendrent sur la surface de la Terre ; car le Soleil élevant plus de vapeurs dans les pays Meridionaux que dans les Septentrionaux , les vents Meridionaux nous doivent donner plus souvent de la pluye que les Septentrionaux. Et comme nous sçavons par toutes les Observations qui ont

été faites vers le Septentrion que l'Atmosphère y est plus élevée que vers l'Equateur, il doit arriver que les vents qui viendront du Septentrion feront élever l'Atmosphère dans nôtre Zone tempérée plus qu'à l'ordinaire, & par conséquent le Mercure s'y élèvera par la plus grande pesanteur de l'Atmosphère, & l'air y deviendra serein à cause du vent Septentrional. Ce sera le contraire pour les vents qui nous viendront du Midi dans ces pays-ci. Ce que je viens de dire pour nôtre Zone tempérée Septentrionale doit s'entendre de même pour l'autre qui est Meridionale.

On remarque ordinairement que vers le milieu du Printemps le vent est assez froid, quoi-qu'il vienne du Midi, où la Terre est fort échauffée par la présence du Soleil, & l'on dit qu'elle ne l'est pas encore assez pour échauffer l'air qui la touche & qui nous est apporté par le vent, mais il me semble qu'on en peut encore donner une autre raison; car dans ce temps-là les Terres d'où nous viennent ce vent sont couvertes d'Herbes & d'Arbres verts dont les feuilles ne s'échauffent pas facilement par le Soleil qui les touche, & qui par conséquent ne peuvent pas échauffer l'air qui les environne, au contraire de ce qui doit arriver quand ces Herbes sont séchées, & que le Soleil échauffe immédiatement la Terre ou les Sables qui en reçoivent une très grande impression. Je ne parle pas des eaux, car on sçait qu'elles ne reçoivent que peu d'impression de la présence du Soleil.

Nous avons examiné la Déclinaison de l'Aiguille Aimantée le 30 Decembre avec trois Aiguilles différentes & de différente construction dont deux étoient de 8 pouces de long. L'une de ces Aiguilles est celle dont je me sers depuis un grand nombre d'années, & nous l'avons trouvée de 11 degrés 10 minutes dans le même lieu & de la même manière que les années précédentes. Cette déclinaison est un peu moindre que celle de l'année passée. La troisième Aiguille est de 13 pouces  $\frac{1}{2}$  de long, & elle nous a donné la même déclinaison que les deux autres.

6 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
de 11 degrés 10 minutes. Ces trois aiguilles sont fort  
legeres & fort mobiles. Mon ancienne Aiguille de 8 pou-  
ces est un fil d'Acier qui se termine en deux pointes dé-  
liées, l'autre de même longueur est en forme de fuseau ap-  
plati comme on en a fait plusieurs en dernier lieu.

La troisiéme qui est de 13 pouces  $\frac{1}{2}$  est une petite lame  
d'Acier fort mince & fort déliée, mais dont nous avons  
fait la boîte d'une maniere toute nouvelle; c'est pourquoi  
j'ai cru qu'il étoit à propos d'en donner ici la description,  
& d'expliquer aussi les précautions qu'on doit prendre  
pour la construction des grandes Boussoles.

---

## DE LA CONSTRUCTION DES BOUSSOLES

*Dont on se sert pour observer la Déclinaison de l'Aiguille  
Aimantée.*

Par M. DE LA HIRE.

**L**A Boëte dont on se sert dans ces sortes de Boussoles,  
doit être d'une figure quarrée ou d'un quarré long  
dont deux de ses côtés qui doivent être dirigés vers le  
Septentrion dans l'usage soient exactement paralleles en-  
tr'eux & bien à l'équaire avec le fond de la boëte. La  
matiere de cette boëte est ordinairement de Leton ou de  
Bois bien ferme & non sujet à se tourmenter à l'humidité  
& à la sécheresse. Celles qui sont de Leton ou dans les-  
quelles il y a quelques pieces de Leton, sont sujettes à  
causer de l'erreur, sur-tout si ce Leton a été fondu, où il  
se trouve assez souvent quelques grains de Fer qui dé-  
tournent l'Aiguille de sa vraye direction; celles qui sont  
de Bois se tourmentent très facilement, & comme elles

sont formées de plusieurs pieces, elles se décolent fort souvent, & l'on peut soupçonner qu'il n'y ait quelques grains de Fer dans la Cole dont on s'est servi pour en joindre toutes les pieces.

C'est pourquoi pour éviter ces accidents j'ai pensé à faire ces boîtes de Marbre blanc ou de Pierre de Liais qui l'égale presqu'en dureté.

Sur le fond de cette boîte il faut tracer par dedans & par dehors une ligne droite suivant sa longueur, & qui divise sa largeur en deux parties égales entr'elles, ou bien si la boîte étoit quarrée, il faudroit que ces lignes fussent paralleles aux côtés de la boîte dont on doit se servir dans l'Observation pour les diriger suivant la ligne Meridienne.

Pour bien tracer ces lignes & pour verifiser si la boîte est d'égale largeur par tout, il faut faire un calibre de Fer blanc ou de Carton, lequel embrasse les côtés de la boîte, & qui puisse entrer jusqu'au fond par dedans en s'appuyant sur les bords de la boîte. On divisera ce calibre par sa longueur en deux parties égales par une petite ligne, & l'extrémité de cette ligne marquera sur le fond de la boîte le milieu de la largeur du fond de la boîte, & par le dessous de la boîte le Trusquin fera le même office, ce Trusquin est un instrument des Menuisiers.

Ensuite ayant divisé la longueur de la ligne tracée dans le fond de la boîte en deux parties égales, on percera un petit trou dans le point de division, lequel doit répondre aussi au milieu de la ligne du dessous de la boîte. Ce trou servira pour y sceller le pivot, qui doit soutenir la chapelle ou chapiteau de l'Aiguille. Ce pivot doit être de Leton & non pas d'Acier, & il doit aller en diminuant depuis sa base jusqu'à sa pointe, laquelle doit être fort déliée, & doit être posée bien perpendiculaire sur le fond de la boîte, & répondre au point qui divise en deux également la ligne qu'on a menée par le milieu de la boîte. Ce pivot doit être assez ferme pour ne se pas

fausser par le mouvement de l'Aiguille, lorsqu'on transporte la Bouffole, le Calibre étant appliqué sur le travers de la boîte, fera connoître si la pointe du pivot est bien à sa place. On doit remarquer que le pivot doit être d'une hauteur convenable, pour laisser la liberté à l'Aiguille de se mouvoir facilement d'un côté & d'autre, sans en être trop empêchée par le fond de la boîte, ni par la glace ou le verre dont on couvre la boîte.

On attache au dedans de la boîte & vers les extrémités de sa longueur, si elle n'est pas quarrée, deux arcs de cercle égaux qui doivent être divisés dans leurs degrés & dans leurs parties les plus petites qu'il sera possible. Le Rayon du cercle interne de ces arcs doit être égal, ou tant soit peu plus grand que la moitié de la longueur de l'Aiguille, afin qu'en tournant sur son pivot, elle puisse affleurer par ses pointes le bord interieur de ces arcs, pour montrer exactement la quantité de la déclinaison de l'Aiguille Aimantée.

La matiere sur laquelle on doit tracer ces arcs ne doit pas être de Leton, de peur, comme j'ai dit ci-devant, qu'il ne s'y trouvât quelque grain de Fer, mais plutôt d'Etain, d'Yvoire ou de Carton fin. Ces arcs seront un peu élevés sur le fond de la boîte, étant posés sur deux tasseaux de bois à la hauteur de l'Aiguille, & ces tasseaux doivent être arrêtés bien ferme dans le fond de la boîte. On arrête sur ces tasseaux les arcs de cercle, lorsque la ligne droite qui passe par le milieu ou par les points de zero de leur division passe aussi par la pointe du pivot, & lorsqu'elle est exactement parallele aux côtés de la boîte, ce qui sera facile à faire, en se servant du calibre dont on s'est déjà servi, & dont on pourra retrancher une partie de sa hauteur, puisqu'on n'en n'a plus à faire que pour aller jusqu'au dessus des arcs; car ce calibre étant appliqué sur la largeur de la boîte & embrassant ses côtés, la ligne qui est tracée dans son milieu, & qui est parallele aux côtés de la boîte, doit convenir aux points de zero des arcs



& à la pointe du pivot comme on a déjà fait.

Toutes les Aiguilles des Bouffoles doivent être d'Acier trempé, mais les plus legeres qu'il est possible par rapport à leur longueur. On en a fait de differentes figures, & les plus communes sont en forme de flèche applatie, dont la pointe qui represente le Fer doit marquer le Nord, & l'autre pointe opposée le Sud. La ligne droite qui va d'une pointe à l'autre doit passer par le fond de la chappelle, c'est pourquoi on peut cambrer un tant soit peu les deux branches en dessus, mais on ne peut s'assurer que les deux points conviennent avec le fond de la chappelle que par l'experience.

On suppose premierement que l'Aiguille est bien dressée & bien équilibrée sur son pivot. Quand on a placé & arrêté les deux arcs de cercle dans la boîte, on a bien pris garde que les points de zero de leur division & la pointe du pivot fussent en ligne droite : c'est pourquoi si l'Aiguille est bien dressée lorsqu'elle sera posée sur son pivot, ses deux pointes doivent convenir exactement avec les deux mêmes points de division des arcs, & si les pointes n'y conviennent pas, il n'y aura qu'à forger legerement sur le plat l'une des branches pour repousser la pointe où il est necessaire. Cette pratique servira pour d'autres Aiguilles, de quelques figures qu'elles soient.

Quand ces sortes d'Aiguilles sont fort longues, comme d'un pied & plus, elles deviennent fort pesantes & sont sujettes à s'arrêter hors de leur veritable position, c'est pourquoi on en a fait de ces longueurs dont les branches sont fort minces, & elles portent à leurs extremités deux pieces d'Acier assés grosses qui dégènerent en une pointe fine. Ces deux morceaux d'Acier étant aimantés avec l'Aiguille sont comme deux Aimans qui seroient placés en ces endroits-là. Lorsque ces Aiguilles sont en mouvement, elles font beaucoup de vibrations haut & bas par la grande flexibilité du ressort des branches. Mais ces deux morceaux d'Acier étant donc comme deux Aimans

qui sont joints par les branches de l'Aiguille, on pourroit soupçonner que la direction de la matiere magnetique qui se feroit dans l'un de ces Aimans ne fût pas tout-à-fait la même que celle de l'autre, & qu'il s'en composeroit une des deux qui seroit éloignée de la veritable, à peu-près comme il arrive quand on met sur le verre d'une Bouffole une autre Aiguille aimantée & placée sur son pivot, & exactement au dessus de celle du dedans de la Bouffole, car on voit que ces deux Aiguilles se détournent de plusieurs degrés, l'une d'un côté & l'autre de l'autre, & qu'elles se placent l'une sur l'autre à contre sens de leurs poles, comme il arrive à un Aiman qu'on a coupé en deux suivant ses poles.

On a fait d'autres Aiguilles en forme de navette applatie & pointuës par les deux bouts, & dont le milieu étoit percé pour y fonder la chapelle, mais j'ai remarqué qu'elles sont toujours fort pesantes si elles sont bien longues; il est vrai qu'elles peuvent contenir une grande quantité de la matiere magnetique, mais elles ne laissent pas d'être, comme on dit, fort paresseuses.

Enfin je suis persuadé par l'experience que les meilleures de toutes les Aiguilles sont celles qui sont formées d'un fil d'Acier bien droit & un peu applati & pointu par les deux bouts & dans le milieu assés étendu pour y percer un trou & pour y fonder la chapelle. Mais comme cette chapelle qui est de Leron est toujours pesante, j'ai trouvé à propos d'en emporter une grande partie par le bas & du côté des branches de l'Aiguille, & de ne lui laisser qu'environ le tiers de sa hauteur vers la pointe, par ce moyen l'Aiguille devient fort legere, & elle ne peut pas sortir hors du pivot, car les vibrations de l'Aiguille qui se font sur sa longueur sont trop courtes vers le pivot pour s'en pouvoir dégager, au contraire de celles qui se font par le côté, mais en cet endroit la chapelle n'est pas vidée.

Pour donner la dernière perfection à la boîte on doit

faire une petite feüillure au haut des côtés de la boëte vers le dedans pour soutenir un verre ou une glace , laquelle doit être un tant soit peu éloignée du haut de la chapelle qui a deux petites aïles vers sa pointe , & qui sont perpendiculaires à la longueur de l'Aiguille. Ces aïles servent à empêcher que l'Aiguille ne sorte hors de son pivot quand on transporte la Bouffole.

On doit prendre un grand soin de bien boucher les fentes qui sont entre les bords de la glace & la feüillure, de peur que le vent n'y passe , qui agiteroit l'Aiguille. J'ai trouvé que pour remédier à cet inconvenient, il falloit coller au fond de la feüillure de petites bandes de drap mince sur lesquelles la glace poseroit , & par ce moyen le vent ne pourroit pas entrer dans la boëte.

Quand on observe la déclinaison de l'Aiguille aimantée il est toujours à propos de retourner la boëte bout pour bout , pour voir si l'on trouve la même déclinaison par les deux côtés , & si la boëte est longue & que l'Aiguille n'y puisse pas faire un tour entier , on pourra changer l'Aiguille de position dans la boëte.

Mon principal dessein n'a été que de parler des grandes Bouffoles, sur lesquelles on peut voir facilement les degrés & leurs parties , & non pas de celles dont on se sert sur Mer, qui sont si grossieres, qu'on ne peut affés s'étonner comment on s'y fie pour la conduite d'un Vaisseau ; mais on n'a rien de meilleur ni de plus commode.



---



---

DE QUELQUES-UNES DES FONCTIONS  
DE LA BOUCHE.

SECONDE PARTIE.

Par M. PETIT.

4. Avril  
1716.

**L'**ACTION d'avaler les liquides n'est pas moins variée que les manieres de les introduire dans la Bouche.

Ce que nous en avalons vient du dehors comme la boisson, ou du dedans comme la salive qui coule dans la Bouche, les humidités qui tombent des Narines, du Gosier & de sa Valvule. Pour parcourir exactement toute la mécanique de la Déglutition de ces differents liquides, je traiterai 1°. de celle qui se fait imperceptiblement de l'humidité qui coule des parties qui sont au-delà de la valvule. 2°. L'e la Déglutition de la salive. 3°. Des manieres d'avaler les choses qui viennent du dehors dans la Bouche, par les façons de les y introduire que j'ai traitées dans mon premier Memoire.

L'humidité de la partie postérieure de la valvule & de la racine de la Langue, celle du Nés & du Gosier coulent imperceptiblement dans l'œsophage: celle qui mouille le plus profond du Gosier ne fait que suivre sa pente; & comme elle est au-delà de la Trachée artère, il n'a pas été besoin de précaution pour éviter sa chute dans la Glotte; mais comme celle qui mouille les parties plus antérieures du Gosier, & celle qui tombe par le derriere des Narines se trouvent immédiatement au-dessus du Larinx, elle auroient pû incommoder cette partie sans les sages précautions de la Nature, qui sont, que ces humidités n'ont aucun reservoir qui puisse les rassembler pour les vider routes à la fois; mais qu'elles tombent comme une nappe d'eau,

à mesure qu'elle se séparent dans les petites glandes qui les filtrent. De plus, la Luette qui se trouve placée au milieu de la Cloison ou valvule réunit, & semble être faite pour conduire la liqueur dans une espece de goutiere qui se trouve à la partie posterieure de la racine de la Langue : cette goutiere s'étend jusqu'à la partie anterieure de l'Epiglote qui forme un angle saillant, lequel partage les liquides en deux parties pour les conduire dans les deux rigoles qui sont aux côtés de la Trachée artère, & qui tendent à l'œsophage. Si la Luette nous rend ce bon office en réunissant & en conduisant ainsi ces liqueurs, ce n'est que pour celles que la pente détermine à suivre le milieu de la valvule ; car celles qui tombent par les côtés sont conduites sur la racine de la Langue par les parties de la valvule qui y sont attachées, & dans ce lieu la Langue fait deux autres goutieres, en joignant ses parties latérales à celles de son voisinage. Ces deux goutieres aboutissent immédiatement dans les rigoles qui sont aux côtés de la Glotte, sans qu'il soit besoin de l'angle saillant de la partie anterieure de l'Epiglote pour y conduire les liquides qui tombent & coulent ainsi, soit que la valvule se leve ou qu'elle s'abaisse sur la racine de la Langue, ou même au dessous de la Glotte, ce qui arrive dans ceux qui ont un débordement par le Nés ; car c'est la même chose que les goutieres de la Langue les reçoivent immédiatement des trois parties de la Valvule, ou qu'elles y tombent par leur propre poids ; bien entendu que, quoi-que ces humidités coulent dans le fond du Pharynx, elles ne pourront passer dans l'œsophage, sans le mouvement de la forte déglutition qui ne se fait pas ordinairement pour chaque goutte, mais lorsqu'il s'en est amassé une quantité suffisante pour exciter ces parties. C'est particulièrement dans cette forte déglutition que la Valvule en se baissant, & le Larynx en se haussant, mettent la Glotte à l'abri des humidités qui viennent des Narines. L'usage que je donne à ces organes est prouvé par les maladies qui leur arrivent : on remarque

que ceux à qui le gonflement de ces parties met au niveau le fond & les bords de ces rigoles & goutieres, enforte qu'elles se trouvent entierement effacées, on remarque, dis-je, que ceux-là toussent continuellement, parce que les liquides surpassent le niveau de la glotte, dans laquelle ils entrent facilement, pour peu que l'on inspire, & c'est ce qui les fait tousser. La façon même dont ils toussent, prouve aussi ce que j'avance, car s'ils font une forte expiration en toussant pour chasser ce qui les incommode; ils inspirent foiblement & à longs traits, de peur que l'air, en entrant brusquement, ne fasse rentrer dans la glotte le liquide que la forte expiration en a chassé.

On remarque aussi que ceux qui ont entierement perdu la Luette par quelque cause que ce soit, sont sujets à une toux imprevue qui leur arrive, par la chute d'une goutte de liqueur dans la glotte, faute d'être conduite par la Luette qu'ils n'ont plus.

On remarque encore qu'il arrive des fontes de pituite nommées vulgairement fontes & débordements du Cerveau, qui portent les liquides en si grande quantité dans le gosier que l'on est prêt d'étouffer faute de respiration, parce qu'il y en a trop pour être conduite en nappe, & pour couler tranquillement dans les goutieres ou rigoles; c'est pourquoi on est obligé de tousser pour se délivrer du débordement de ce liquide & de faire agir tous les efforts qui servent à la déglutition la plus forte. On voit par-là qu'il y a trois moyens de garantir la glotte, sçavoir les goutieres ou rigoles, les trois parties de la Valvule, & l'action des parties qui servent à la déglutition sensible.

Nous allons examiner cette dernière fonction dans les deux autres parties de ce discours.

#### *Seconde Partie de ce Mémoire.*

Les principaux organes qui servent à avaler la salive sont la Langue, le cercle charnu, ou la valvule du Gosier & le Pharynx. La Langue sert à avaler la salive, parce qu'elle

la rassemble & s'en charge, qu'elle la conduit au Gofier, & qu'elle la presse & la pousse dans le Pharynx & dans l'Oesophage.

La Valvule y sert, parce qu'elle ouvre ou ferme le passage de la Bouche & du Nés conjointement avec la Langue.

Le Pharynx, parce qu'il se dilate au moyen des muscles propres à cette action, parce que sa partie supérieure est approchée de la racine de la Langue : & enfin parce que son muscle fermeur comprime ce que l'on avale pour le faire descendre dans l'Oesophage & dans l'Estomac.

La première fonction de la Langue est de retenir & de se charger d'une certaine quantité de salive, ce qu'elle peut faire en bien des façons. Quelquefois elle forme un creux depuis son bout jusqu'à son milieu, creux semblable à l'Écume dont se servent les bateliers pour vider l'eau de leur bateau ; ou bien elle amasse la salive entre elle & la voûte du Palais en s'aplatissant, & faisant toucher ses bords à toute la circonférence des Dents & des Gencives avec tant d'exactitude, qu'elle empêche que cette liqueur ne s'y échappe. Mais pour placer ainsi les liquides elle fait différents mouvements. 1°. Elle applique son bout à la partie postérieure des dents de devant de la mâchoire inférieure, ensuite elle baisse son bout au dessous depuis l'extrémité des dents jusqu'à la racine du filet, & pressant toutes ces parties, elle oblige la salive qui étoit dessous de monter dessus ; pour lors par un mouvement très prompt elle revient en pressant & balayant, pour ainsi dire, les mêmes parties, non seulement depuis la racine du filet jusqu'aux dents de la mâchoire inférieure, mais même jusqu'aux bords des gencives de la mâchoire supérieure ; ce qu'elle fait en s'aplatissant pour mieux contenir le liquide dans l'espace qu'elle conserve entre elle & le Palais, ou en s'élargissant pour approcher & joindre exactement toute sa circonférence aux gencives de toutes les dents de la mâchoire supérieure, auxquelles elle s'applique, si-bien que la salive ne peut s'échapper. Dans cet

instant cette liqueur est comme renfermée sous la voûte du Palais , & soutenuë par la Langue , qui est plus ou moins platte ou creuse , selon qu'il y a plus ou moins de salive à contenir.

Une troisiéme façon de ramasser & réunir la salive est de fermer exactement les Machoires & les Levres , de faire toucher la Langue à tout l'espace de la Voûte du Palais , à toutes les dents , les gencives , & à l'endroit du dessous de la Bouche formé par la machoire inferieure , ensuite de retirer la Langue en arriere , en se servant d'elle comme de piston ; pour lors la salive doit occuper la place que la Langue aura quittée , puis en la relevant elle s'applatira & s'élargira pour soutenir le liquide & se joindre aux gencives des dents de la Machoire superieure pour les raisons qui ont déjà été dites.

Lorsque l'on rassemble la salive de cette maniere , on fait bien des mouvements auxquels on a peu d'attention. Pour les expliquer il faut remarquer que chaque glande , dont le Canal excreteur aboutit dans la Bouche est contrainte de se vider , tant parce que ces canaux sont , pour ainsi dire , pompés par la Langue qui agit en piston , que parce que les Jôies & les Levres dans lesquelles se trouvent ces glandes sont pressées par l'air exterieur qui les pousse contre les dents & en exprime la salive ; l'air exterieur ne pousse ainsi les Levres & les Jôies contre les dents que parce que les Levres sont fermées , & que la Langue agit en piston. C'est de cette façon que la Langue agit lorsqu'elle pompe le sang des gencives , les ordures qui sont dans le creux des dents cariées , & les petits morceaux d'aliments qui se sont logés dans leur intervalle. La Langue n'agit pas ainsi en piston en se retirant seulement de devant en arriere , il n'y a point d'endroit où elle puisse toucher qui ne puisse être pompé par elle soit en y portant & appliquant son bout & le retirant sur son milieu ou sur sa racine en se racourcissant , soit qu'elle s'applique par l'une de ses parties laterales pour se retirer  
sur



sur l'autre en se retrecissant, ou que de bas en haut ou de haut en bas elle fasse une application & une retraite semblable en s'applatissant.

On remarquera encore que pour pomper la salive dans un lieu particulier de la Bouche, il n'est pas necessaire de fermer les Levres, il suffit qu'une partie de la Langue soit si exactement appliquée à une partie de la Bouche, que l'air extérieur ne puisse passer entre deux; c'est de cette façon que l'on fait claquer la Langue contre le Palais. Ce n'est pas dans cette seule occasion que l'on pompe quelque endroit de la Bouche, ayant les Levres ouvertes; on le peut faire pour débarasser les dents des alimens qui y sont restés, & cela peut servir non seulement pour le dedans des Machoires, mais même pour le dehors, en faisant passer la Langue entre les Machoires, & la tournant dans tous les endroits de l'intervalle que les Levres & les Jôies peuvent laisser entre elles & les dents.

Mais quoi-que l'on puisse ainsi pomper quelque partie de la Bouche en particulier sans fermer les Levres, on le fait plus exactement quand on les ferme.

Après que la Langue a ramassé ces liquides, & qu'elle s'en est chargée, elle fait son deuxième mouvement pour les faire passer au de-là de la Valvule. Ce mouvement est un des plus composés qu'il y ait dans le corps humain, il est si prompt qu'à peine peut-on l'appercevoir, il faut être bien attentif pour en remarquer le commencement & la fin; on ne peut gueres le comparer à d'autres mouvements, qu'à celui du Serpent, parce que quand la Langue se meut ainsi, elle prend la figure que prend cet animal, lorsqu'il rampe pour fuir, ou lorsqu'il s'élançe sur quelque chose. Ce mouvement ondoyant s'exécute en deux cas differents; sçavoir, pour avaler beaucoup de liquide à la fois, comme je l'expliquerai ci-après, ou pour n'avalier que la salive & les dernières gouttes de la boisson; ce qui se fait de cette maniere.

La Langue étant chargée de la salive applique toutes ses

parties successivement jusques à sa racine, d'abord aux Dents de la machoire supérieure, puis aux Gencives des mêmes Dents; ensuite joignant le Palais elle en parcourt toute l'étendue par ses applications de devant en arrière, ce qui pousse la salive au fond de la Bouche en un clin d'œil. Mais comme le fond du Palais est plus courbé, & que cette courbure incline de haut en bas, la Langue suit cette courbure en continuant ce mouvement ondoyant jusques à l'extrémité de la Valvule, où elle porte la salive. Pour lors la Valvule s'éleve & permet le passage; son élévation est toujours la plus grande qu'il est possible, quoi-qu'il y ait peu de liquide à faire passer, le diametre du passage dépend du plus ou du moins de mouvement que fait la Langue pour s'approcher de cette Valvule: c'est la raison pour laquelle il faut qu'elle fasse un mouvement plus grand pour avaler la salive, que pour avaler un verre d'eau.

Le troisième mouvement que fait la Langue pour avaler, est une contraction de ses Muscles tant communs que propres, par laquelle sa racine se gonfle & est tirée en bas & en arrière au-delà de la Valvule fort avant dans le Pharynx, auquel lieu se ramassant en peloton, elle s'applique & touche les parois du Pharynx avec tant d'exactitude qu'elle fait en cet endroit l'office de piston. Le Pharynx est le corps de la pompe, & l'œsophage est le canal par où s'échape la liqueur pressée qui descend dans l'estomac; c'est le dernier mouvement que fait la Langue pour avaler: mais pour qu'il s'exécute à propos, il faut empêcher les liquides de passer par le Nés & par la Glotte, pour qu'il puisse vaincre la résistance des fibres de l'œsophage, & parce que pour vaincre cette résistance, il faut que celle que le liquide pressé trouve par tout ailleurs, soit plus grande que celle que fait l'œsophage. Pour cela il est nécessaire que les ouvertures du Nés & de la Glotte soient bouchées, sans quoi le liquide auroit plus de facilité à passer par l'une ou l'autre de ces ouvertures que par l'œsophage, dont les fibres charnues tendent toujours à fermer ce canal.

Les ouvertures du Nés sont bouchées par l'élevation de la Valvule & par le gonflement de la racine de la Langue qui la pousse en haut, sans quoi la boisson passeroit par le Nés (ce que l'on appelle faire du Vin de Nazaret) ce phenomene arrive dans quelque espece d'Esquinancie. Je l'expliquerai dans un troisiéme Memoire, où je traiterai des incidents, jeux & varietés des mouvements de la Bouche.

La Glotte est fermée par l'Epiglote, laquelle s'abaisse par la contraction des muscles propres à l'abaisser, par l'abaissement de la Langue sur elle, & par l'élevation du Larynx sous la racine de la Langue, laquelle se ramassant en peloton dans la partie supérieure du Pharynx, s'y applique & en touche si exactement les parois qu'en se retirant en arriere, autant qu'il lui est possible, elle fait l'office de piston, le Pharynx de son côté s'approche de la racine de la Langue pour s'y mieux ajuster & agir sur le liquide, faisant en cette occasion le corps de la pompe, pendant que l'œsophage qui en represente le canal, se laisse vaincre par le liquide pressé, lequel est conduit dans l'Estomac; c'est ainsi que la Bouche peut être une pompe à double usage, & que par le moyen de la Langue qui en est le piston commun, elle peut recevoir de dehors en pompe aspirante & en chasser en dedans en faisant la pompe foulante.

### *Troisième Partie.*

Quoi-que la déglutition qui se fait dans les différentes façons de boire dont il a été traité dans ma premiere dissertation, ne differe que très peu de celle dont je viens d'expliquer la mécanique; je vais pourtant parcourir cette fonction dans tous ces cas, moins pour la mieux expliquer que pour faire connoître comment elle se combine avec les autres fonctions. Nous avalons & nous suçons ensemble, lorsque nous buvons à l'ordinaire en suçant. Dans cette façon de boire à chaque fois que la Bouche fait l'office de pompe aspirante, la Langue ramasse le liquide & le pousse au de-là de la Valvule, en faisant avec le Pha-

rinx l'office de pompe foulante. Quoi-que ces trois fonctions s'exécutent en un instant, on peut y remarquer que l'ouverture des Levres est proportionnée au vaisseau dans lequel on boit; que la Langue se retire, & que les Machoires s'écartent pour faire entrer le liquide, la Langue s'élargit & s'applatit pour le ramasser entre elle & le Palais; elle avance son bout en devant pour boucher l'ouverture des Levres, afin que ce qu'elle contient, ne sorte point, elle s'approche du Palais, & faisant son mouvement ondoyant & vermiculaire depuis son bout jusques à sa racine, elle fait passer le liquide dans le gosier, puis se retirant de nouveau, elle commence à pomper en retirant sa pointe dans l'instant même qu'elle retire sa racine jusques dans le Pharynx pour achever la déglutition de ce qui avoit été pompé dans le premier instant, de sorte que la Langue achève la déglutition de la premiere gorgée de boisson, en commençant à pomper la seconde. Il est possible de mettre quelque intervalle entre pomper, & avaler; aussi ce que j'ai dit n'arrive pas toujours, mais c'est comme il faut qu'il arrive pour ne point perdre de temps; celui que l'on met entre ces deux fonctions, est un temps perdu quand il ne s'agit que de boire, à moins que l'on ne veuille savourer ce que l'on boit, se laver la Bouche, se gargariser, ou faire d'autres choses, dont je ferai mention dans le Memoire suivant.

Pour avaler après avoir humé on approche les Levres du vaisseau dans lequel est la liqueur que l'on hume; ou bien on retire le vaisseau en fermant les Levres, pour retenir la boisson entre les Levres, le dedans de la Machoire inferieure & la Langue qui pour lors est levée, comme je l'ai dit dans mon premier Memoire: ensuite on expire, on approche les Levres des Machoires pour pousser l'eau dans la Bouche, on baisse la Langue, l'eau monte dessus, la Langue s'élargit pour toucher toute la circonference des dents & des gencives de la Machoire inferieure, & pour pousser l'eau dans le Gosier. Elle commence son

mouvement vermiculaire & ondoyant depuis son bout jusques à sa racine, le reste s'acheve, ainsi qu'il vient d'être expliqué ci-dessus.

Il faut remarquer qu'après avoir bû en pompant on inspire, & qu'après avoir bû en humant on expire; la raison de ce fait est que pour humer il faut inspirer, & que pour l'ordinaire on ne boit en pompant qu'après avoir expiré; deplus c'est que l'on peut inspirer ou expirer en pompant; mais pour humer il faut toujours inspirer.

La déglutition qui se fait quand on boit en versant; differe peu de celle qui se fait dans les deux précédentes façons de boire; il faut seulement remarquer que l'on cesse d'avaler pour inspirer, lorsqu'on a beaucoup de liqueur à boire, & cela sans cesser de verser la liqueur dans la Bouche. Si ce que l'on verse est en petite quantité, la Langue ne fait que lever son bout au Palais pour former un rempart au liquide, ainsi qu'elle le fait dans le humer; pour lors on inspire par le Nés & par la Bouche: ou si la liqueur est en grande quantité, la Langue s'applatit vers son bout pour en contenir davantage, & elle se grossit vers sa racine, pour être plus facilement appliquée à la valvule du Gofier, qui s'abaisse pour s'y joindre exactement, afin de boucher le passage du liquide pendant que l'on inspire, & ensuite on avale la liqueur versée de la maniere que nous avons dit.

A l'égard du sabler, j'ai dit qu'il differoit peu du galet, & ce que je vais dire de la déglutition dans cette façon de boire, servira pour l'un & pour l'autre.

Quand on boit au galet, la racine de la Langue & la Valvule se rapprochent mutuellement pour retenir le liquide jusques à ce que l'on ait pris son temps pour avaler, lequel temps est toujours après que l'on a inspiré ou expiré: & quand on veut avaler, on élève la Valvule, on retire la Langue en devant pour donner passage à une partie du liquide, ensuite la Langue se retire dans le fond du Gofier pour pousser le liquide dans l'œsophage, de ma-

niere qu'elle ne fait qu'avancer sa racine en devant pour laisser entrer l'eau, & ensuite se retirer jusques au fond du Gosier, tant pour pousser le liquide dans l'oesophage, que pour boucher les Narines & la Glotte : ces mouvements instantanés sont repetés jusques à ce que l'on ait achevé de boire.

Quoi-que la structure des parties, dont je viens d'expliquer quelques fonctions, ait été déjà décrite fort exactement, je me suis apperçu, mais trop tard, que je devois au moins démontrer certaines particularités de cette structure, dont je me suis servi dans mes explications ; ce que je ferai dans la suite de cet ouvrage.

## RESOLUTION

### D U P R O B L E M E

*Proposé par M. DE LAGNY à l'Academie.*

Par M. le Chevalier RENAÜ

5. Fevrier  
1716.

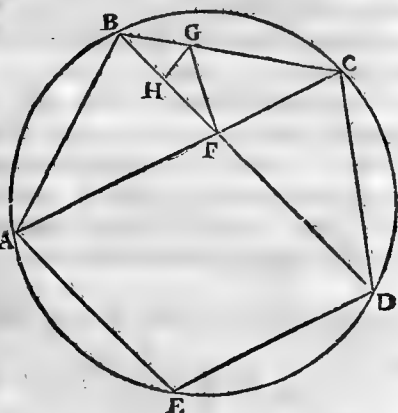
**T**ROUVER deux grandeurs telles que soustrayant l'une de l'autre il en vienne un reste, lequel étant soustrait de la petite, il y ait un reste, lequel étant encore soustrait du premier reste il y ait encore un reste, & ainsi jusqu'à l'infini, sans qu'aucun reste puisse mesurer la dernière quantité, de laquelle on aura fait la soustraction.

Soit le Cercle *ABCDE*, dans lequel on ait inscrit le Pentagone *ABCDE*. Soit tirée la Corde *AC*, je dis que le côté *AB* & la Corde *AC* sont les deux grandeurs que l'on demande.

## DEMONSTRATION.

Soit encore tirée la Corde  $BD$ , coupant la Corde  $AC$  au point  $F$ , & soit fait  $CG$  égal à  $FC$ , &  $BH$  égal à  $BG$ .

Les angles  $ACB$ ,  $BAC$  &  $CBD$  étant appuyés sur des arcs égaux sont égaux; les deux angles égaux  $BAC$  &  $BCA$  du Triangle  $BAC$  sont donc égaux aux deux angles égaux  $FCB$  &  $FBC$  du Triangle  $BFC$ ; ainsi le troisième angle  $ABC$  du



Triangle  $ABC$  est égal au troisième angle  $BFC$  du Triangle  $BFC$ , & partant le Triangle  $BFC$  semblable au Triangle  $ABC$ .

L'angle extérieur  $AFB$  étant égal aux deux intérieurs opposés  $FCB$  &  $FBC$ , il est double de l'angle  $FBC$ , & l'angle  $ABF$  est aussi double de l'angle  $FBC$ , parce qu'il est appuyé sur un arc double de l'arc  $DC$  sur lequel l'angle  $FBC$  est appuyé, donc l'angle  $ABF$  est égal à l'angle  $AFB$ , & le côté  $AB$  égal à  $AF$ . Ainsi le Triangle  $BAF$  est Isocèle, & par la construction le Triangle  $FCG$  est aussi Isocèle, & l'angle  $BAF$  égal à l'angle  $FCG$ , donc l'angle  $BFA$  égal à l'angle  $FGC$ ; d'où il suit que l'angle  $BGF$  est égal à l'angle  $BFC$ , & le Triangle  $BGF$  semblable aux Triangles  $BFC$  &  $ABC$ .

On voit de même que si dans le dernier Triangle semblable  $BGF$  on soustrait du grand côté  $BF$  la partie  $BH$  égale à  $BG$ , on formera de nouveau le petit Triangle  $GHF$ , qui sera semblable aux autres, & qu'il en sera la même chose à l'infini.

Mais dans toutes ces operations on ne fait qu'exécuter les conditions du Problème ; car des deux grandeurs trouvées  $AC$  &  $AB$ , on a soustrait  $AB$  de  $AC$ , il reste  $FC$ , que l'on soustrait de  $BC=AB$ , il reste  $BG$ , on soustrait encore  $BG$  de  $BF$  égal au premier  $FC$ , & il reste le troisième reste  $HF$  ; & on voit que l'on pourra continuer ces soustractions à l'infini, puisqu'on aura toujours pour reste un Triangle semblable aux précédents, & que le restant de la soustraction sera toujours le petit côté du Triangle semblable, qui se pourra toujours soustraire du grand côté, de même qu'aux Triangles semblables précédents. Ce qu'il falloit faire.

Mais si pour rendre ce Problème & sa résolution universelle, on demandoit deux grandeurs, telles que les parties que l'on en soustrait, soient en raison données avec les grandeurs précédentes, au lieu de leur être égales comme dans le Problème précédent ; c'est-à-dire, que  $AF$  qui est la partie soustraite, au lieu d'être égale à  $AB$  qui est la grandeur précédente, &  $CG$  égale à  $FC$  &  $BH$  égale à  $BG$ , & ainsi à l'infini comme dans le Problème précédent, si on demandoit que  $AF$  fut à  $AB$  &  $CG$  à  $CF$ , &  $BH$  à  $BG$ , ainsi à l'infini comme  $m$  est à  $n$ , prenant  $m$  &  $n$  pour deux grandeurs telles qu'on voudra.

## R E S O L U T I O N.

Soit pris à discretion trois grandeurs  $b$ ,  $m$ ,  $n$ , & soit fait un Cercle dont le diametre  $AB$  soit égal à  $\sqrt{bb + \frac{mm}{4nn}bb + \frac{m}{2n}b}$  sur lequel soit pris  $BC$  égale à  $\frac{m}{n}b$ , & du point  $C$  soit élevé  $CD$  perpendiculaire au diametre  $AB$ , coupant le Cercle au point  $D$ , & soit tiré la Corde  $AD$  &  $DB$ , je dis que  $AD$  &  $AB$  sont les deux grandeurs que l'on demande.

DEMONS-



## DÉMONSTRATION.

Soit  $e = AD$ , &  $d = AB = \sqrt{bb + \frac{mm}{4nn} bb + \frac{m}{2n} b}$ ,  
 donc  $\sqrt{bb + \frac{mm}{4nn} bb + \frac{m}{2n} b} = d$ ; donc  $\sqrt{bb + \frac{mm}{4nn} bb}$   
 $= d - \frac{m}{2n} b$ , ce qui donne  $dd - \frac{m}{n} bd + \frac{mm}{4nn} bb$   
 $= bb + \frac{mm}{4nn} bb$  &  $dd - \frac{m}{n} bd = bb$ .

Mais à cause des  
 Triangles semblables  
 $ABD$  &  $ADC$ ,  $AB$   
 $: AD :: AD : AC$ ;  
 c'est-à-dire,  $d : e :: e : d$

$- \frac{m}{n} b$ , & par consé-  
 quent  $dd - \frac{m}{n} bb$

$= ee$ . Mais  $dd - \frac{m}{n} b$   
 $bd$  est aussi égale à  $bb$ ,  
 donc  $b = e$ ; donc la  
 Corde  $AD = e = b$ .

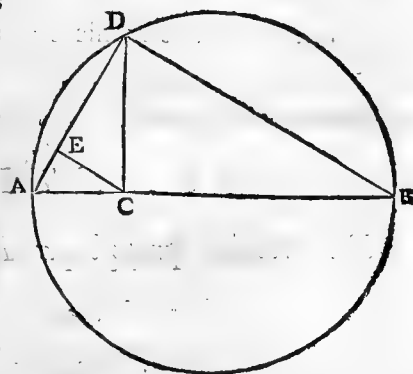
Mais  $BC$  a été fait égal

à  $\frac{m}{n} b$ . Donc  $AD : BC :: b : \frac{m}{n} b :: n : m$ , la perpendi-  
 culaire  $DC$  coupe donc la grandeur  $AB$  la plus grande  
 des deux grandeurs trouvées, en sorte que sa partie  $BC$   
 soustraite est à la petite  $AD$  dans la raison demandée  
 comme  $m$  est à  $n$ .

De plus du point  $C$  baissant sur  $AD$  la perpendiculaire  
 $CE$ , coupant  $AD$  au point  $E$ , & à cause des Triangles  
 semblables  $ACD$  &  $ADB$ , on voit que la perpendicu-  
 laire  $CE$  coupe  $AD$  dans les mêmes proportions que la  
 perpendiculaire  $DC$  coupe  $AB$ . Ainsi la partie  $DE$  sou-  
 traite de  $AD$  est au restant  $AC$ , encore comme  $m$  est à  
 $n$  en la raison donnée, & il en sera de même à l'infini,  
 allant de Triangle semblable à Triangle semblable plus  
 petits à l'infini. Ce qu'il falloit faire.

Mem. 1716.

D



On peut toujours prendre  $n$  pour l'unité, ainsi au lieu de  $\frac{m}{n}b$  valeur de  $BC$ , on auroit  $mb = BC$ , & au lieu de

$\sqrt{bb + \frac{mm}{4nn}bb + \frac{m}{2n}b}$ , valeur du diametre  $AB$ , on auroit  $\sqrt{bb + \frac{1}{4}mm\bar{b}b + \frac{1}{2}mb} = AB$ .

Mais supposant encore  $m = 1$ , on auroit  $b = BC$ ; & au lieu de  $\sqrt{bb + \frac{1}{4}mm\bar{b}b + \frac{1}{2}mb} = AB$ , on auroit  $\sqrt{bb + \frac{1}{4}\bar{b}b + \frac{1}{2}b} = AB$ ; ce qui donne la résolution du premier cas d'une maniere aussi simple que la précédente.

## S O L U T I O N

*Du Problème proposé par M. DE LAGNY.*

Par M. SAUVEUR.

18 Mars  
1716.

J'AVOIS résolu de ne m'attacher qu'à ce qui regarde l'Acoustique, mais ayant été frappé de l'utilité de la recherche qu'a fait M. de Lagny dans des divisions alternatives de deux nombres, sur-tout dans les incommensurables que j'ai lû il y a deux ans dans ses écrits par ordre de M. l'Abbé Bignon, ayant aussi été frappé de la simplicité de la résolution de ce Problème que M. Renau vient de donner, lorsque ces diviseurs étoient égaux, j'ai donné une résolution generale, lorsque les quotiens étoient inégaux, mais les mêmes par periodes réglées.

Je propose ainsi le Problème.

## P R O B L E M E.

Trouver le rapport de deux grandeurs  $x$  &  $y$  qui soient tels que le plus grand  $x$  étant divisé par le plus petit  $y$ , le quotient soit  $n$ , avec un premier reste; que le plus petit  $y$

étant divisé par le premier reste, le quotient soit  $p$  avec un second reste ; que le premier reste étant divisé par le second, le quotient soit  $q$  avec un troisième reste, lequel divisant le second reste, le quotient soit  $r$ , & ainsi de suite jusqu'à ce que la division soit sans reste.

Ce Problème a deux cas.

Le premier est qu'il y ait enfin une division sans reste, & alors le rapport de  $x$  à  $y$  est fini.

Dans ce cas nous appellerons ce rapport à  $1, 2, 3, 4$ , &c. quotients, lorsque faisant ces divisions alternatives il n'y a que  $1, 2, 3, 4$ , &c. quotients dont le dernier soit sans reste, & alors les deux quantités  $x$  &  $y$  sont commensurables par le dernier diviseur.

Le second cas, c'est lorsque ces divisions vont à l'infini avant que d'être sans reste, & alors les deux quantités sont incommensurables.

### I. C A S.

Soit fait à volonté l'angle  $BAC$ , soit  $AB(x)$ .  $AC(y)$ .

$$BD = AC \times n. CE =$$

$$AD \times p. DF = AE \times q.$$

$$GE = AF \times r. HF =$$

$$AH \times t. \text{ Je suppose que}$$

la dernière division soit

sans reste.

Je dis que  $AB$  &  $AC$

seront dans les circon-

stances données, car  $\frac{AB}{AC}$

$$= \frac{AC \times n + AD}{AC} = n \text{ avec}$$

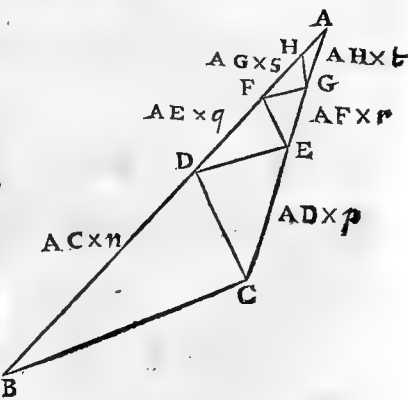
$$\text{le reste } AD, \text{ de même}$$

$$\frac{AC}{AD} = \frac{AD \times p + AE}{AD} = p$$

$$\text{avec le reste } AD, \text{ \& ainsi de suite. Donc, \&c.}$$

D'où il suit, 1°. Que si  $AB = x$ , &  $AC = y$ , alors

$$BD = ny, AD = x - ny, CE = px - npy, AE = y$$

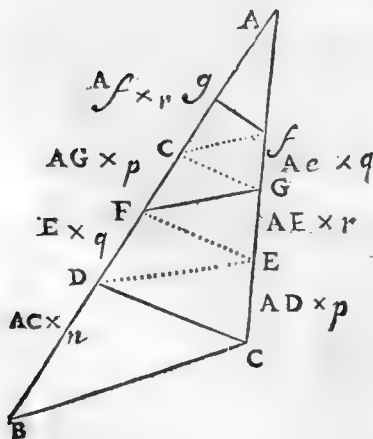


$+ n p y - p x, D F = q y + n p q y - p q x, A F = x - n y$   
 $- q y - n p q y + p q x, E G = r x - n r y - q r y - n p q r y$   
 $+ p q r x, A G = y + n p y - p x - r x + n r y + q r y$   
 $+ n p q r y - p q r x, F H = f y + n p f y - p f x - r f x + n r f y$   
 $+ q r f y + n p q r f y - p q r f x, A H = x - n y - q y - n p q y$   
 $+ p q x - f y - n p f y + p f x + r f x - n r f y - q r f y$   
 $- n p q r f y - p q r f x, \&c.$  de sorte que faisant  $A B(x)$   
 $= B D + D F + F H + H A$ , on aura la valeur de  $x$  ou  
de  $y$ , & l'un des deux étant supposé  $= 1$ , on aura le rap-  
port de  $x$  à  $y$ .

2°. On voit que toutes ces valeurs ont  $x$  &  $y$  élevés à une seule dimension.

3°. Les dimensions des quotients  $n, p, q, r, s$ , &c. sont des termes réglés par la méthode de M. de Lagny, & si l'on suppose ces quotients égaux, les coefficients deviennent des nombres figurés, c'est-à-dire, l'unité, les nombres triangulaires, pyramidaux, &c. comme M. Nicole a fait remarquer.

## II. CAS.



Supposant les mêmes choses que ci-dessus, enforte que le premier ou les premiers quotients soient  $n$ , &c. les seconds soient  $p, q, r$ , les troisièmes soient de rechef  $p, q, r$ , & ainsi par périodes à l'infini on demande le rapport de  $AB$  à  $BC$ .

Ayant tiré les lignes  $CD$  pour le premier quotient, en supposant  $BD = AC \times n$ , tirés les lignes  $DE, EF, FG$ , pour les quotients  $p, q, r$ ; en

suite supposés que  $AC:AD::AF:AG$ , l'équation donnera le Rapport de  $AB$  à  $AC$ , qui seront dans les circonstances proposées.

Car les triangles  $ADC$ ,  $AFG$  seront semblables, & par conséquent capables des mêmes propriétés, & ainsi le premier  $ADC$  donnant les quotients  $p, q, r$ , le second donnera les mêmes quotients, le troisième  $Afg$  sera semblable aux précédents, & par conséquent il donnera les mêmes quotients  $p, q, r$ , & ainsi l'infini.

Remarquons 1°. Que les quatre termes  $AC, AD, AF, AG$ , ont chacune les valeurs de  $x$  &  $y$  d'une seule dimension, donc les produits des extrêmes & des moyens auront ces quantités de deux dimensions, & la valeur de  $x$  ou de  $y$  sera une racine quarrée qui sera incommensurable, autrement les quotients n'iroient pas à l'infini.

2°. Si la période n'a qu'un quotient, alors  $AB(x):AC(y)::AC(y):AD(x-ny)$  donc  $xx-nxy=yy$ , ou  $xx-nxy+\frac{1}{4}nnyy=yy+\frac{1}{4}nnyy$ . Donc  $x-\frac{1}{2}ny=\sqrt{yy+\frac{1}{4}nnyy}$ , &  $x=\frac{1}{2}y\sqrt{nn+4+\frac{1}{2}ny}$ , & supposant  $y=1$ ,  $x=\frac{1}{2}\sqrt{nn+4+\frac{1}{2}n}$ . Donc  $x:y::\frac{1}{2}\sqrt{nn+4+\frac{1}{2}n}:1::\sqrt{nn+4+n}:2$ , ce qui renferme la résolution de M. Renau, & entierement celle de M. Nicole.

On trouvera de même les rapports de  $x$  & de  $y$ , supposant les périodes de plusieurs quotients, ou même précédés de quotients qui ne soient point renfermés dans ces périodes, qui toutes sont incommensurables sous la racine quarrée.



## S O L U T I O N

*D'un Problème proposé par M. DE LAGNY.*

Par M. NICOLE

12 Février  
1716.

**L**E Problème que M. de Lagny propose est de trouver deux nombres qui soient tels que le second soit dans le premier une fois avec un reste : que ce reste soit dans le second une fois avec un nouveau reste ; que ce second reste soit dans le premier reste une fois avec un nouveau reste ; que ce troisième reste soit une fois dans le second reste avec un nouveau reste, ainsi de suite à l'infini.

Au lieu du Problème de M. de Lagny je me propose celui-ci, dont celui de M. de Lagny n'est qu'un cas particulier.

## P R O B L E M E.

*Trouver deux nombres qui soient tels que le second soit dans le premier p de fois avec un reste que ce reste soit dans le second encore p de fois avec un nouveau reste ; que ce second reste soit dans le premier reste p de fois, &c. ainsi de suite à l'infini.*

## S O L U T I O N.

Soit  $x$  le premier nombre,  $y$  le second,  $z$  le premier reste,  $u$  le second reste,  $t$  le troisième,  $f$  le quatrième,  $r$  le cinquième,  $q$  le sixième,  $n$  le septième,  $m$  le huitième, &c.

On aura toutes ces équations,

$$\begin{aligned} \frac{x}{y} &= p + \frac{z}{y}, \frac{y}{z} = p + \frac{u}{z}, \frac{z}{u} = p + \frac{t}{u}, \frac{u}{t} = p + \frac{f}{t}, \frac{t}{f} \\ &= p + \frac{r}{f}, \frac{f}{r} = p + \frac{q}{r}, \frac{r}{q} = p + \frac{n}{q}, \frac{q}{n} = p \text{ \&c.} \end{aligned}$$

De ces équations on tire  $q = p n$ ,  $r = p q + n$ ,  $f = pr + q$ ,  $t = p f + r$ ,  $u = p t + f$ ,  $z = p u + t$ ,  $y = p z + u$ ,  $x = p y + z$ .

Si dans la seconde on met pour  $q$  sa valeur prise dans la première, on aura  $r = p p n + n$ , si pour  $r$  &  $q$  dans la troisième on met leurs valeurs prises dans la première & la neuvième, on aura  $f = p^2 n + p n + p n = p^2 n + 2 p n$ ; que dans la quatrième on mette pour  $f$  &  $r$  leur valeur prise dans la neuvième & la dixième, on aura  $t = p^4 n + 2 p p n + p p n + n = p^4 n + 3 p p n + n$ ; que dans la cinquième on mette pour  $t$  &  $f$  leur valeur prise dans la dixième & la onzième, & on aura  $u = p^5 n + 3 p^3 n + p n + p^3 n + 2 p n = p^5 n + 4 p^3 n + 3 p n$ ; que dans la sixième on mette pour  $u$  &  $t$  leur valeur prise dans la onzième & la douzième, on aura  $z = p^6 n + 4 p^4 n + 3 p p n + p^4 n + 3 p p n + n = p^6 n + 5 p^4 n + 6 p p n + n$ ; que l'on fasse de même pour la septième & la huitième, on aura  $y = p^7 n + 6 p^5 n + 10 p^3 n + 4 p n$ , &  $x = p^8 n + 7 p^6 n + 15 p^4 n + 10 p p n + n$ .

Si l'on rassemble toutes ces équations, on aura

1.  $p n$
  2.  $p p n + n$
  3.  $p^2 n + 2 p n$
  4.  $p^4 n + 3 p p n + n$
  5.  $p^5 n + 4 p^3 n + 3 p n$
  6.  $p^6 n + 5 p^4 n + 6 p p n + n$
  7.  $p^7 n + 6 p^5 n + 10 p^3 n + 4 p n$
  8.  $p^8 n + 7 p^6 n + 15 p^4 n + 10 p p n + n$
  9.  $p^9 n + 8 p^7 n + 21 p^5 n + 20 p^3 n + 5 p n$
  10.  $p^{10} n + 9 p^8 n + 28 p^6 n + 35 p^4 n + 15 p p n + n$
  11.  $p^{11} n + 10 p^9 n + 36 p^7 n + 56 p^5 n + 35 p^3 n + 6 p n$
- &c.

$$\begin{aligned}
 12. \quad & p \times n + m - 1 \times p \times n + \frac{m-2, m-3}{1, 2} \times p \times n + \\
 & \frac{m-3, m-4, m-5}{1, 2, 3} p \times n + \frac{m-4, m-5, m-6, m-7}{1, 2, 3, 4} p \times n \\
 & + \frac{m-5, m-6, m-7, m-8, m-9}{1, 2, 3, 4, 5} p \times n + \&c. \\
 13. \quad & p \times n + m - 2 \times p \times n + \frac{m-3, m-4}{1, 2} p \times n + \\
 & \frac{m-4, m-5, m-6}{1, 2, 3} p \times n + \frac{m-5, m-6, m-7, m-8}{1, 2, 3, 4} p \times n \\
 & + \&c.
 \end{aligned}$$

Par lesquelles on voit que lorsque deux nombres sont tels que le petit est dans le grand  $p$  de fois avec un reste, & ce reste  $p$  de fois dans le petit sans reste, ces deux nombres sont ceux marqués 1 & 2 ; que s'il faut faire trois divisions pour ne point trouver de reste, ces deux nombres sont ceux marqués 3 & 2 ; s'il en faut faire 4, ces deux nombres sont marqués en 4 & 3 ; s'il en faut faire 11, ces deux nombres sont marqués en 11 & 10.

Si l'on examine la nature de ces quantités, on verra que le premier terme est toujours  $p$  élevé à une puissance égale au nombre des divisions qu'il faut faire pour ne point trouver de reste ; que dans tous les autres termes l'exposant de  $p$  diminuë toujours de 2.

Pour trouver les rapports des coëfficients, soit construit le triangle Arithmetique de M. Paschal.





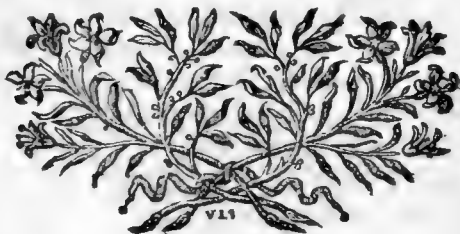


$$\begin{array}{c}
 1 + m - 2 + \frac{m-3 \cdot m-4}{1 \cdot 2} + \frac{m-4 \cdot m-5 \cdot m-6}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \\
 + \frac{m-5 \cdot m-6 \cdot m-7 \cdot m-8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{m-6 \cdot m-7 \cdot m-8 \cdot m-9 \cdot m-10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}
 \end{array}$$

## REMARQUE.

Les deux suites que l'on vient de trouver pour les deux nombres cherchés, étant deux bandes diagonales consecutives du triangle arithmetique de M. Pascal, dont la premiere a pour premier terme l'unité qui est au dessus du nombre naturel exprimé par  $m$ . Pour second terme le nombre naturel  $m-1$ . Pour troisiéme terme le nombre triangulaire qui est sur  $m-2$ , &c. Il est évident que lorsque  $m$  sera infinie, ces deux suites seront l'infinitiéme bande diagonale, & celle qui la précède, & par conséquent chacune infinie.

Mais quoi-que les deux nombres demandés soient chacun infinis, on peut trouver des grandeurs finies qui soient entr'elles comme ces deux infinis, car si l'on divise une ligne en moyenne & extrême raison, la ligne entiere contiendra la grande partie une fois avec la petite partie pour reste; cette petite partie sera dans la grande une fois avec un reste, & ainsi de suite à l'infini.



## EXPERIENCES

## FAITES

## DANS UN TOURBILLON CYLINDROIDE.

Par M. SAULMON.

**L**Es experiences pouvant être utiles pour découvrir quelque chose en la mécanique de la nature, j'en ai fait quelques-unes en un Tourbillon. Elles sont de deux sortes. Les unes concernent l'approche des corps ou leur éloignement de l'axe du Tourbillon. Les autres concernent le mouvement circulaire des corps, soit autour de l'axe du Tourbillon, soit autour de leur propre centre, c'est-à-dire, autour d'un axe particulier passant par leur propre centre, & toujours à peu-près perpendiculaire à un plan qui toucheroit la surface du Tourbillon, à l'endroit où elle est coupée par cet axe. Je rapporterai les secondes en ce Memoire, ayant donné les premieres en 1714.

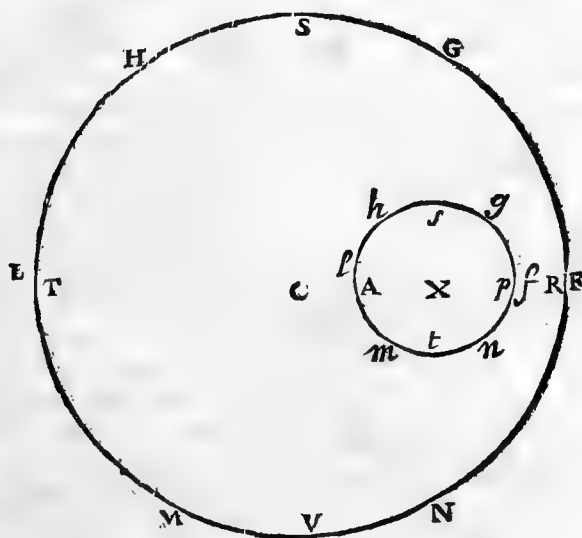
7. Mars  
1716.

J'ai fait construire un Vase cylindrique droit de Cuivre; sa hauteur interieure est de quinze pouces, & le diametre de sa base interieure est de dix-huit pouces & demi. Je l'ai rempli d'Eau de la fontaine d'Arcueil jusqu'à la hauteur d'onze pouces; & le vase demeurant immobile sur un plan horizontal, j'ai fait tourner l'eau le plus viste que j'ai pû avec une canne de bois de Noyer de six lignes d'épaisseur en son milieu & cinq au petit bout, la mettant successivement au centre & à la circonference du vase, jusqu'à ce que je ne trouvasse presque aucune resistance à mouvoir l'eau, & qu'il se formât au milieu un creux fort profond, & que des rides en spirales sur sa surface fussent très minces, à peu-près de l'épaisseur d'une ligne où de la tête d'une grosse épingle. Ce qui est une marque

E ij

de la plus grande vitesse & de la plus grande uniformité qu'un tel instrument puisse produire dans l'eau. M'étant servi d'une Canne des Indes de neuf lignes d'épaisseur en son milieu, les rides étoient beaucoup plus grosses, & l'uniformité du mouvement beaucoup moindre, & j'ai toujours observé qu'elle devenoit plus grande lorsque le bâton étoit plus roide, & plus massif & plus menu. Quand j'ai remarqué que des corps nageants en des Tourbillons sont allés massifs ou pesants pour s'écarter de l'axe jusques aux bords du Vase, je finis le mouvement par le centre, en continuant d'y faire circuler le bâton fort long-temps, afin que le creux qui s'y forme soit fort large & profond, & que le corps plongé s'élevant sur la surface inclinée de ce creux, trouve plus de résistance à s'écarter de l'axe du Tourbillon, & fasse par conséquent un plus grand nombre de revolutions avant que d'arriver aux bords du vase. Au contraire si les corps sont peu massifs ou fort légers, étant mis sur la surface de ce creux, quand elle est fort inclinée à l'horison, ils tombent fort vite en l'axe du Tourbillon, où ils perseverent jusqu'à la fin, ayant fait fort peu de revolutions autour de lui avant que d'y arriver. C'est pourquoi quand j'y veux mettre des corps fort légers, tels que sont des coques d'œuf ou d'autres corps qui tombent en l'axe & y perseverent, je finis le mouvement par la circonférence, en y faisant circuler la canne fort long-temps. Le creux du milieu devient continuellement moins profond, pendant que la vitesse de l'eau se conserve d'ailleurs. Or quand sa surface paroît applanie ou former une douce pente, si l'on y met alors vers les bords des corps légers, ils font un plus grand nombre de revolutions autour de l'axe avant que d'y arriver. Si ce vase contenoit plus d'eau, & que l'on voulût néanmoins donner à l'eau toute la vitesse & toute l'uniformité dont elle est susceptible, elle s'éleveroit au dessus des bords, elle tomberoit en partie hors le vase. Quand celle qui resteroit seroit en repos, elle n'auroit à peu-près que la profondeur que j'ai dési-

gnée. Si, quand elle est en plus grande quantité, on ne la faisoit pas tourner assés vite pour qu'elle s'élevât au dessus des bords, & que l'on eut besoin cependant de la plus grande uniformité du tournoyement de l'eau, qui ne vient que de la plus grande vitesse, l'expérience ne réussiroit pas.



Je suppose que la surface du Tourbillon, lorsqu'elle est le moins inclinée, soit censée parallèle à l'horison, du moins sensiblement, & qu'elle tourne autour du point C sur un plan horisontal immobile *CFGHLMNF*. La circonference mobile *R, S, T, V, R*, represente un filet circulaire de cette surface. Je suppose que le point R se meut de F par G en H, L, M, N, F. Il est clair que le filet & tous les autres filets circulaires de la même surface se mouveront semblablement, & que ce mouvement représentera le tournoyement du Tourbillon. Les points S, T, V, sont aussi des points mobiles pris dans le même filet. La surface circulaire mobile *XpfsAt* represente une section

faite par le plan horifontal dans le difque ou dans le globe qui nage dans le Tourbillon. C'eft un point de l'axe du Tourbillon. Cet axe eft perpendiculaire au plan horifontal & immobile.  $X$  eft un point de l'axe particulier qui paffe par le centre du difque ou du globe, & autour duquel axe tourne ce difque ou ce globe, pendant qu'ils font emportés circulairement avec cet axe autour de l'axe du Tourbillon. L'axe particulier incline continuellement quelque peu vers celui du Tourbillon, ce qui fe reconnoît par le moyen de quelque tache faite fur la furface du difque ou du globe, car cette tache eft toujours à peu près également éloignée de la furface du Tourbillon à l'endroit correfpondant. Neantmoins comme la furface de l'eau en cette figure eft cenfée parallele au plan horifontal, il eft évident que les deux axes peuvent être cenfés paralleles, & que par confequent l'axe particulier peut auffi être regardé comme perpendiculaire à l'horifon.  $p$  eft la partie du difque ou du globe la plus reculée du point  $C$ , ou de l'axe du Tourbillon. Je l'appelle la partie pofterieure.  $A$  eft celle qui en eft la plus proche. Je l'appelle la partie anterieure. Les points  $X, p, f, A, r$ , font des points de la fectiion & mobiles, les points  $f, g, h, l, m, n$ , font des points du plan horifontal & immobiles. Cela pofé, voici les experiences.

I. Un Globe creux de Leton fort mince, dont la fetuille eft environ d'une demi-ligne d'épaiffeur, a de diametre en fa furface exterieure 2 pouces 10 lignes, étant vuide il pefe un once 7 gros 12 grains, il s'ouvre en deux hemifpheres détachés. Au bord de l'un j'ai fait foudre en dedans une bande de Fer blanc, large de 3 lignes, qui débordé en dehors, & qui fert à tenir les deux hemifpheres appliqués l'un contre l'autre. En l'hemisphere où eft cette bande, j'ai fait tenir avec de la poix tout près de la bande le poids d'une once, telle qu'elle eft dans les marcs ordinaires; enfuite j'ai plongé les bords des deux hemifpheres dans de la Cire jaune fonduë fur une affiette, &

j'ai fermé le globe, en appliquant les deux hemispheres l'un contre l'autre, afin que l'eau ne pût y entrer, le pods total du globe est alors 2 onces 7 gros & demi. J'ai fait tourner l'eau avec la canne le plus vite qu'il m'a été possible, en finissant par le centre, jusqu'à ce que je ne sentisse presque aucune résistance à faire tourner l'eau. Ensuite j'ai posé la canne horizontalement sur les bords du vase, la faisant passer par l'axe de ce vase, où je la laisse immobile. L'on voit un Tourbillon qui persevere fort longtemps. Le globe étant mis en l'axe, il en sort fort vite, & il est emporté circulairement autour de l'axe du Tourbillon; il commence tout d'un coup à présenter une même face à cet axe comme la Lune à la Terre, & il conserve la même position, c'est-à-dire, qu'il fait alors autant de revolutions apparentes autour de son propre centre, qu'il en fait de vraies & réelles autour de l'axe du Tourbillon de même sens; c'est-à-dire, que sa partie posterieure *p* tourne autour de *X*, en allant de *f* par *g* en *h*, *l*, *m*, *n*, & fait ainsi une revolution apparente, pendant que le Tourbillon en fait une vraie, le point *R* allant de *F* par *G* en *H*, *L*, *M*, *N*.

Ce mouvement apparent du globe se reconnoît par le moyen d'une tache noire faite avec de la poix sur la surface du globe en sa partie posterieure *p*, ou la plus reculée de l'axe du Tourbillon. Cette tache passant sous la canne horizontale, conserve toujours la même position avec elle, & elle regarde continuellement les parois du vase, & elle est toujours également éloignée de la surface de l'eau, ce qui est une marque certaine que le globe presente continuellement pendant ce temps-là une même face à l'axe du Tourbillon, & que l'axe particulier de ce mouvement apparent est toujours semblablement incliné à un plan qui toucheroit la surface du Tourbillon à l'endroit où elle est coupée par cet axe. Si pour observer ce mouvement apparent, l'on supposoit l'œil au centre, c'est-à-dire au point *C*, on n'appercevroit point ce mouvement,

L'experience m'a démontré qu'il est impossible de le reconnoître par ce moyen. Toutes les fois que le Tourbillon a eu la plus grande uniformité dont il est susceptible, j'ai toujours compté au moins 70 révolutions du globe autour de l'axe du Tourbillon, pendant lesquelles il presente une même face à cet axe. Ensuite le globe fait moins d'une révolution apparente autour de son axe particulier, pendant qu'il en fait une vraie & réelle autour de l'axe du Tourbillon. Ces deux sortes de mouvemens perseverent encore pendant environ vingt-cinq ou trente revolutions autour de cet axe, mais ils sont alors d'une très grande lenteur. Ce qui est de singulier, c'est que l'un ne subsiste pas sans l'autre. Cette experience fut faite deux fois de suite devant l'Academie. En la premiere la régularité des deux mouvemens persevera exactement pendant 70 révolutions, comme je les avois annoncées; en la seconde elle persevera pendant 72.

II. Une petite Courge en forme de poire, nommée *Cucurbita pyriformis*, cueillie au commencement d'Octobre de l'année 1713, pesoit alors 6 onces 7 gros & demi, mais ce poids diminua considérablement dans la suite; car quand elle fut devenuë aussi sèche qu'elle peut l'être, elle ne pesoit qu'une once un gros. Son grand axe est 3 pouces 4 lignes, & son petit axe est 2 pouces 9 lignes. Avant que son poids soit diminué considérablement, si l'on faisoit un Tourbillon en finissant par le centre, & que l'on la mît dedans vers les bords, lorsqu'il est encore fort rapide, elle alloit tomber en l'axe d'où elle sort presque aussitôt, & après avoir circulé autour de lui quelque temps, elle presente un même bout à cet axe, soit le plus petit ou la queue, soit le plus gros ou la tête; cela signifie que pendant que la Courge en mouvement fait une révolution réelle autour de l'axe du Tourbillon, elle en fait une apparente autour d'un axe particulier qui passe par son propre centre, & incline un peu vers celui du Tourbillon. Le 7 Mars en 1714 elle fit devant l'Academie 40 revolutions,

où



où la régularité des deux mouvements s'observa, lorsque la tête regardoit les bords du vase, & à la 41<sup>me</sup>. elle heurta les bords. L'expérience étant alors recommencée en un nouveau Tourbillon, la courge fit 68 revolutions où la même régularité s'observa; sa teste regardoit alors l'axe du Tourbillon. Elle fit encore plusieurs revolutions autour de cet axe, mais elle faisoit alors moins d'une revolution apparente autour de son propre centre, pendant qu'elle en faisoit une entiere autour du même axe. Le premier Octobre de l'année 1713 j'avois observé 65 revolutions, où la même regularité persevera, sa tête regardant aussi l'axe du Tourbillon. Elle en fit encore 12 autour de cet axe, mais alors elle faisoit encore aussi moins d'une revolution apparente autour de son propre centre, pendant qu'elle en faisoit une entiere autour de cet axe, après quoi les deux mouvements finirent, mais l'un ne subsista point sans l'autre.

III. J'ai vuider un œuf de Poule entierement, & j'y ai inferé du petit plomb. Je l'avois percé d'un bout à l'autre avec un poinçon; j'ai bouché les trous avec de la cire jaune. Le poids total de la coque, du plomb & de la cire est 5 gros 15 grains. Le grand axe de l'œuf est 2 pouces, & le petit axe est un pouce 7 lignes. Je fais un Tourbillon en finissant par la circonference, & l'œuf y étant mis vers les bords s'approche peu à peu de l'axe du Tourbillon en forme de spirale. Après qu'il a circulé quelque temps, il presente un même bout à cet axe, étant couché selon sa longueur sur la surface de l'eau. J'ai toujours compté au moins 60 revolutions où cette régularité s'est observée, toutes les fois que le Tourbillon a pris toute la vitesse & toute l'uniformité dont il est susceptible, c'est-à-dire, que l'œuf fait alors plus de 60 revolutions apparentes autour de son propre centre, pendant qu'il en fait autant de vraies autour de l'axe du Tourbillon. Ensuite il fait moins d'une revolution apparente autour de son propre centre, pendant qu'il en fait une entiere autour de l'axe du Tour-

billon, mais l'un des deux mouvements ne subsiste pas sans l'autre. Les grains de plomb sont mobiles dans l'œuf. Cette experience a été faite devant l'Academie.

IV. Un disque d'Erable fait au Tour, à 3 pouces & demi de diametre, & 3 lignes d'épaisseur. Etant plongé près de l'axe dans un Tourbillon qui a été formé en finissant, soit par le centre, soit par la circonference, il fait d'abord moins de la moitié d'une revolution apparente autour de son propre centre, pendant qu'il en fait une entiere, vraye & réelle autour de l'axe du Tourbillon, & cette régularité persevere pendant plusieurs de ses revolutions autour de cet axe : mais quand le mouvement du Tourbillon est considerablement rallenti ce disque a un mouvement apparent plus grand autour de son propre centre, & j'ai toujours observé qu'il fait alors exactement la moitié d'une revolution apparente autour de son propre centre, pendant qu'il en fait une entiere autour de l'axe du Tourbillon : cela arrive ordinairement deux fois de suite, après quoi il fait moins de la moitié d'une revolution apparente autour de son propre centre, pendant qu'il en fait une entiere autour de cet axe, dont il s'écarte continuellement depuis le commencement jusqu'à la fin. Le mouvement apparent autour de son propre centre continuë de diminuer de plus en plus, mais l'un des deux mouvements ne subsiste pas sans l'autre.

Pour les observer je désigne sur le disque un de ses diametres par trois petits molecules de poix noire, mettant un molecule à un bord du disque, & les deux autres au bord opposé, l'un près de l'autre, afin de distinguer mieux les deux extremités de ce diametre. Ensuite je mets la canne horizontalement sur les bords du vase, la faisant passer par l'axe. J'observe à son égard la situation d'une même tache, de deux en deux revolutions du disque autour de l'axe du Tourbillon. Si la tache après deux de ces revolutions revient en la même situation à l'égard de la canne quand elle passe par dessous, c'est une marque que

le disque a fait une revolution apparente autour de son propre centre pendant le même temps; c'est-à-dire, qu'il aura fait alors deux fois de suite la moitié d'une revolutions apparente autour de son propre centre pendant qu'il aura fait une revolution entiere vraie & réelle autour de l'axe du Tourbillon, si la tache ne revient pas au même point de deux en deux revolutions autour de cet axe, mais qu'étant en la partie posterieure du disque, c'est-à-dire, en sa partie la plus reculée de l'axe du Tourbillon, c'est-à-dire, au point *p* vis-à-vis *f*, elle paroisse avoir un mouvement contraire, c'est-à-dire, qu'après deux revolutions autour de l'axe du Tourbillon, elle paroisse vis-à-vis le point *n*, ce mouvement retrograde de la tache sur le disque, est une marque que le disque fait moins de la moitié d'une revolution apparente autour de son propre centre, pendant qu'il fait une revolution entiere vraie & réelle autour de cet axe. Au contraire si après deux revolutions autour de cet axe, la tache paroît s'être avancée du même sens que le Tourbillon, c'est-à-dire, si au lieu de reparoître au point *f*, elle paroît au point *g*; ce mouvement direct de la tache est une marque que le disque fait plus de la moitié d'une revolution apparente autour de son propre centre, pendant qu'il en fait une entiere vraie & réelle autour de l'axe du Tourbillon, dont il s'écarte continuellement peu à peu depuis le commencement jusqu'à la fin. J'ai rapporté ici la maniere d'observer, parce que si l'on n'y faisoit pas attention, il seroit difficile de reconnoître ces phenomenes.

V. Un autre disque d'Erable fait au Tour de même diametre, c'est-à-dire de 3 pouces & demi de diametre à 6 lignes d'épaisseur, c'est-à-dire, qu'elle est double de celle du disque précédent. Etant mis dans un Tourbillon près de l'axe, il fait d'abord autour de son propre centre plus de la moitié d'une revolution apparente, pendant qu'il fait une revolution entiere vraie & réelle autour de l'axe du Tourbillon, & cela arrive plusieurs fois de suite. Quelque-

temps après il en fait moins de la moitié d'une apparente autour de son propre centre, pendant qu'il en fait une entiere vraie autour de cet axe : mais quand le mouvement de l'eau est considerablement rallenti, il fait encore alors plus de la moitié d'une revolution apparente autour de son propre centre, pendant qu'il en fait une entiere vraie & réelle autour de l'axe du Tourbillon. Ce phenomene persevere pendant plusieurs revolutions, après quoi le disque fait moins d'une revolution apparente autour de son propre centre, pendant qu'il en fait une vraie & réelle autour de l'axe du Tourbillon, mais l'un des deux mouvements ne subsiste pas sans l'autre. Le disque s'écarte continuellement de cet axe depuis le commencement jusqu'à la fin. L'Academie a vû aussi ces deux dernieres experiences.

J'en ajoûterai quelques autres, que j'ai faites en mon particulier, étant seul, mais que j'ai réitérées un assez grand nombre de fois, ou considerées avec assés d'attention pour oser les affirmer.

VI. Une boule de Buis de France, dont le diametre est 2 pouces 10 lignes, c'est-à-dire, égal à celui du globe creux qui presente une même face à l'axe du Tourbillon, est à un tel degré de sécheresse ou de densité, qu'étant mise dans le Tourbillon, elle nage presque à fleur d'eau, ne montrant qu'une très-petite partie de sa surface. La corde de l'arc qui paroît hors de l'eau en repos, n'est au plus que de trois lignes. Cette boule étant mise en l'axe d'un Tourbillon un peu rapide, elle nage entre deux eaux, & elle s'en écarte fort vite, car avant qu'elle ait fait 4 revolutions autour de lui, elle heurte brusquement les bords du vase. Le peu de temps qu'elle est à y parvenir ne permet pas d'observer le tournoyement qu'elle pourroit avoir autour de son propre centre, c'est pourquoi j'attends que le mouvement du Tourbillon soit considerablement rallenti, & je la mets en l'axe. Elle en sort assés vite, & elle fait alors ordinairement environ les trois quarts d'une revolution apparente autour de son propre centre, pendant

qu'elle en fait une vraie & réelle autour de l'axe du Tourbillon, après quoi elle fait quelquefois une revolution apparente entiere autour de son centre, pendant qu'elle en fait une vraie & entiere autour de cet axe, mais cela est rare, & n'arrive qu'une fois ou deux fois de suite au plus. Quelque temps après elle fait moins des trois quarts d'une revolution apparente autour de son centre, pendant qu'elle en fait une vraie entiere autour de cet axe, mais elle en fait toujours plus de la moitié d'une apparente autour de son centre, pendant qu'elle en fait une vraie entiere autour de l'axe. J'estime que cet excès est environ de 45 degrés ou une huitième partie de la circonference. J'ai remarqué aussi en cette boule une inégalité de mouvement qui a de la ressemblance avec celle du disque, car quand le mouvement du Tourbillon est devenu plus lent qu'il n'étoit d'abord lorsqu'elle y a été mise, le mouvement apparent de cette boule autour de son propre centre, pendant qu'elle fait une revolution vraie entiere autour de l'axe du Tourbillon, devient plus grand qu'il n'étoit auparavant. Ensuite ces deux mouvements diminuent peu à peu, mais l'un ne subsiste pas sans l'autre. Quoique cette espece de Tourbillon soit des plus lents, néanmoins la boule ne laisse pas de s'écarter continuellement de l'axe, & elle heurte encore assés vite les bords du vase.

VII. Une boule d'Erable faite aussi au Tour, comme celle de Buis, & de même grosseur, pese 4 onces 5 gros 24 grains, au lieu que celle de Buis pese 9 onces un gros 28 grains. Etant mise dans l'eau en repos, elle presente en dehors une partie de sa surface, dont l'arc a une corde de 2 pouces 9 lignes, c'est-à-dire, presque tout son diametre. Ainsi la partie hors de l'eau est presque la moitié de la boule. Elle represente à peu-près les mêmes phenomenes que la boule de Buis, avec cette difference seulement que son mouvement apparent autour de son propre centre m'a toujours paru un peu moindre que celui de la boule de Buis, ce qui s'accorde avec le phenomene des disques précédents, tous

deux d'un même diametre aussi, mais dont le plus massif tourne plus vîte autour de son propre centre en apparence que ne fait l'autre. Cette boule a sa surface fort lisse, mais celle de Buis a deux vestiges de nœuds, qui ont quelque petite inégalité. Cette inégalité neantmoins est si peu de chose que l'on pourroit bien la négliger.

VIII. Un Cone droit de Leton, a son axe de 3 pouces une ligne, & le diametre de sa base d'un pouce 8 lignes. Etant vuide il pese 4 gros & demi 30 grains. Je l'ai chargé en dedans de menu plomb, de telle sorte qu'étant plongé dans le Tourbillon à quelques pouces de l'axe, sa base nage à fleur d'eau, la pointe en bas. Son poids total est alors un once 2 gros 8 grains. Il fait environ les trois quarts d'une revolution apparente autour de son propre centre, pendant qu'il en fait une vraie & réelle autour de l'axe du Tourbillon.

IX. Un Cone tronqué, solide, droit, de Cire blanche mêlée d'un quart de Terebentine, a le diametre de sa grande base d'un pouce 10 lignes, & celui de sa petite d'un pouce 6 lignes & demie. La distance perpendiculaire entre les deux bases est d'un pouce 6 lignes. Etant plongé dans le Tourbillon, il nage presque à fleur d'eau, & il fait comme le Cone précédent environ les trois quarts d'une revolution apparente autour de son propre centre, pendant qu'il en fait une vraie & réelle autour de l'axe du Tourbillon.

X. Un Cone tronqué d'Erable égal & semblable à celui-là represente aussi le même phenomene. Mais il a fallu le charger un peu à un bord, parce qu'étant mis dans l'eau, il inclinoit à l'horison considerablement. Le manque d'équilibre ne venoit pas certainement de la façon, car il avoit été fait par l'un des plus excellents tourneurs de Paris, c'est l'Hermite. Quatre causes differentes qui se trouvent quelquefois réunies en un même Arbre peuvent y contribuer. La premiere est que la partie d'un Arbre exposée au midi est plus legere que celle qui est exposée au Nord. La se-

conde est que les parties les plus proches du cœur de l'Arbre sont en plusieurs Arbres, tel qu'est l'Erable, plus rares & plus legeres que celles qui en sont plus éloignées. La troisième est que le cœur de l'Arbre ne suit pas toujours une ligne droite, mais se détournant quelquefois il est alors en certains endroits plus près de l'écorce qu'en d'autres. La quatrième est qu'en un même tronc la partie qui est plus éloigné du pied de l'Arbre ou de la racine est plus rare & plus legere que celle qui en est plus proche. Je fis fondre de la Poix, & j'en mis sur la partie la plus legere, jusqu'à ce qu'elle fut en équilibre avec l'autre. Cette inégalité de poids se reconnoit aussi en des disques de Bois, dont la base est fort petite & la hauteur fort grande : mais lorsque leur base est grande, & que leur hauteur est fort petite à proportion, telles qu'elles sont dans les disques dont j'ai parlé ci-devant, la difference des poids est beaucoup moins sensible dans les parties d'un même disque, & il prend à peu-près le niveau.

XI. Un disque de Cire blanche a le diametre de sa base de 3 pouces & demi comme ceux d'Erable, & son épaisseur est 4 lignes. Il pese 2 onces 12 grains. Etant plongé dans le Tourbillon, il represente avec assés de justesse le phenomene du disque d'Erable, dont l'épaisseur est 6 lignes, car il fait d'abord plus de la moitié d'une revolution apparente autour de son propre centre, pendant qu'il fait une revolution entiere vraie & réelle autour de l'axe du Tourbillon ; ensuite il fait exactement la moitié d'une revolution apparente autour de son propre centre, pendant qu'il en fait une vraie autour de l'axe du Tourbillon ; & quand le mouvement de l'eau est considerablement rallenti, il fait encore plus de la moitié d'une revolution apparente autour de son propre centre, pendant qu'il en fait une entiere vraie autour de cet axe. Après quoi les deux mouvements diminüent peu à peu, mais l'un ne subsiste pas sans l'autre. Il s'écarte continuellement de l'axe.

XII. J'ai fait faire une boule d'Erable, dont le diamètre est de 2 pouces 11 lignes, c'est-à-dire, que ce diamètre a une ligne de plus que la boule d'Erable précédente. J'en ai fait couper toute la surface en losanges courbes. Les entailures sont d'une ligne de profondeur & d'une ligne de largeur. Ces losanges sont formées par 21 cercles parallèles entre eux & à l'équateur de la boule, & par autant d'autres cercles parallèles aussi entre eux, & à un grand cercle qui coupe cet équateur à angles droits, comme feroit un méridien. Son poids est 5 onces 2 gros & demi. Je l'ai mise dans un Tourbillon, dont l'eau en repos avoit 11 pouces de profondeur. Elle tourne autour de son propre centre, à peu-près avec la même vitesse apparente que fait l'autre boule d'Erable fort lisse. Quand le centre de la boule ciselée correspond au milieu du rayon de la base du vaisseau, elle fait environ la moitié & la huitième partie d'une révolution apparente autour de son propre centre, pendant qu'elle en fait une entière vraie autour de l'axe du Tourbillon. Cela m'a fait juger que les ciselures ou entailures de sa surface ne contribuent point sensiblement au mouvement apparent qu'elle a autour de son propre centre, puisque celle qui est fort lisse, & environ de la même grosseur, tourne autour d'elle-même d'un mouvement apparent à peu-près avec la même vitesse que fait la boule ciselée.

XIII. Le premier Octobre de l'année 1713, je mis aussi dans un semblable Tourbillon deux autres Courges vertes, moindres que celles dont j'ai parlé, mais de même espèce. Le poids de la moyenne étoit alors 6 onces 2 gros & demi 27 grains; son grand axe trois pouces, & le petit 2 pouces 7 lignes  $\frac{3}{4}$ , le poids de la petite étoit 5 onces 1 gros; son grand axe 3 pouces & une ligne  $\frac{2}{3}$ , & le petit 2 pouces & demi. Je les ai mises séparément dans le Tourbillon, & j'ai toujours remarqué qu'après quelque temps elles présentent un même bout à l'axe du Tourbillon, soit la tête, soit la queue, mais celui qui a commencé perlevere,



persevere, c'est-à-dire qu'elles font alors une révolution apparente autour d'elles-mêmes, pendant qu'elles en font une vraie & réelle autour de l'axe du Tourbillon. J'en ai compté alors 65 en la moyenne où cette régularité s'est observée, mais le 21 Mars de l'année 1714 elle étoit devenuë si legere, que la regularité des deux mouvements ne subsistoit que pendant 12 révolutions tout au plus.

XIV. La petite quand elle étoit verte le premier Octobre aussi de l'année 1713, étant plongée dans le Tourbillon, fit 80 révolutions où la régularité des deux mouvements s'observa exactement, & elle fit encore ensuite 10 autres révolutions qui approcherent assés de la régularité, car dans la somme de ces 10 dernières révolutions autour de son propre centre, elle ne défailloit pas plus de la moitié d'un quart de circonference. Le 21 Mars de l'année 1714, elle étoit devenuë si legere, qu'étant plongée dans le Tourbillon, elle ne faisoit pas plus de 10 révolutions où la régularité des deux mouvements s'observât. En l'expérience de l'année 1713 leur tête regardoit l'axe du Tourbillon. La petite fit encore alors cinq révolutions autour de l'axe du Tourbillon, & autant autour d'elle-même, elle défailloit un peu plus de 45 degrés, ou de la moitié d'un quart de circonference, & alors les deux mouvements finirent en même temps. Dans la suite elles devinrent si legeres qu'étant mises dans le Tourbillon, elles tomboient brusquement en l'axe où elles perseveroient tournant autour de leur propre centre; je n'en métois qu'une à la fois pour en observer mieux le mouvement.

XV. Le globe de Leton de 2 pouces dix lignes de diamètre, qui étant chargé d'une once présente une même face à l'axe, lui découvre au contraire successivement toute sa surface, quand il est vuide; car alors il ne fait que la moitié d'une révolution apparente autour de son propre centre, pendant qu'il s'en fait une vraie & entiere autour

50 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
de l'axe du Tourbillon ; j'en ai compté 24 où cette régularité s'est observée : si j'y mets un poids de 6 onces , il tombe doucement au fond du vase en s'approchant de l'axe , où s'étant placé il y persevere , & il tourne autour de son propre centre , du même sens que le Tourbillon. Quelquefois son poids , quand le mouvement de l'eau est fort lent , le retient fixe pendant quelque peu de temps sur le fond du vase , hors de l'axe du Tourbillon. Je lui ai vû faire alors quelquefois une & quelquefois deux révolutions autour de son propre centre , sa partie postérieure tournant du même sens que le Tourbillon , & celle qui touchoit le fond du vase lui servant de point d'appui. Ensuite je le chargeai beaucoup plus , mettant dedans des grains de menu plomb , jusqu'à la hauteur de la moitié du rayon ou environ ; sa partie qui touchoit le fond du vase étoit fort applatie par ce poids. Alors appuyant sur ce fond comme sur un point fixe , il fit cinq révolutions autour de son propre centre , perseverant au même endroit , & sa partie postérieure ou la plus reculée de l'axe tournant du même sens que le Tourbillon ; il étoit alors fermé par un mélange de beure & de tripolit ; car quand je cherchois la charge qu'il falloit lui donner , pour produire quelque phénomène , je ne le fermois point avec de la cire , la difficulté de l'ouvrir autant de fois que j'en avois besoin pour faire les tentatives , auroit été trop grande. Ce mélange suffisoit pour empêcher l'eau d'entrer dans le globe , & laissoit la facilité de l'ouvrir ; ou s'il y en entroit quelquefois , c'étoit peu de chose. Je voulus réitérer cette expérience , mais il me fut impossible de la retrouver par cette voye ; la grande charge du globe jointe à l'effort de l'eau , le faisoit entr'ouvrir dès qu'il touchoit le fond du vase. L'hémisphere où étoit le plomb restoit immobile , & l'autre étoit emporté par le Tourbillon ; c'est pourquoi si l'on vouloit le retrouver , il faudroit fermer le globe avec quelque chose de plus tenace.

XVI. Je pris ensuite un globe de bois de Tilleul ;

son diametre est de 2 pouces 6 lignes, son poids est de 2 onces 3 gros, ce globe étoit percé de part en part le long d'un diametre, & le trou avoit trois lignes de largeur. Je l'enfilai d'une verge de fer cylindrique bien arrondie, autour de laquelle il étoit mobile, & il pouvoit tourner autour d'elle comme autour d'un axe. J'enfonçai alors cette verge dans un Tourbillon, je la tins fermement dans une direction perpendiculaire à l'horison, l'appuyant contre le fond du vase : le globe neantmoins quoi-que frappé continuellement par le courant de l'eau, demouroit immobile contre la verge, sans tourner autour de son propre centre, soit que je le laissasse nager sur l'eau, la verge demeurant toujours immobile, soit que je le fisse enfoncer dans l'eau en appuyant dessus.

XVII. Un globe creux de Leton de 2 pouces de diametre étant vuide, fait la moitié d'une révolution apparente autour de son propre centre, pendant qu'il en fait une entiere autour de l'axe du Tourbillon, je l'ai rempli de cire & de liege de telle sorte qu'étant tombé dans le Tourbillon, de quatre lignes de hauteur au-dessus de la surface de l'eau ou environ, il arrive fort vite tout près du fond du vase, sans toucher ce fond, & remontant par sa legereté, il fait quelquefois dix, quelquefois douze révolutions autour de l'axe du Tourbillon entre deux eaux. Je lui ai toujours vû faire alors au moins les trois quarts d'une révolution apparente autour de son propre centre, tandis qu'il en faisoit une vraie & entiere autour de l'axe du Tourbillon, l'axe de son mouvement particulier en lui-même me paroissoit sensiblement parallele à celui du Tourbillon ; ce que je remarquai par le moyen d'une tache faite avec de la poix noire sur la surface de ce globe, & qui me paroissoit toujours décrire un cercle parallele au fond du vase. Le poids total du globe est tel, que si l'on y infere un grain de menu plomb de surcroît, il reste au fond du vase, étant plongé dans un Tourbillon ; mais une chose singuliere est que quand je

cherchois ce poids , en faisant des tentatives , je l'ai vû remonter du fond jusques à la surface de l'eau , lorsqu'elle étoit en repos , & au contraire étant plongé dans un Tourbillon , il restoit sur ce fond sans remonter , ce qui fait voir que la justesse du poids convenable pour le faire remonter lentement dans un Tourbillon , demande une grande précision. L'ayant laissé dans un tiroir bien fermé , un temps considerable sans y toucher , & l'ayant mis ensuite dans un Tourbillon , je remarquai qu'il ne faisoit plus que trois ou quatre révolutions en remontant ; il faut que l'évaporation qui s'en étoit faite pendant ce temps-là l'ait rendu assez léger pour produire cette variation.

XVIII. Un Areometre a sa grande phiole de 2 pouces 2 lignes de diametre , celle qui fait la partie inferieure & où est la goutte du Vif argent a 6 lignes de diametre. La longueur de la tige est de 2 pouces 4 lignes ; cette tige est divisée en trente parties égales. Quand il est plongé dans l'eau en repos , elle enfonce de dix parties , & elle enfonce à peu-près de même quand elle est dans un Tourbillon un peu loin de l'axe. La grande phiole étant plongée de cette profondeur dans l'eau d'un Tourbillon , je lui ai toujours vû faire les trois quarts environ d'une révolution apparente autour de son propre centre , pendant qu'elle en faisoit une vraye & entiere autour de l'axe du Tourbillon.

XIX. J'ai fiché de petits ais diversément inclinés , autour d'une balle de cire blanche d'un pouce 3 lignes de diametre. Etant mise dans un Tourbillon , elle faisoit en elle-même à peu-près la moitié d'une révolution apparente , pendant qu'elle en faisoit une vraye & entiere autour de l'axe du Tourbillon , mais l'axe de son mouvement particulier étoit toujours à peu-près perpendiculaire à un plan qui avoit touché la surface du Tourbillon à l'endroit où elle seroit rencontrée par une ligne verticale qui passeroit par le centre de la balle , & à peu près tel qu'il est en cette même balle quand elle est sans ais , & en general

dans tous les autres corps qui sont emportés en ces sortes de Tourbillons, quelque fût l'inclinaison que je donnasse aux ais; du moins la difference, s'il y en avoit, ne m'a pas été perceptible. Si je mettois alors la balle en l'axe, elle y restoit ordinairement, mais quand elle étoit sans ais, elle en sortoit presque toujours, & elle alloit peu à peu heurter les bords du vase.

XX. J'ai pris six balles de plomb de 6 lignes de diametres, & les ayant enveloppées chacune dans un morceau de linge separement, je les ai cousûes à une courge fort sèche, à diverses distances les unes des autres. Cette courge étant mise alors dans un Tourbillon, elle tournoit en elle-même à peu-près comme la balle garnie d'ais, c'est-à-dire de la même vitesse & autour d'un axe particulier semblablement posé, du moins sensiblement, quelque situation que je donnasse à ces balles. Ces deux dernieres experiences me portent à penser que l'inclinaison de l'axe de la terre sur le plan de son orbite, ne vient pas de l'inégalité des poids qui la composent, ni de l'obliquité des faces qui la terminent, supposé que le fluide environnant qui forme son Tourbillon soit la seule cause d'un mouvement particulier qu'elle ait autour de son propre centre.

XXI. Une boule de deux pouces trois lignes  $\frac{1}{4}$  de diametre, d'un bois des Indes nommé Parisan, & plus pesant qu'un pareil volume d'eau, pese six onces un demi gros quatre grains étant revêtuë d'un treillis fait de fil, qui peut représenter autour de sa surface quelque chose d'analogue aux montagnes de la Terre. Je l'ai suspenduë à un fil attaché au plancher, & j'ai placé le vase cylindrique dessous, de telle sorte que la boule étant libre tomboit en son axe, & enfonçoit dans l'eau des trois quarts de son diametre. Etant alors plongée dans un Tourbillon, elle est toujours sortie hors de cet axe, s'en éloignant, & le fil a toujours conservé une situation oblique pendant toute la durée du Tourbillon.

XXII. Un cube de Chêne dont le côté a 2 pouces

10 lignes de longueur, fait moins des trois quarts d'une révolution apparente autour de son propre centre, pendant qu'il en fait une vraye & entiere autour de l'axe du Tourbillon. Etant mis près de l'axe, jamais il ne s'en éloigne assez pour toucher les bords du vase.

XXIII. Un Cylindre de Merisier a le diametre de sa base d'un pouce quatre lignes & demie, & sa hauteur deux pouces une ligne, son poids est une once 4 gros : étant plongé dans un Tourbillon un peu lent, il nage couché de son long sur sa surface, il fait plus de 40 revolutions autour de l'axe de ce Tourbillon, lui presentant un même bout, & s'en approchant continuellement. Si le Tourbillon est rapide, le cylindre se place tout d'un coup en l'axe, & il y persevere.

Au reste quand j'ai dit que les revolutions des Corps autour de leur propre centre étoient apparentes, je n'entends pas qu'elles le soient seulement, car je les crois aussi vrayes & réelles que celles qui se font autour de l'axe du Tourbillon ; mais ce qui m'a fait parler ainsi, est que la longueur de ce Memoire ne me permet pas de considerer presentement cette question.

XXIV. J'ai revêtu de Cire blanche un petit globe de Liege, elle forme autour de lui une escorce très mince. Le diametre de ce globe est alors 11 lignes & demie, son poids un gros 5 grains. Quand il est dans un Tourbillon sur le penchant d'un flot, sa grande legereté jointe à l'inégalité des petits poids de la Cire qui le chargent le rendent susceptible de deux sortes de tournoyements, car je lui ai vû quelquefois faire trois revolutions entieres autour de son propre centre, pendant qu'il en faisoit seulement une autour de l'axe du Tourbillon, la partie posterieure de ce globe, ou la plus reculée de l'axe, tournant du même sens que le Tourbillon. Quelquefois il les faisoit d'un sens contraire, mais le tournoyement qui avoit une fois commencé autour de son propre centre ne changeoit point, & je l'ai vû perseverer pendant quatre revolutions de ce globe

autour de l'axe du Tourbillon. L'eau du vase n'avoit alors que 3 pouces 8 lignes de profondeur, ce qui la rend susceptible d'une agitation tumultueuse capable de produire cet effet. Si l'eau est considerablement plus profonde, le Tourbillon a beaucoup plus d'uniformité, & je n'ai jamais pû alors y observer ce phenomene, quoi-que je l'aye souvent tenté. Si elle est considerablement moins profonde, les flots sont plus petits, & le mouvement du Tourbillon cesse fort vite. Je n'ai pas pû aussi y observer alors ce phenomene.

XXV. Si cette boule est mise entre l'axe & les bords, mais un peu plus près de l'axe, elle s'en approche, y tombe, & y persevere, tournant autour de son propre centre du même sens que le Tourbillon. Que si on la met en un endroit plus proche des bords que de l'axe, elle s'approche des bords, & dès qu'elle les touche, elle s'appuye contre doucement sans se reflechir; & étant emportée circulairement par le Tourbillon, elle tourne continuellement autour de son propre centre, sa partie posterieure qui touche les parois du vase tournant d'un sens contraire à celui du Tourbillon. La même chose se remarque aussi dans le globe de Leton de 2 pouces 10 lignes de diametre, lorsqu'il est vuide: mais s'il est chargé en dedans du poids d'une once, cela n'arrive que quand le mouvement du Tourbillon est extrêmement rallenti, car quand il est rapide, le globe se reflechir alors en heurtant les bords du vase. Néanmoins la boule de Buis de 2 pouces 10 lignes de diametre, ayant été plongée dans un Tourbillon des plus lents, s'est toujours reflechie en heurtant les parois du vase, bien differente en cela de la boule de Liege, qui étant plongée dans un Tourbillon des plus rapides ne se reflechit point, mais s'appuyant continuellement contre ses parois; tourne fort vite en elle-même, à peu-près comme une boule qui roule sur la terre.

XXVI. Ce qui est de singulier est que toutes les fois que l'un des globes dont j'ai parlé se reflechir, il tourne autour de son propre centre, sa partie posterieure ou la

plus reculée de l'axe du Tourbillon, tourne d'un sens contraire à celui du Tourbillon, pendant qu'il est emporté circulairement autour de cet axe. Mais ce tournoyement autour de son propre centre ne persevere tout au plus que pendant une ou deux de ses revolutions autour de cet axe. Il cesse ensuite, & le globe recommence à tourner d'un sens contraire autour de son propre centre, sa partie postérieure, ou la plus reculée de l'axe, tournant du même sens que le Tourbillon, d'un mouvement au moins apparent, pendant qu'il est emporté librement autour de l'axe d'un Tourbillon paisible, où l'on ne voit aucune agitation de flots tumultueux. Mais une chose remarquable est que les globes & les autres corps dont j'ai parlé n'ont jamais fait plus d'une revolution apparente autour de leur propre centre, pendant qu'ils en faisoient une autour de l'axe d'un tel Tourbillon, quelque fût la vitesse de l'eau.

XXVII. J'ai mis en l'axe d'un Tourbillon le centre du globe creux de Leton vuide, dont le diametre est 2 pouces 10 lignes, & dont le poids est alors une once 7 gros 12 grains. J'ai mis en même temps hors de l'axe le centre d'un autre globe creux de Leton, vuide aussi, dont le diametre est un pouce 11 lignes & demie, & le poids de 6 gros. Le premier globe perseveroit en l'axe, tournant autour de son propre centre, & le second tournant autour de ce même axe, s'en éloignoit peu à peu. Le premier a fait 9 revolutions entieres autour de son propre centre, pendant que le second a fait deux revolutions autour de cet axe, lorsque son centre étoit à 2 pouces des bords du vase.

#### R E M A R Q U E.

Ces Experiences font voir que les disques dont j'ai parlé nageant sur la surface inclinée d'un Tourbillon cylindroïde, qui s'éleve de plus en plus depuis l'axe jusqu'aux bords, s'éloignent continuellement de cet axe, nonobstant le contr'effort de leur poids, qui tend à les en rapprocher. Cet éloignement est plus sensible lorsque cette surface est  
moins



moins inclinée , & il le feroit encore plus dans un Tourbillon vrayement cylindrique , tel que feroit un Tourbillon fermé en haut par un plan dur horifontal , pourveu que le difque ne touchât point ce plan.

Un Tourbillon cylindroïde quelconque peut être regardé ou comme confervant pendant quelque petit temps à peu-près la même figure , ou comme la changeant pendant un temps fenfible. Si on le regarde comme confervant la même figure il eft certain que tandis qu'il la conferve , il a fes forces circulaires abfoluës à peu-près égales en chacune de fes parties , fupposé que l'on faffe abstraction de la réfiftance mutuelle des filets circulaires , autrement l'équilibre ne fe conferveroit point , & la même figure ne perfevereroit pas , ce qui feroit contre l'hypothefe. Si l'on regarde le Tourbillon comme changeant de figure , alors l'équilibre ne fe confervera plus fous cette veüe , & les forces abfoluës des filets circulaires feront par conféquent inégales ; néanmoins comme les filets plus proches de l'axe du Tourbillon achevent leur révolution plus vite que ceux qui en font plus éloignés , ils frottent continuellement contre les filets voifins environnans , & par conféquent ils leur communiquent continuellement une partie de leur mouvement : donc fous cette veüe la force abfoluë des filets circulaires plus reculés de l'axe deviendra continuellement plus grande que celle qui reftera dans les filets plus proches de ce même axe , & cet excès de force en la moitié pofterieure d'un difque tendra de furocroît à le rapprocher de cet axe. Cependant l'expérience fait voir que de tels difques s'en éloignent continuellement en un Tourbillon cylindroïde quelconque ; c'eft pourquoi fi l'on fuppose un Tourbillon vrayement cylindrique , où les forces abfoluës des filets liquides circulaires qui le forment foient égales , & qu'un difque y foit plongé ayant fon axe parallèle à celui du Tourbillon , il eft évident que fclon ces expériences , le difque s'éloigneroit continuellement de l'axe d'un tel Tourbillon , à plus forte raifon.

*Mem. 1716.*

H

Dans les Memoires de l'année 1712, au premier & au second exemple, je trouve aussi par le calcul qu'un disque ou un cylindre quelconque posé ainsi en un tel Tourbillon tend à s'éloigner de cet axe dès le premier instant du choc du fluide, quelque soit l'endroit où ce disque est placé. Par la même raison il reçoit à chaque instant nouveau une tendance nouvelle à s'éloigner; & rien ne se rencontrant capable de détruire toutes ces tendances ou impressions acquises, il doit continuer de s'éloigner: ainsi ce calcul & ces experiences s'accordent exactement sur cet éloignement.

Si l'on suppose que le fluide qui environne la Terre fait autour d'elle un Tourbillon mû d'un mouvement uniforme, les forces absolues des couches superieures & inferieures qui composeroient ce Tourbillon, devroient être à peu-près égales, & les filets fluides circulaires qui sont dans le plan de l'équateur en l'étendue de ce Tourbillon, agiroient à peu-près de la même maniere qu'ils feroient, si le Tourbillon étoit vraiment cylindrique, & que son mouvement fût uniforme; c'est pourquoi si l'on conçoit de semblables disques en l'air dans le plan de l'équateur, ayant leur axe parallele à celui du Tourbillon, ils devroient sous ces deux veûs s'éloigner de cet axe, & par conséquent du centre de la Terre. L'experience neantmoins fait voir que leur pesanteur les en approche; il y a donc de l'apparence que la cause qui fait la pesanteur de ces disques ainsi posés en l'équateur, ne vient pas du mouvement circulaire du Tourbillon de la Terre, dans lequel ils sont plongés; le mouvement circulaire d'un tel Tourbillon n'est donc pas apparemment la cause generale de la pesanteur des corps terrestres.

Il est vrai que dans le calcul, je fais abstraction de la résistances que les filets liquides ou fluides circulaires peuvent se faire mutuellement par leurs frottements; cependant il est certain que si l'on suppose cette résistance en la raison de la vitesse respective de ces filets, la raison des

mouvements du disque subsistera encore la même, & le surcroît de résistance causé par la vitesse respective de ces filers, sur-tout dans un fluide aussi rare & aussi subtil qu'est l'éther aux environs du sommet des plus hautes montagnes, & à une distance du centre de la Terre, où les rayons des filets circulaires peuvent être censés parallèles en un espace aussi petit qu'est l'espace d'un de ces disques quelconques paroît si peu de chose, qu'il y a lieu de penser que l'on peut seurement le négliger, & que la loi des mouvements que l'on a déterminés subsiste vraiment dans la nature. Je dirai quelque chose dans la suite sur les causes des autres phénomènes. L'une des plus importantes est celle qui fait la courbure du Tourbillon; on la trouvera dans les Memoires de l'année 1715.

## R E M A R Q U E S

*Sur un cas singulier du Problème general des Tangentes.*

Par M. SAURIN.

C E n'est que depuis quelques années qu'on a fait à ce Cas une attention particulière. Je laisse à ceux qui l'ont examiné les premiers toute la gloire qui leur est dûë; & sans vouloir rien diminuer ici du prix de leurs recherches, je me propose de faire quatre choses.

29 Juillet  
1716.

La première, d'expliquer à fond la nature du Cas dont il s'agit, en découvrant la raison & l'origine des difficultés qu'il renferme.

La seconde, de faire voir que de quelque principe qu'ayent été tirées les Regles qu'on a formées pour le refoudre, il est toujours vrai qu'elles se tirent naturellement du principe propre du Calcul differentiel, qui sert de fondement à la méthode des Tangentes, exposée dans la section 2 de l'*Analyse des Infiniment Petits*.

Hij

La troisieme, de démontrer exactement l'universalité de l'article 163 de la même *Analyse*, pour la resolution de tous les cas semblables, ce qu'on a paru desirer de moi dans le temps que je l'ai appliqué à quelques exemples particuliers.

Et la quatrieme enfin, de donner une methode nouvelle, qui s'étende à tous les exemples qui peuvent être proposés, & qui s'y applique immédiatement, sans demander ni transformation d'axe, ni aucune autre préparation.

Au reste mon dessein n'est ici que d'exposer simplement, & d'établir des verités que je crois utiles. Ce n'est en effet que l'utilité de la matiere qui me l'a fait choisir : la methode generale des Tangentes est si considerable & d'un si grand usage dans la Geometrie, que tout ce qui va à la perfectionner ne peut que meriter nôtre attention.

#### *Explication du Cas proposé.*

Le Cas que j'ai d'abord à expliquer, n'a lieu que dans les Courbes qui ont plusieurs rameaux, & dans les points où ces rameaux viennent à se rencontrer, soit en se touchant simplement, soit en se coupant. C'est lorsqu'on cherche les Tangentes de ces points-là, que la difficulté se presente ; & plus il y a de rameaux qui se rencontrent à un même point, & par consequent de Tangentes qu'on en peut mener, plus la difficulté devient compliquée.

Les Coordonnées d'une Courbe quelconque étant nommées  $x$  &  $y$ , & les differences des Coordonnées  $dx$ ,  $dy$ , la formule generale des Soûtangentes est  $\frac{y dx}{dy}$ , ou  $\frac{x dy}{dx}$ .

On délivre des differences cette formule, en y substituant leur valeur en  $x$  & en  $y$ , prise par le moyen de l'Equation differentielle de la Courbe proposée ; & cette substitution donne une fraction Litterale, qui est l'expression generale des Soûtangentes ; de sorte que pour en déterminer la valeur dans les differents points de la Courbe, il ne faut plus que substituer dans la fraction les valeurs.

qu'ont dans ces differents points les indéterminées  $x$  &  $y$ .  
Telle est la méthode des Tangentes de la sect. 2 des *Infiniment Petits*.

Mais il arrive, & c'est le cas dont il est question, que lorsque les points de la Courbe, où la valeur des Soûtangentes est demandée, sont des points de rencontre de plusieurs rameaux, soit d'attouchement, soit d'interfection, la substitution des valeurs de  $x$  & de  $y$  dans ces points-là ne fait rien connoître, tous les termes de la fraction se détruisant les uns les autres par des signes contraires tant dans le Numerateur que dans le Dénominateur.

Soit proposée, par exemple, la Courbe dont l'Equation est  $A$ .

$$A \dots y^4 - 8y^3 - 12xyy + 48xy + 4xx = 0 \\ + 16yy - 64x$$

Cette Courbe est le premier des trois Exemples que j'ai résolus par l'application de l'article 163 des *Infiniment Petits* dans le Journal des Sçavants du 3 Aoust 1702, & dont je donnai quelque temps après une description assez détaillée dans le Journal du 15 Janvier 1703, où je jettai en passant le principe des remarques qui feront le sujet de ce Memoire, & de quelques autres. J'emploierai ici de ce dernier Journal, tout ce qui me paroîtra convenir à mon dessein.

Dans la Courbe proposée le point \*  $O$  étant le point d'origine des  $y$ , & la droite  $OM$  en étant l'axe, la formule des Soûtangentes prise sur cet axe est  $\frac{xdy}{dx}$ ; l'Equation différentiée donne pour la valeur de  $\frac{dy}{dx}$  en  $x$ , & en  $y$  la frac-

\* FIG. I.

tion  $\frac{3yy - 12y - 2x + 16}{y^3 - 6yy + 8y - 6xy + 12x}$ ; ainsi multipliant par  $x$ , on a

la nouvelle fraction  $\frac{3xyy - 12xy - 2xx + 16x}{y^3 - 6yy + 8y - 6xy + 12x} = \frac{xdy}{dx}$  pour l'expression generale des Soûtangentes sur l'axe  $OM$ , & la substitution des valeurs de  $x$  & de  $y$  dans les points donnés de la Courbe, donne la valeur des Soûtangentes de ces points-là. Mais si le point donné est celui où l'on

à  $x=y=2$ , la substitution de cette valeur dans l'expression generale la changera en celle-ci,  $\frac{24-48-8+32}{8-2+16-24+24}$  où tout se détruit par des signes contraires. Or le point où cela arrive, est le point  $G$ , point où se coupent deux branches de la Courbe, & qui fournit deux Tangentes; car si dans l'Equation  $A \dots y^4 - 8y^3$  &c. on substitue 2 pour  $y$ , on aura deux valeurs de  $x$ , chacune  $=y=2$ ; ce qui montre que le point  $G$  où se terminent ces deux valeurs égales de  $x$ , est le point de rencontre de deux rameaux.

Mais il ne sera pas inutile pour ce que j'ai à dire dans la suite, qu'on prenne ici de cette Courbe une connoissance plus exacte.

Elle est composée de quatre branches,  $OP, ON, MQ, MR$ , qui répondent à ces quatre racines de l'Equation  $A \dots$  sçavoir  $y-2-\sqrt{4x}+\sqrt{4+2x}=\theta$ ;  $y-2+\sqrt{4x}+\sqrt{4+2x}=\theta$ ;  $y-2+\sqrt{4x}-\sqrt{4+2x}=\theta$ ;  $y-2-\sqrt{4x}-\sqrt{4+2x}=\theta$ .

Si on les prend dans l'ordre que nous venons de les nommer, elles sont alternativement semblables, semblablement posées par rapport à l'axe  $OM$ , & égales; de sorte qu'elles forment comme deux Courbes semblables & égales, qui après avoir touché cet axe en  $O$  & en  $M$ , s'en écartent à l'infini, en s'ouvrant, comme feroient deux Paraboles, ou deux Hyperboles qui se toucheroient par leurs sommets  $O$  &  $M$ ; ou plutôt comme feroit une même Parabole, ou une même Hyperbole en deux positions différentes; à cela près que les deux branches extrêmes  $ON, MR$  ne sont ni égales ni semblables à celles du milieu  $OP, MQ$ ; la branche  $ON$  s'éloignant beaucoup plus de  $OQ$  perpendiculaire au point  $O$  que la branche  $OP$ : & de même la branche  $MR$  s'écartant beaucoup plus de  $MP$  perpendiculaire au point  $M$  que la branche  $MQ$ . Tout cela se tire des remarques suivantes.

Lorsque dans l'Equation  $A \dots$  on fait  $x = 0$ , on a deux différentes valeurs de  $y$ ; sçavoir  $y = 0$ , &  $y = 4$ ; ce qui fait voir que cette double Courbe touche l'axe  $OM$  en deux points  $O$  &  $M$ , & que  $OM = 4$ .

$OM - y$ , ou  $4 - y$  substitué dans l'Equation au lieu de  $y$ , rend précisément la même Equation  $A \dots$  & par conséquent donne pour  $x$  les mêmes valeurs; & c'est ce qui fait connoître que la Courbe dont les quatre branches sont exprimées par cette Equation, est comme une même Courbe en différente position; c'est-à-dire, que  $PON$  ne diffère de  $QMR$ , qu'en ce que le sommet de l'une en est distant de la grandeur  $OM = 4$ ; de sorte que l'Equation  $A \dots$  est le produit de deux Equations du second degré, affectées dans quelques termes de signes radicaux, qui s'évanouissent par la multiplication, en formant l'Equation  $A \dots$ . Et en effet il est évident que le produit de la racine,  $y - 2 - \sqrt{4x + 4 + 2x} = 0$ , qui exprime la branche  $OP$ , par la racine  $y - 2 + \sqrt{4x + 4 + 2x} = 0$ , qui exprime la branche  $ON$ , donne l'Equation  $B$ .

$$B \dots yy + 2\sqrt{4 + 2x} \times y - 4\sqrt{4 + 2x} = 0.$$

$$\begin{array}{r} - \\ 4y - 2x \\ + \\ 8 \end{array}$$

dans laquelle  $y$  montant au second degré, il reste encore des termes affectés des signes radicaux; mais qui est cependant l'Equation propre de la Courbe  $PON$ ; de même que le produit de la racine  $y - 2 + \sqrt{4x - 4 + 2x} = 0$ , qui désigne la branche  $MQ$ , par la racine  $y - 2 - \sqrt{4x - 4 + 2x} = 0$ , qui désigne la branche  $MR$ , donne l'Equation  $C$ .

$$C \dots yy - 2\sqrt{4 + 2x} \times y + \sqrt{4 + 2x} = 0,$$

$$\begin{array}{r} - \\ 4y - 2x \\ + \\ 8 \end{array}$$

de la même forme que la précédente, & qui exprime en effet la même Courbe  $PON$ , mais dans la position de  $QMR$ .

Si dans l'Equation  $A \dots$  on fait  $y = 0$ , on aura deux valeurs de  $x$ , sçavoir  $x = 0$ , &  $x = 16$ ; ce qui montre que  $OQ$  ordonnée à la branche  $MQ$  est égale à  $4 OM = 16$ , & comme  $y = 0$ , &  $4 - y = 0$  donnent pour  $x$  les mêmes valeurs; en faisant  $y = 0$   $OM = 4$ , on trouvera encore  $x = 0$  &  $x = 16$ ; & par conséquent on a aussi  $MP$  ordonnée à la branche  $OP = 4 OM = 16$ ; ce qui confirme l'égalité de ces deux branches.

Si l'on prend  $y = 4 OM = 16$ , on trouve de nouveau 16 pour une des valeurs de  $x$ , sçavoir pour celle de  $TR$  ordonnée à la branche  $MR$ , & 576 pour l'autre valeur; sçavoir, celle de  $TR$  prolongée jusqu'à la rencontre de la branche  $OP$  continuée au de-là de  $P$ ; & de même  $y = -3 OM = -12$ , donne 16 pour la valeur de  $VN$  ordonnée à la branche  $ON$ , & 576 pour la valeur de  $VN$  prolongée jusqu'à la rencontre de la branche  $MQ$  continuée au de-là de  $Q$ ; ce qui confirme encore que les deux branches  $MR$ ,  $ON$  sont semblables & égales entr'elles, aussi-bien que les deux branches du milieu  $OP$ ,  $MQ$ ; mais que ces deux-là ne sont pas semblables à ces deux-ci,  $PQ$  étant & à  $QN$  & à  $PR$  comme 3 à 1.

Je remarquerai en passant qu'on a l'espace  $PONP$ , ou  $QMRQ = \frac{2}{3} OQ \times \sqrt{OM \times OQ}$ ; ce qui est par tout  $\frac{2}{3} x \times \sqrt{4x}$ ; de sorte que si l'on prend  $OF = \frac{36}{49} OM$ , on aura l'espace  $LOKL =$  au rectangle  $OK$ , & par conséquent l'espace  $OLF =$  à l'espace  $OKH$ .

Le détail où je suis entré sur cette Courbe à quatre branches me va servir à faire voir plus aisément & plus clairement que c'est comme un point de rencontre de deux rameaux que le point  $G$  donne le cas proposé.

En effet si le point  $G$  est considéré séparément dans  $PON$  comme dans une Courbe particulièr, exprimée par l'Equation  $B$ .

$B \dots yy - 4y + 2y\sqrt{4+2x} - 4\sqrt{4+2x} - 2x + 8 = 0$ , la difficulté disparaîtra, & l'expression générale des Sou-tangentes,



tangentes, qui se tirera de l'Equation *B* différentiée, donnera comme à l'ordinaire la valeur de la Soûtangente dans le point *G*. Car en différentiant cette Equation, on en

tire  $\frac{dy}{dx} = \frac{-2y+4+2\sqrt{4+2x}}{2y-4x\sqrt{4+2x}+8+4x}$ ; &  $\frac{xy}{dx} = \frac{-2xy+4x+2x\sqrt{4+2x}}{2y-4x\sqrt{4+2x}+8+4x}$ , & substituant les valeurs de *x* & de *y*, chacune = 2 au point *G*,  $\frac{xy}{dx} = \frac{-8+8+4x\sqrt{4+4}}{4-4x\sqrt{4+4}+8+8} = \frac{4\sqrt{8}}{16} = \frac{4\sqrt{8}}{2 \times 8} = \frac{2}{\sqrt{8}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ; ce qui est la véritable valeur de la Soûtangente qui convient au point *G* par rapport à *PON*.

De même le point *G* étant considéré séparément dans *QMR* exprimée par l'Equation *C*...  $yy-4y-2y\sqrt{4+2x}+4\sqrt{4+2x}-2x+8=0$ , l'expression des Soûtangentes qui viendra de cette Equation différentiée ne présentera aucune difficulté, & donnera aussi, comme à l'ordinaire, la valeur de l'autre Soûtangente qui convient au point *G* par rapport à *QMR* =  $\frac{-1}{\sqrt{2}}$ . Tout seroit allé de la même manière de plein pied, & plus simplement encore, si l'on avoit pris d'abord la seule branche *OP*, & l'Equation  $y-2-\sqrt{4x}+\sqrt{4+2x}=0$ , qui l'exprime, & puis la seule branche *OQ* & son Equation  $y-2+\sqrt{4x}-\sqrt{4+2x}=0$ .

Mais si ces deux Equations sont multipliées l'une par l'autre, il en résultera la troisième *D*...  $yy-4y+2\sqrt{4x} \times \sqrt{4+2x}-6x=0$ , qui exprimera les deux branches ensemble *OP*, *OQ*, & dans laquelle le point *G*, où se coupent ces deux branches, devenant un point de rencontre, un point commun, tombera dans le Cas proposé. Car la différentiation de l'Equation *D*, donne pour la valeur de  $\frac{dy}{dx} = \frac{6\sqrt{4x} \times \sqrt{4+2x} + 16x + 16}{2y-4x\sqrt{4x} \times \sqrt{4+2x}}$ , & substituant 2 au

lieu de  $y$ , & au lieu de  $x$ , il vient  $\frac{dy}{dx} = \frac{-48+32+16}{4-4 \times 8}$ ,

où tout se détruit dans le Numerateur & dans le Dénominateur.

Si l'on veut que  $PON$  &  $QMR$  soient deux Paraboles égales, qui ayent pour parametre  $a=2$ , l'Equation de  $PON$  sera  $yy - ax = 0$ , & celle de  $QMR$   $yy - 4ay + 4aa - ax = 0$ , & l'Equation produite par la multiplication de ces deux fera comme on la voit en

$$E \dots y^4 - 4ay^3 + 4aayy + 4aaxy + aaxx = 0 \\ - 2axy^2 \qquad \qquad \qquad - 4a^2x$$

En prenant la différence de cette Equation, il viendra  $\frac{dy}{dx}$

$$= \frac{2ayy - 4aay - 2aax + 4a^2}{4y^3 - 12ayy + 8aay - 4axy + 4aax}, \text{ \& en substituant les}$$

valeurs de  $x$  & de  $y$ , l'une & l'autre  $= 2$ , au point d'intersection  $G$ , & celle de  $a$  aussi  $= 2$ , on aura  $\frac{dx}{dy} =$

$$\frac{16-32-16+32}{32-96+64-16+16} \left. \vphantom{\frac{16-32-16+32}{32-96+64-16+16}} \right\} = 0$$

Si l'on multiplie seulement l'Equation  $y - \sqrt{ax} = 0$ , qui exprime la branche  $OP$ , par  $2a - y - \sqrt{ax} = 0$ , qui est l'Equation de la branche  $OQ$ , on aura pour l'Equation des deux branches ensemble,  $yy - 2ay + 2a\sqrt{ax} - ax = 0$ , qui différentiée donnera  $\frac{dy}{dx} = \frac{a\sqrt{ax} - aa}{2y - 2a\sqrt{ax}}$ , &

par la substitution des valeurs de  $x$  & de  $y$  au point  $G$ ,

$$= \frac{4-4}{4-4 \times 2} \left. \vphantom{\frac{4-4}{4-4 \times 2}} \right\} = 0$$

Il est clair que le premier exemple n'est différent de celui des deux Paraboles, qu'en ce que les Equations du second degré, dont le produit est l'Equation  $A \dots$  du quatrième, sont affectées des signes radicaux; ce qui fait considerer cette double Courbe comme une seule Courbe à quatre branches.

En voilà plus qu'il n'en falloit sur ces deux exemples.

Je me ferois moins étendu sur le premier, & je n'aurois pas ajouté le second, si je n'avois été bien aise que cela me servit ici, chemin faisant, à rendre sensible une injustice qu'on pourroit faire aux signes radicaux & au calcul différentiel.

Cette injustice seroit d'exiger d'une Equation sous la forme des signes radicaux, qu'elle exprimât tout ce qu'exprime l'Equation entiere délivrée des signes, & sur ce pied-là d'accuser ensuite d'imperfection le Calcul différentiel, qui étant appliqué aux Equations de cette forme, n'y trouve pas ce qu'elles ne renferment point.

Comme il est de la nature de toute égalité composée, soit déterminée, soit indéterminée, de contenir toutes les égalités lineaires qui la composent, & toutes leurs racines; il est de même de la nature de ces égalités lineaires, soit qu'elles renferment des quantités sous les signes radicaux, soit qu'elles ne renferment que des quantités commensurables, de ne pas se contenir les unes les autres, de ne contenir chacune que ses propres racines, & par conséquent de ne pas embrasser tout ce qu'embrasse l'égalité composée qui est le produit de toutes. Cela n'est pas moins évident qu'il est évident que le tout est plus grand que sa partie.

Il est clair que ce que je dis des Egalités lineaires par rapport aux égalités composées qu'elles produisent, est vrai aussi des égalités composées par rapport aux égalités plus élevées qui en sont le produit.

Ainsi dans le second exemple, qui est celui des Paraboles, ce seroit la plus grande des absurdités de prétendre que l'Equation  $yy - ax = 0$ , qui n'exprime que  $PON$ , dût donner avec tous les points de  $PON$ , tous ceux encore de  $QMR$  qui est exprimée par l'Equation  $yy - 4ay - 4aa + ax = 0$ : & de même que cette dernière Equation dût donner avec tous les points de  $QMR$  tous ceux encore qui appartiennent à  $PON$ ; ce qui ne convient qu'à l'Equation du 4<sup>me</sup>. degré composée de ces deux-là.

On commettrait donc aussi la plus grande des injustices, si sur une supposition si absurde on accusoit d'insuffisance le Calcul différentiel, parce que l'une ou l'autre des deux Equations du second degré étant proposée seule, par exemple  $yy - 4ay + 4aa - ax = 0$ , on ne trouve au point donné  $G$  qu'une seule Soûtangente; sçavoir, celle qui convient à ce point par rapport à  $QMR$  qui est le seul lieu exprimé par l'Equation proposée.

L'absurdité ne seroit pas moins manifeste, ni l'injustice moins grande dans le premier exemple, où la même figure que nous venons de prendre pour deux Paraboles, est la Courbe à quatre branches exprimée par l'Equation  $A$ . . . l'Equation  $B$  de  $PON$  demeurant telle qu'elle est ne doit pas plus donner les points de  $QMR$ , ni l'Equation  $C$ , de  $QMR$ , ceux de  $PON$ , que les Equations des deux Paraboles ne donnent les points l'une de l'autre; & le Calcul différentiel n'est pas plus insuffisant que dans le cas des Paraboles, quand appliqué à la seule Equation  $C$ , par exemple, il ne fait trouver qu'une seule Soûtangente au point donné  $G$ , n'y en ayant en effet qu'une seule par rapport à la portion  $QMR$  de la Courbe à quatre branches, portion exprimée par l'Equation  $C$ . . .

Mais ce seroit bien pis, si proposant l'Equation lineaire  $y - 2 - \sqrt{4x} - \sqrt{4 + 2x} = 0$ , qui n'exprime que la seule branche  $MR$  à laquelle le point  $G$  n'appartient pas, on s'avisait d'exiger qu'au point déterminé par la valeur de  $x=2$ , que l'on supposeroit faussement être le même que le point  $G$ , le Calcul différentiel donnât les deux Soûtangentes qui conviennent à ce point  $G$ , comme point de rencontre des deux rameaux  $OP$ ,  $OQ$ , sur peine, faute d'y satisfaire, d'être déclaré insuffisant, ou même induisant en erreur, si au lieu de ces deux Soûtangentes il en donnoit une autre  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ . Cette valeur est en effet celle qu'il donne pour la Soûtangente au point designé par  $x=2$ ; & en la donnant, il donne ce qu'il doit donner: car il

est évident que dans l'Equation  $y - 2 = \sqrt{4x} - \sqrt{4+2x}$   
 $= 0$ , la supposition de  $x = 2$  ne donne point  $y = 2$ , mais  
 $y = 2 + 4\sqrt{2}$ ; & si on substitue ces deux valeurs au lieu  
 de  $x$  & de  $y$  dans l'expression generale des Soûtangentes  
 $\frac{3xy - 12x - 2xx + 16x}{y^3 - 6yy + 8y - 6xy + 12x}$ , qui vient par la différentiation  
 de l'Equation  $A$  de la Courbe entiere, elle se réduira à la  
 valeur de  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ .

Tout cela est d'une telle évidence que l'éclaircissement  
 paroîtra superflus, peut-être; mais quelques articles\* du  
 Journal des Sçavants, & des Memoires de l'Academie le  
 rendoient necessaire; je reviens à la difficulté que je me  
 suis proposé de traiter dans cet Ecrit.

On a vû qu'elle consiste en ce que tout se détruit par  
 des signes contraires dans l'expression generale des Soû-  
 tangentes, lorsqu'on y substitue les valeurs que les indé-  
 terminées ont dans les points de rencontre de plusieurs ra-  
 meaux. J'ai dit dès le commencement qu'elle augmentoit  
 à mesure que le point de rencontre donnoit plus de ra-  
 meaux, & plus de Tangentes. En effet quand un point  
 de cette sorte n'est commun qu'à deux rameaux, & ne re-  
 çoit que deux Tangentes, comme dans les deux Exemples  
 que j'ai apportés, la difficulté disparoît, & l'exemple est  
 resolu, en différentiant le Numerateur & le Dénomina-  
 teur de la fraction qui exprime les Soûtangentes, ou, ce  
 qui est la même chose en différentiant une seconde fois  
 les termes de l'Equation proposée. Mais quand il y a trois  
 rameaux qui se rencontrent en un point, & trois Tan-  
 gentes qui s'en peuvent mener, la difficulté subsiste encore  
 après une seconde différentiation, & ne disparoît qu'à la  
 troisième: s'il y a quatre rameaux & quatre Tangentes,  
 elle ne disparoît qu'à la quatrième; & ainsi de suite, en  
 égalant toujours le nombre des différentiations à celui des  
 rameaux, & des Tangentes qui se trouvent au point  
 donné.

Soit proposée la Courbe qui a pour équation.

\* Voyez Re-  
 marq. touchant  
 le Problème  
 general des  
 Tang. art. 5.  
 p. 19. & suiv.  
 Journal des  
 Sçav. du 18.  
 Mai 1705. p.  
 314. & 315.  
 Mem. de l'Aca-  
 demie Royale  
 des Scienc. de  
 l'année 1703.  
 p. 334.

$$AA \dots x^4 - ayxx + by^3 = 0.$$

Les droites  $AP$ ,  $AB$  perpendiculaires l'une à l'autre, étant les deux axes,  $AP$ , celui des  $x$ , &  $AB$  celui des  $y$ ; & le point  $A$  étant la commune origine des Indéterminées, on demande la Tangente au même point  $A$ , où l'on a  $x=0$ , &  $y=0$ .

Pour peu qu'on examine l'équation proposée, on verra que la Courbe qu'elle exprime, est une espèce de double feuille, telle qu'elle est ici présentée, dont le nœud est au point  $A$ ; que les deux branches  $HDA$ ,  $hdA$  s'y coupent, & y coupent aussi la branche  $HMA$   $mh$  qui lie les deux feuilles, s'étendant ensuite à l'infini au-dessous de l'axe  $AP$ ; & qu'ainsi le point donné  $A$  est un point d'intersection de trois rameaux.

On connoîtra plus aisément la qualité de ce point, & toute la nature de la Courbe, si on résout l'Equation  $AA$  en ces deux  $BB$ ,  $CC$ , dont elle est le produit.

$$BB \dots xx = \frac{1}{2}ay - y\sqrt{\frac{1}{4}aa - by}.$$

$$CC \dots xx = \frac{1}{2}ay + y\sqrt{\frac{1}{4}aa - by}.$$

Les deux branches  $HDA$ ,  $hdA$ , sont construites par la premiere, & les deux parties  $HMA$ ,  $hma$  de la branche commune  $HAh$  le sont par la seconde.

Dans cette dernière Equation, qui est  $CC$ ,  $y$  pris négativement ne donne que des contradictions, au lieu que dans la premiere  $BB$  à chaque valeur négative de  $y$ ,  $x$  a deux valeurs égales, l'une positive, & l'autre négative; ce qui montre qu'il n'y a que les deux branches  $HD A$ ,  $hd A$ , qui après s'être coupées au point  $A$ , & y avoir coupé la branche commune, continuent à l'infini au-dessous de l'axe  $AP$ .

Dans l'une & dans l'autre Equation  $y$  positif ne croît point à l'infini, la quantité  $\sqrt{\frac{1}{4}aa - by}$  fait voir que si  $b$  étoit supposé  $= \frac{1}{2}a$ ,  $y$  ne sçauroit passer  $\frac{1}{2}a$ . En general sa plus grande valeur positive est  $= AB + \sqrt{\frac{a^3}{8b}}$ ; ainsi dans la supposition de  $a=2b$ ; on a  $y = AB = b = AP = x$ .

Si dans l'Equation  $CC$  on fait  $y = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b}$ , on aura la plus grande valeur de  $x = +TM = +\frac{2}{3} a \times \sqrt{\frac{a}{3b}}$ ; ce qui dans la supposition de  $a = 2b$  donne  $x = +\frac{2}{4} b \times \sqrt{\frac{2}{3}} = AC$ .

Maintenant si nous cherchons les Soûtangentes au point  $A$  par le moyen de l'Equation  $CC$ , qui n'exprime que la branche  $HMAmh$ ; comme lorsqu'il est pris sur cette seule branche, il n'est plus un point d'interfection, mais le sommet de la branche; il ne se présentera aucune difficulté; l'Equation  $CC$  différentiée donnera la valeur de  $\frac{dx}{dy}$ ; car en différentiant on aura  $4x dx \times \sqrt{\frac{1}{4}aa - by} = ady \times \sqrt{\frac{1}{4}aa - by} + \frac{1}{2}ady - 3bydy$ , & par consequent  $\frac{dx}{dy} = \frac{a\sqrt{\frac{1}{4}aa - by} + \frac{1}{2}a - 3by}{4x \times \sqrt{\frac{1}{4}aa - by}}$ , où substituant les

valeurs de  $x = \theta$ , & de  $y = \theta$ ; tout se réduit à  $\frac{dx}{dy} = \frac{a}{\theta}$ ; ce qui montre que la raison de  $dx$  à  $dy$  étant infiniment grande au point  $A$ , la Soûtangente est infinie, & la Tangente se confond avec l'axe des  $x$ .

Si l'on cherche encore les Soûtangentes au même point  $A$  par le moyen de l'Equation  $BB$ , qui exprime les deux branches  $HD A, hd A$ ; comme ce point est ici un point d'interfection de deux rameaux, il en faudra venir à une seconde différentiation: la premiere donne  $4x dx \times \sqrt{\frac{1}{4}aa - by} - ady \times \sqrt{\frac{1}{4}aa - by} + \frac{1}{2}ady - 3bydy = \theta$ , où la substitution de  $\theta$  pour  $x$  & pour  $y$  détruit tout; mais par la seconde différentiation il vient  $8dx^2 \times \sqrt{\frac{1}{4}aa - by} - 4bxdxdy + abd^2y^2 - 6bdy^2 \times \sqrt{\frac{1}{4}aa - by} = \theta$ ; d'où l'on tire en substituant les valeurs de  $x$  & de  $y$ ;  $2aadx^2 = 2abd^2y^2$ ; &  $\frac{dx^2}{dy^2} = \frac{b}{a}$ ; &  $\frac{dx}{dy} = \pm\sqrt{\frac{b}{a}}$ .

Enfin si par l'Equation de la Courbe entiere,  $x^4 - ayxx$

+  $by^3 = \theta$ , on cherche les Soûtangentes au même point  $A$ , suivant la demande; ce point est alors le point d'interfection des trois rameaux  $HMAmh$ ,  $HD A$ ,  $hd A$ ; aussi est-il évident par la simple veü de l'Equation que les termes d'une premiere & d'une seconde différentiation demeurant encore tous multipliés par  $x$  ou par  $y$ , l'une & l'autre  $= \theta$ , ils seront tous détruits par la substitution.

La premiere différentiation donnera  $4x^3dx - 2ayxdx - axxdy + 3byydy = \theta$ ; la seconde,  $12xxdx^2 - 2aydx^2 - 4axdx dy + 6bydy^2 = \theta$ , où l'on voit tous les termes multipliés encore par  $x$  ou par  $y$ , c'est-à-dire par  $\theta$ , suivant la supposition. Mais d'une troisiéme différentiation il viendra  $2axdx^3 - 6adx^2dy + 6bdy^3 = \theta$ ; ce qui se réduit par la substitution de la valeur de  $x$ , à  $b \frac{dy^3}{dy} - a dx^2 dy = \theta$ ; d'où viennent les trois valeurs de  $\frac{dx}{dy}$ , trouvées déjà séparément, sçavoir  $\frac{1}{a}$ , &  $\pm \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$ .

Il est visible que ces deux dernieres valeurs  $\pm \sqrt{\frac{b}{a}}$ ,  $-\sqrt{\frac{b}{a}}$  donneront les deux Soûtangentes qui leur conviennent sur un axe quelconque parallele à l'axe  $AP$ , qui rende réelle la valeur de  $y$  au point donné  $A$ . Car en prolongeant l'axe  $AB$  d'une grandeur  $AG$  prise à volonté, & menant par le point  $G$  la droite indéfinie  $LGF$  parallele à l'axe  $AP$ , il n'y aura qu'à prendre sur cette droite de part & d'autre du point  $A$  la quantité  $AG \times \frac{dx}{dy} = AG \times \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$ ; ce sera la valeur de l'une & de l'autre des deux Soûtangentes qui conviennent au point  $A$  par rapport aux deux branches interieures.

Je ferai encore ici une remarque à l'occasion de ce dernier exemple  $x^4 - ayxx + by^3 = \theta$ ; c'est que l'on ne peut pas dire absolument & generalement que dans les points à plusieurs rameaux & à plusieurs Tangentes les Méthodes ordinaires, soit celle de M. de Fermat, soit celle de la section 2 des Infiniment Petits, qui est la même perfectionnée



née & étendue aux incommensurables \*, ne fussent pas pour en trouver une seule : car dans l'exemple proposé la Tangente qui convient au rameau *HMAmh* se découvre à la première différentiation suivant les Regles de la sect. 2. On a déjà vu que par cette différentiation il vient

$\frac{dx}{dy} = \frac{axx - 3byy}{4x^3 - 2ayx}$  ; tout se détruit à la vérité dans cette fraction, si l'on y substitue d'abord les valeurs données de  $x$  & de  $y$  ; mais si avant cette substitution on s'avise d'en faire une autre, en mettant à la place de  $xx$  sa valeur  $\frac{1}{2}ay + y\sqrt{\frac{1}{4}aa - by}$  ; ce qui est de l'usage constant de cette méthode, lorsque la nature des exemples le

demande, on aura  $\frac{dx}{dy} = \frac{\frac{1}{2}aay + ay\sqrt{\frac{1}{4}aa - by} - 3byy}{4x \times \frac{1}{2}ay + y\sqrt{\frac{1}{4}aa - by} - 2ayx}$  ;

& divisant par  $y = \frac{\frac{1}{2}aa + a\sqrt{\frac{1}{4}aa - by} - 3by}{4x \times \frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa - by} - 2ax}$  ; où substi-

tuant à présent  $\theta$  au lieu de  $x$  & de  $y$ , il vient enfin  $\frac{dx}{dy} = \frac{\frac{1}{2}aa}{\theta}$ , rapport infini de  $dx$  à  $dy$ , par lequel est déterminée comme auparavant & à l'ordinaire la position de celle des Tangentes qui se confond avec l'axe *AP*.

Mais mettant à part cette remarque, qui n'a lieu que dans certaines rencontres que je pourrai démêler dans la suite, & revenant à la difficulté, la cause s'en présente avant la difficulté même, dans cet exemple & dans tous les autres, où le point donné est le point même d'origine des Coordonnées : car il est évident que par la substitution du zero, valeur de  $x$  & de  $y$  dans ce point-là, tous les termes différenciés sont anéantis ; & qu'ils le seront toujours, jusqu'à ce que par la répétition des différentiations les Indéterminées disparaissent, au moins dans quelques termes. Mais cette cause est particulière, & pour mettre ce dernier exemple dans le cas de la cause générale que nous

découvrirons ensuite, je vais rendre réelles les Coordonnées, en rapportant la Courbe aux deux axes conjugués *ER*, *ES*, parallèles aux deux autres, *AP*, *AB*, & éloignés d'eux d'une distance égale à *b*. Je n'ai pour cela qu'à substituer dans l'Equation *AA*,  $x - b$  au lieu de  $x$ , &  $y - b$  au lieu de  $y$ ; ce qui me donnera l'Equation *DD*...  $x^4 - 4bx^3 + 6b^2bx^2 - 4b^3x + by^3 - 3bbyy + 3b^3y + ab^3 = 0$ .

$$-ayxxx + 2abyx$$

$$-abb y$$

$$+ abxx - 2abbx$$

En différentiant on aura  $4x^3dx - 12bxxdx + 12bbxdx - 2ayxdx + 2abxdx - 4b^3dx + 2abydx - 2abbdx - axxdy + 2abxdy + 3byydy - 6bbydy + 3b^3dy - abbdy = 0$ ; où tout se détruit par la substitution des valeurs données. En différentiant une seconde fois il viendra  $12xxdx^2 - 24bxxdx^2 + 12bbdx^2 - 2aydx^2 + 2abdx^2 - 4axdx dy + 4abdx dy + 6bydy^2 - 6bbdy^2 = 0$ , où tout est encore détruit. Mais dans les termes d'une troisième différentiation  $24xdx^3 - 24bdx^3 - 6adx^2dy + 6bdy^3 = 0$ , la substitution des valeurs laissera  $6bdy^3 = 6adx^2dy$ ; ce qui donne  $dy = 0$ ; & encore  $\frac{dx^2}{dy^2} = \frac{b}{a}$ ; &  $\frac{dx}{dy} = \pm \sqrt{\frac{b}{a}}$ ; & c'est la véritable solution.

Il seroit inutile d'apporter de nouveaux exemples du cas que nous examinons, il ne reste plus qu'à développer ce petit mystère, en faisant voir qu'elle est la raison & l'origine de la difficulté.

Pour cela il ne faut que faire attention à deux choses. La première, que dans les points de rencontre de plusieurs rameaux, les Indéterminées  $x$  &  $y$  ont autant de valeurs égales qu'il y a de rameaux qui se rencontrent.

La seconde, que si les termes d'une Egalité qui a plusieurs racines égales, sont multipliés par ceux d'une progression Arithmétique quelconque, le produit qui vient de cette multiplication, est une nouvelle Egalité qui contient toutes les racines moins une de la précédente, & dont par conséquent tous les termes se détruisent par la

substitution d'une des valeurs ; qu'il arrive la même chose , si les termes de la nouvelle Egalité sont encore multipliés par ceux d'une progression Arithmetique , & que cela a lieu jusqu'à l'égalité qui n'a plus qu'une des racines égales.

Cela posé , il est évident que si dans une Equation , ayant pris  $x$  pour l'inconnuë , on multiplie l'Equation par une progression Arithmetique , qui mette  $\theta$  sous les termes où  $x$  ne se trouve pas , le produit doit être  $= \theta$  , supposé égalité de racines ; & que ce produit est encore  $= \theta$  , après en avoir divisé tous les termes par  $x$ . De même si l'on prend  $y$  pour l'inconnuë , & que l'Equation soit multipliée par une progression Arithmetique qui mette  $\theta$  sous les termes où  $y$  ne se rencontre point , le produit sera  $= \theta$  , & le sera encore après que tous ses termes auront été divisés par  $y$ .

Mais on fait précisément ces deux choses en differentiant l'Equation : car en prenant la difference de  $x$  , on divise par  $x$  tous les termes où cette inconnuë se rencontre , après les avoir multipliés par l'exposant de la puissance qu'elle avoit dans chaque terme ; ce qui est multiplier l'Equation par une progression Arithmetique qui met  $\theta$  sous les termes où  $x$  ne se trouve pas ; ainsi après la differentiation , les termes affectés par  $dx$  , pris tous ensemble , doivent être égaux à zero. On fait la même chose en differentiant  $y$  ; tous les termes affectés par  $dy$  doivent donc aussi être égaux à zero.

Cette raison est évidente à l'égard des termes qui viennent d'une premiere differentiation , & qui ont tous pour multiplicateur commun ou  $dx$  ou  $dy$  ; mais elle ne se laisse pas appercevoir de même dans les termes d'une seconde differentiation , d'une troisième , d'une quatrième , &c. Les differentiations repetées donnant quelques termes qui se trouvent affectés des differences multipliées l'une par l'autre , & que la regle des Egalités multipliées par des progressions Arithmetiques exclud. Je vais rendre sensible cette difficulté dans un des exemples déjà proposés , & la

76 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 lever en même temps. Soit dans l'Equation  $DD$  cet  
 exemple.

$DD \dots x^4 - 4bx^3 + 6bbxx + abxx - ayxx - 4b^3x$   
 $- 2abbx + 2abyx + by^3 - 3bbyy + 3b^3y - abby + ab^3$   
 $= 0$ . Si prenant  $x$  pour l'inconnuë, & ordonnant l'Ega-  
 lité comme on la voit en  $P \dots$  (Fig. 3.) on met sous ses  
 termes ceux de la progression Arithmetique 4, 3, 2, 1, 0,  
 qui sont chacun l'exposant de la puissance de  $x$  dans le  
 terme correspondant de l'Egalité, & que l'on multiplie  
 chaque terme de l'Egalité par chaque terme de la pro-  
 gression divisé par  $x$ ; on aura la nouvelle Egalité  $Q$  com-  
 posée précisément de tous les termes affectés par  $dx$ , qui  
 viennent par la premiere differentiation, & qui composent  
 le Numerateur de l'expression generale des Soûtangentes.

De même si prenant  $y$  pour l'inconnuë, & ordonnant  
 l'Egalité, comme on la voit en  $R \dots$  on met sous ses ter-  
 mes ceux de la progression Arithmetique 3, 2, 1, 0, qui  
 sont chacun l'exposant de la puissance de  $y$  dans le terme  
 correspondant de l'Egalité, & que l'on multiplie chaque  
 terme de l'Egalité par chaque terme de la progression di-  
 visé par  $y$ ; on aura la nouvelle Egalité  $S$ , composée aussi;  
 précisément de tous les termes affectés par  $dy$ , qui vien-  
 nent par la premiere differentiation, & qui composent le  
 Dénominateur de l'expression generale des Soûtangentes.

Mais si prenant encore  $x$  dans l'Egalité  $Q$  pour l'in-  
 connuë, on met sous les termes de cette Egalité ceux de  
 la progression Arithmetique 3, 2, 1, 0, & que l'on conti-  
 nuë à multiplier chaque terme de l'Egalité par chaque  
 terme correspondant de la progression divisé par  $x$ , il vien-  
 dra l'Egalité  $T$ , qui ne renferme pas tous les termes qu'au-  
 roit donné la differentiation de l'Egalité  $Q$ .

Et de même si prenant encore  $y$  pour l'inconnuë dans  
 l'Egalité  $S$ , on met sous les termes de cette Egalité ceux  
 de la progression Arithmetique 2, 1, 0; que l'on conti-  
 nuë à multiplier chaque terme de l'Egalité par chaque  
 terme correspondant de la progression divisé par  $y$ , il vien-

dra l'Egalité  $V$ , où manquent quelques-uns des termes qu'auroit donnés la différentiation de l'Egalité  $S$ .

Il est évident que cette difficulté ne peut jamais venir que des termes de l'Equation principale dans lesquels les inconnûes  $x, y$  se multiplient l'une l'autre, parce que dans les Egalités où l'on prend  $x$  pour la seule inconnûe, on n'a que les termes qui viendroient par la différentiation de  $x$  : & de même dans celles où l'on prend  $y$  pour la seule inconnûe, on n'a que les termes que donneroit la différentiation de  $y$ . Ainsi dans l'Egalité  $Q$  la différentiation de  $y$  dans les deux termes  $-2ayx + 2aby$ , auroit donné ces deux autres  $-2ax dx dy + 2ab dx dy$  qui ne sont pas en  $T$  : & dans l'Egalité  $S$  la différentiation de  $x$  dans les deux termes  $-axx + 2abx$ , auroit donné ces deux  $-2ax dy dx + 2ab dy dx$ , qui ne sont point en  $V$ , & qui sont les mêmes qui manquent en  $T$ . Mais ces termes exclus par la regle des racines égales, & donnés par nos différentiations, se détruisant toujours nécessairement l'un l'autre, c'est la même chose de les avoir dans les Egalités  $T$  &  $V$ , ou de ne les y avoir pas. Or ils doivent toujours se détruire, car dans l'Egalité  $P$  les termes où  $y$  n'est pas se détruisant les uns les autres, il faut de nécessité que ceux où  $y$  est se détruisent aussi l'un l'autre. Mais s'ils se détruisent en  $P$ , ils se détruiront encore après la différentiation de  $y$ , cette différentiation ne faisant autre chose que les diviser par  $y$ , commun diviseur, & leur donner le multiplicateur commun  $dy$ . Pour les deux termes  $-2axx + 2abx$  de l'Egalité  $S$ , il est visible que ce sont toujours les mêmes de l'Egalité  $P$ .  $-ayxx + 2abyx$ , divisés seulement par le commun diviseur  $y$  ; & comme dans  $P$  la multiplication de ces deux termes par les nombres de la progression Arithmetique qui leur conviennent, a donné dans  $Q$   $-2ayx + 2aby$  qui se détruisent ; les deux mêmes termes, divisés seulement par  $y$ , auroient été donnés par la différentiation de  $x$  dans  $-axx + 2abx$ , qui se détruiroient de même.

Pour peu que l'on fasse attention à la chose, on verra que ce que je viens de remarquer doit toujours avoir lieu ; mais quelque facile que cela soit à entendre, il faudroit un trop long discours pour l'expliquer.

Je finirai ce Memoire en donnant ici une maniere aisée de trouver par le moyen d'une parabole tous les points de la Courbe dont la nature est exprimée par l'Equation précédente réduite aux termes qu'elle a été d'abord proposée, sçavoir  $x^4 - ayxx + by^3 = 0$ . On a vû que cette Equation est le produit de ces deux  $xx = \frac{1}{2}ay - y\sqrt{\frac{1}{4}aa - by}$  ; &  $xx = \frac{1}{2}ay + y\sqrt{\frac{1}{4}aa - by}$  ; ce qui revient ( en faisant  $\frac{1}{2}a = b$ , pour rendre la construction

plus facile ) à  $xx = by \pm y\sqrt{bb - by}$ , ou  $xx = b \pm \sqrt{bb - by} \times y$ . Soit prise la droite  $AF$  prolongée indéfiniment de part & d'autre pour l'axe des  $x$  ; & la droite indéfinie  $AB$  qui lui est perpendiculaire au point  $A$  pour l'axe des  $y$  ; & soit le point  $A$  l'origine commune des  $x$  & des  $y$ . Je fais  $AC = b$  ; & sur  $CH$  menée parallèlement à  $AB$  & prise égale à  $b$ , comme axe je décris d'un parametre  $= b$  la parabole  $HD$ . Il est clair que prenant l'origine des abscisses de cette parabole au point  $C$  le long de l'axe  $CH$ , & les nommant  $y$ , les Ordonnées seront par-tout  $\sqrt{bb - by}$ . Soit maintenant pris  $AP$  pour un des  $y$  quelconques de la Courbe que je veux décrire, du point  $P$  je mene parallèlement à  $AD$  la droite  $PR$  jusqu'à la rencontre de la parabole en  $R$ , & qui coupe l'axe  $CH$  en  $T$  ; du même point  $P$  je prends  $PO = PR$  ; & sur  $AO$  comme diametre décrivant le Cercle  $OMA$ , & menant  $PM$  ordonnée au Cercle, je dis que le point  $M$  est à la Courbe que je veux décrire, & que  $PM = x$  : car  $PT = AC = b$  &  $TR = \sqrt{bb - by}$ , donc  $PR = PO = b + \sqrt{bb - by}$  ; mais par la propriété du Cercle  $AP \times PO (y \times b + \sqrt{bb - by}) = PM^2 = xx$ . Il est évident qu'en décrivant l'autre côté de la parabole, les  $PR$  seroient  $= b -$

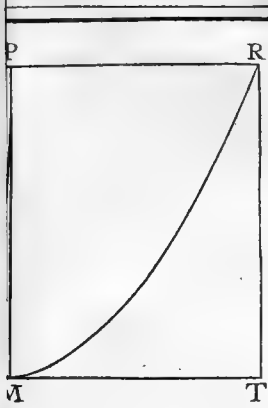


Fig. 3.

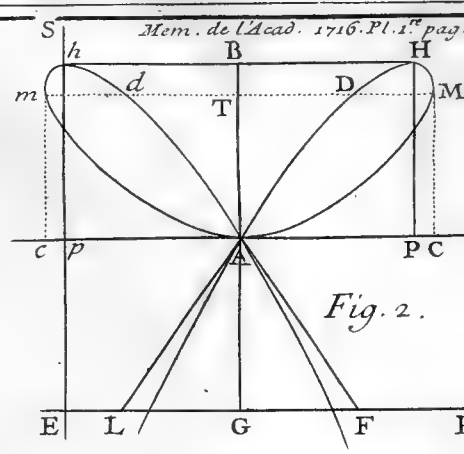


Fig. 2.

				$+ x^4$	
				$- 4bx^3$	
$+ by^3$				$+ 3b^3y + abxx$	
$- 3bbbyy$				$- abby - 4b^3x$	
$^3x + 3b^3y$				$- axxy - 2abbx$	
$bx - abby$				$by^3 - 3bbbyy + 2abxy + ab^3 = 0$	
$byx - ab^3 = 0$					
$\frac{0}{x}$				$\frac{3}{y}$	$\frac{2}{y}$
$4b^3$				$+ 3b^3$	
$2abb$				$- abb$	
$2aby = 0$				$- axx$	
$0$				$abuu - 6bbu - 2abr = 0$	

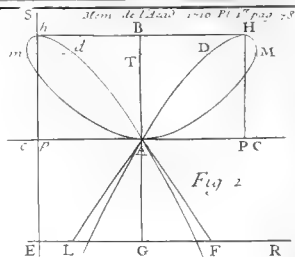
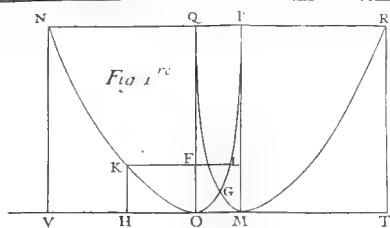


Fig 3

$$\begin{array}{l}
 P... + 6b^2xx - 4b^3x + 3b^2y \\
 \quad + abxx - 2abbx - abby \\
 x^4 - 4bx^3 - ayxx + 2abyx - ab^3 = 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 R... + 3b^2y + abxx \\
 \quad - abby - 4b^3x \\
 \quad - axxy - 2abbx \\
 by^3 - 3bbby + 2abxy + ab^3 = 0
 \end{array}$$

$\frac{4}{x}$	$\frac{3}{x}$	$\frac{2}{x}$	$\frac{1}{x}$	$\frac{0}{x}$	$\frac{3}{y}$	$\frac{2}{y}$	$\frac{1}{y}$	$\frac{0}{y}$
---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------

$$\begin{array}{l}
 Q... + 12b^2x - 4b^3 \\
 \quad + 2abx - 2abb \\
 4x^3 - 12bxx - 2ayx + 2aby = 0
 \end{array}$$

$\frac{3}{x}$	$\frac{2}{x}$	$\frac{1}{x}$	$\frac{0}{x}$
---------------	---------------	---------------	---------------

$$\begin{array}{l}
 T... - 2ay \\
 \quad + 12bb \\
 12xx - 24bx + 2ab = 0
 \end{array}$$

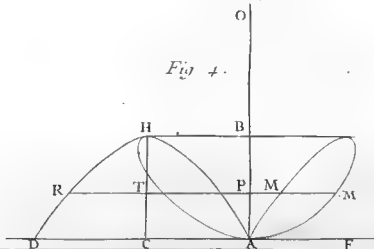
$$\begin{array}{l}
 S... + 3b^3 \\
 \quad - abb \\
 \quad - axx
 \end{array}$$

$$3byy - 6bbx - 2abx = 0$$

$\frac{2}{y}$	$\frac{1}{y}$	$\frac{0}{y}$
---------------	---------------	---------------

$$\begin{array}{l}
 V... \\
 6by - 6bb = 0
 \end{array}$$

Fig 4.





$\sqrt{bb - by}$ ; & qu'ainfi on aura alors  $y \times b - \sqrt{bb - by}$   
 $= PM^2 = xx$ , qui est tout ce qu'il falloit trouver.

---

# M E T H O D E

## POUR TIRER LES BOMBES

### A V E C S U C C E S.

Par M. DE RESSONS.

**Q**UOI-QU'IL soit constant que la theorie jointe à la pratique forment le plus haut point pour atteindre à la perfection des Arts, néanmoins l'experience m'a fait connoître que la theorie étoit d'une très petite utilité dans l'usage des Mortiers. 24 Mars  
1716.

Le Livre de M. Blondel nous a décrit avec affés de justesse la distance des lignes paraboliques, selon les differents degres d'elevation du Quart de Cercle, mais la pratique a démontré qu'il n'y a aucune theorie dans les effets de la Poudre, car m'étant attaché à pointer les Mortiers avec toute l'exactitude possible conformément à ces calculs, je n'ai jamais pû établir aucun fondement sur leurs principes.

Je ne prétends pourtant pas avancer que si les Bombes se trouvoient toutes d'un poids égal; que si l'on pouvoit tous les coups donner le même arrangement à la Poudre, & que la plateforme fût si solide qu'elle ne changea jamais de situation, que l'on ne pût se servir utilement de la theorie, mais il arrive un si grand nombre d'inconvénients, rant dans la maniere de charger les Mortiers, que dans les differents poids des Bombes, & dans la qualité des Poudres, que le plus habile & experimenté des Bombardiers ne peut pas répondre de tirer trois coups de suite

80 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
avec justesse, s'il ne prend les précautions ci-après, qu'une  
longue pratique m'a fait découvrir.

Je commencerai par faire connoître tous ces inconveniens, lesquels je divise en trois classes, en faisant confister huit dans la Bombe, treize dans le Mortier, & quatre dans la Poudre. Traitant d'abord de ceux de la Bombe, je dirai

1°. Qu'elles different de poids entre elles, parce qu'étant coulées chacune séparément dans des Chapes, il s'y fait toujours quelque alteration, soit en recuisant ces Chapes, soit en recuisant le Noyau, qui est ce qui en reserve le vuide, lequel Noyau se trouve quelquefois plus gros, d'autres fois plus petit, soit parce que la Gueuse est coulée quelquefois fort chaude & par conséquent fort liquide, & d'autres fois moins chaude & plus épaisse, ce qui dépend du temps sec ou humide, & qui fait que des Bombes faites dans le même fourneau & par les mêmes ouvriers different communément de 15 livres en poids les unes aux autres.

2°. Parce que les Chaplets qui soutiennent le Noyau ne sont pas toujours si égaux qu'ils ne soient plus longs ou plus courts les uns que les autres de quelques lignes, d'où provient que la Bombe se trouve plus riche de métal d'un côté que de l'autre, défaut qui la fait derrer en l'air du côté qu'elle pèse le plus, comme feroit une boule chargée de plomb en roulant.

3°. La differente situation des Anses de la Bombe qui ne se mettent qu'à l'estime de l'œil de l'ouvrier, & qui étant de quelques lignes plus près ou plus éloignées du centre de la bouche de la Bombe lui nuisent dans la route par la resistance de l'air qui est plus ou moins grande, selon les differentes positions des Anses.

4°. Parce qu'il se trouve très souvent des soufflures ou cavités dans le métal, ce qui change l'équilibre de la Bombe, & que l'air entrant dans ses cavités lorsqu'elles se trouvent en dehors ( ce que l'on entend par le sifflement qu'elle

qu'elle fait) cela retarde la route de la Bombe.

5°. Parce que les Moules ou Chapes se gerçant souvent au feu en sechant, causent des coutures & inégalités sur la superficie de la Bombe.

6°. Parce que le Noyau se trouve quelquefois situé ou trop avant ou trop en arriere, & ainsi reserve le vuide ou trop avant ou trop en arriere, ce qui en change la proportion & l'équilibre.

7°. Parce que les Fusées qu'on met dans la Bombe ne pouvant être faites avec assés de justesse pour qu'elles n'ayent qu'un pouce de faillie (comme il seroit à désirer) il n'arrive que trop souvent que les unes ne sortent que de demi-pouce, les autres de 8 lignes, les autres d'un pouce, d'autres de 15 lignes, & les autres de 2 pouces; de maniere que, selon leurs différentes longueurs, elles font en l'air de différents effets auxquels l'on ne peut remédier, quelque application qu'on y apporte, parce qu'une Fusée étant chassée à son point, ne peut être poussée plus avant, de crainte qu'elle ne se fende (comme j'ai vû souvent arriver) ce qui fait crever la Bombe dans le Mortier dès que l'on y met le feu.

8°. Que souvent la Bombe a la bouche de travers, ce qui est cause que la Fusée étant obliquement posée, elle retarde sa course en l'air & la fait aller en roulant.

Je pourrois encore rapporter une infinité d'autres événements; mais ayant expliqué les principaux, je n'entrerai pas dans un plus long détail. Passons presentement aux défauts provenant du Mortier.

1°. Quelque précaution que l'on prenne pour bien pointer le Mortier par les différents degrés, l'on tire un nombre de coups avant d'attraper celui qui convient.

2°. Lorsqu'on l'a trouvé, il est très difficile de le remettre au même point, soit que la plate-forme ait consenti, soit que le Mortier se soit jetté à droite ou à gauche dans les bouloirs de ses tourrillons.

3°. Supposé qu'il fût tous les coups pointé également,

*Mem. 1716.*

L

lorsqu'on a mis la Poudre dans la Chambre, on met une toile dessus, pour empêcher qu'elle n'ait communication avec la terre; hors par cette toile il reste souvent des intervalles vuides, ou bien la Poudre se trouve plus d'un côté que de l'autre.

4°. Etant obligé de mettre de la terre pour achever de remplir la Chambre, souvent elle est fraîche, d'autres fois sèche, ainsi elle fait faire des differents effets à la Poudre.

5°. Par dessus cette terre l'on a toujours pratiqué de mettre un tampon de bois ( que je n'ai jamais approuvé ) sur lequel on frappe plusieurs coups avec un refouloir, & tous ces coups étant frappés inégalement, l'enfoncent trop ou trop peu, ce qui fait une difference considerable.

6°. Souvent les tampons sont trop gros ou trop petits : s'ils sont trop gros, ils n'entrent pas assés, & laissent un intervalle vuide en dedans de la Chambre, & s'ils sont trop petits, ils enfoncent trop & serrent davantage la charge, ce qui est un inconvenient des plus grands.

7°. Souvent il arrive que les tampons sont enfoncés plus d'un côté que de l'autre, ensorte qu'attaquant la Bombe de biais hors de son centre, ils font faire de très mauvais coups.

8°. Quand la Bombe est en place dans le Mortier, l'on est encore obligé de garnir le Pourtour avec de la terre, laquelle on bat avec le tranchant de la queue du refouloir, & quelquefois il y en a plus, d'autres fois moins.

9°. Très souvent la Bombe est plus avancée ou reculée dans le Mortier par les differentes épaisseurs de son lit, provenant du trop & du trop peu de terre qu'on y a mis, ce qui fait faire de grandes erreurs.

10°. Les Plate-formes s'affaissent & bondissent en tirant.

11°. Souvent elles penchent plus d'un côté que de l'autre, ce qui fait jeter la Bombe à droite ou à gauche selon le côté qu'elle penche.

12°. Quelquefois & trop souvent un tourillon a plus

de jeu & d'aisance que l'autre, ce qui fait déjetter le Mortier en tirant.

13°. Le Mortier s'échauffant, plus il tire, plus il faut de prudence pour diminuer la Poudre au *pro rata*.

Voilà les principaux défauts qui arrivent par le Mortier & par la maniere de le charger. Passons à la Poudre.

J'ai renfermé quatre défauts en ce qui concerne la Poudre.

1°. Il arrive que la Poudre d'un même barril n'est pas égale, & quand même tout le barril le seroit, dès qu'il est consommé & qu'on en entame un autre, il se trouve de la différence, soit parce que l'un a été au dessus des autres exposé dans le parc au Soleil ou à la pluie, soit parce que l'autre aura posé à terre & attiré l'humidité.

2°. Quand bien même la Poudre seroit égale, il se fait de grandes erreurs par l'arrangement & la disposition où elle se trouve dans le Mortier, quelquefois étant trop serrée, & d'autres fois trop au large.

3°. Le grain de la Poudre ne pouvant se faire égal, lorsqu'elle se trouve un peu plus grosse, le feu se communique mieux par l'intervalle que lorsqu'elle est plus menuë & plus serrée.

4°. Le temps apporte du changement à la Poudre, car quand il fait humide, elle a moins de force, & quand il fait sec, elle est plus guaye.

Je pourrois par une longue expérience détailler encore un nombre d'autres défauts, mais les vingt-cinq essentiels ci-dessus décrits prouvent assés que, quelque bien que puisse être pointé un Mortier dans les regles, il est très difficile de tirer avec succès & justesse, si l'on n'a une attention particuliere à prévoir & à se parer de tous ces contre-temps; & pour y parvenir, voici la découverte qu'un long usage m'a appris sur cette matiere.

J'ai fait connoître qu'il se trouvoit huit défauts dans la Bombe, treize dans le Mortier, façon de le charger, ou plate-forme, & quatre dans la Poudre.

Pour remedier à ces vingt-cinq défauts & les corriger autant que faire se peut , voici ce que j'ai pratiqué aux siéges de Nice, Alger, Gennev, Tripoli, Rose, Palamos, Barcelonne, Alicant, & nombre d'autres Places que j'ai bombardées.

Pour corriger les défauts des Bombes, il faut d'abord les faire arranger avant de les charger la bouche en haut, & assises le plus perpendiculairement que faire se peut sur le Culot, enforte qu'en les regardant bien l'une après l'autre, il soit aisé de voir si elles ont la bouche de travers, ce qui dénote qu'elles sont plus riches de métal d'un côté que de l'autre, & il faut rebuter toutes celles-là ; il faut pareillement mettre à part celles qui ont les Anses disproportionnées, ou des soufflures considerables dans le métal, & reserver ces sortes de Bombes défectueuses pour quand on tire sur des Villes, parce que si l'on manque un quartier on attrape l'autre, & elles ne sont bonnes que pour employer à cet usage.

Lorsque l'on a mis à part les mieux conditionnées, il faut faire peser un nombre des mieux faites, que l'on reserve pour les coups de consequence, & en faire des lots séparés, rapportant ensemble toutes celles depuis le poids de 125 livres jusques à 130 livres en un lot : celles de 130 livres & au dessus jusques à 135 en un autre lot : toutes celles depuis 135 jusques à 140 en un autre, & ainsi du reste, après quoi l'on approprie en chaque Bombe la fusée, de maniere qu'elle n'excede le dehors de la bouche que d'un pouce seulement quand on chargera la Bombe, & qu'elle sera poussée entierement à sa place ; & lorsqu'on tirera les Bombes pour tirer des coups justes, soit sur un Magasin à Poudre, Retranchement, ou autre ouvrage, il faudra tirer ces Bombes lot par lot l'un après l'autre, sans prendre au hazard tantôt une Bombe d'un côté, tantôt de l'autre. La raison est qu'ayant ces Bombes d'un poids à peu-prés égal, l'on regle la quantité de Poudre que l'on doit mettre dans le Mortier suivant le lot que

l'on tire ; & ainsi fait-on lorsqu'on en entame un nouveau, connoissant par les premiers coups l'augmentation ou diminution de Poudre qu'il convient de faire. Voilà pour ce qui concerne la Bombe. Quant à la Poudre, pour tirer d'une Poudre la plus égale que faire se peut, il faut juger de la quantité de Bombes que l'on doit tirer en un jour, ou pendant une nuit, & supputer combien il faut de Poudre pour tirer cette quantité. Par exemple, je compte de tirer 200 Bombes en une nuit, à raison de 6 livres de Poudre chacune, il faudra faire verser 1200 livres de Poudre sur une grande toile, la bien faire remuer & mêler, puis la remettre dans les barils, ce qui la donnera autant égale que faire se peut en une expedition militaire. Voilà la correction de la Poudre, il ne s'agit donc plus que de celles du Mortier & plate-formes. Pour bien réussir il convient de faire deux plate-formes à côté l'une de l'autre pour chaque Mortier ; & lorsqu'après un nombre de coups tirés l'une s'est affaïssée, on remet le Mortier sur l'autre, & l'on raccommode la premiere. Quant au Mortier, pour le bien charger, il faut le dresser debout sur ses tourrillons, verser la Poudre dans la Chambre, laquelle doit être réglée par une mesure de Fer blanc & non au poids, la ranger le plus uniment qu'on pourra avec la main, ensuite mettre une toile sèche dessus, taillée de grandeur convenable, enforte qu'il n'y en ait ni trop ni trop peu, & achever de remplir la Chambre de terre, qu'on refoulera seulement avec la main, puis sans mettre de tampon de bois, la Chambre étant remplie entierement de terre jusques à l'ame du Mortier, mettre encore un demi-pouce de terre de hauteur pour former le lit de la Bombe, après quoi on met la Bombe dans le Mortier, la bouche au milieu de l'ame, observant qu'elle ne touche le métal ni d'un côté ni de l'autre, ce que l'on empêchera en la garnissant de terre tout autour ; voilà le Mortier chargé dans les formes. Si par hazard la Bombe n'avoit qu'une Anse, & que l'autre eût été rompue. ( comme il

arrive souvent ) en les chargeant ou déchargeant , en ce cas il ne faut pas manquer de casser l'Anse qui reste avec un maillet de bois , autrement elle iroit tout de biais , & dériveroit du côté de l'Anse restante ; le mortier ainsi préparé , on l'abaisse doucement sur son Coussin de Myre , on le pointe au quart de Cercle , suivant le degré que l'on a découvert le plus convenable , & sur-tout l'on prend sa Mire avec une corde , au bout de laquelle il pend un plomb , & divisant le Mortier en deux , par ce trait l'on prend la Mire la plus juste que l'on peut à l'objet où l'on veut tirer , mais à tout ce que dessus l'expérience , la prudence & la theorie conviennent fort , & plus encore la pratique que la theorie.

## SUR LA LONGITUDE DU DETROIT DE MAGELLAN.

Par M. DELISLE.

4 Avril  
1716.

ON sçait qu'il est très important à la Navigation de s'assurer de la Longitude des lieux fréquentés par nos Vaisseaux. On ne peut pas disconvenir non plus qu'il ne soit très avantageux de profiter de toutes les occasions que l'on aura de rectifier les connoissances que nous en avons , non seulement par les Observations Astronomiques , mais aussi par d'autres voyes.

En effet , les Observations faites par deux Navigateurs sur le Vaisseau le Saint Louis , que j'ai rapportées dans les Memoires de l'Academie de 1710 , font voir 300 lieues d'erreur dans la Carte de Pitergos sur la distance du détroit de Magellan aux Roches ou Isles de Tristan de Cugne , que cette erreur auroit causé la perte du Vaisseau , si heureusement ces Roches n'avoient été apperçûes de



jour, & que cette grande différence de l'estime des Officiers avec une Carte dont tous les Navigateurs se servent avoit fait prendre mal à propos à l'équipage ces Isles pour une nouvelle découverte.

J'ai avancé dans le même Memoire, que dans les meilleures Cartes cette distance étoit encore trop grande de 170 lieues, entr'autres dans la Carte des Variations de M. Halley, dans laquelle l'embouchure de la Riviere de Gallegue à la partie Orientale du détroit de Magellan étoit marquée de 10 degré plus à l'Occident qu'il ne falloit. J'ai appuyée cette correction non seulement par l'estime de ces Messieurs, mais aussi par une Observation faite par le P. Mascardi à la Vallée de Bucaleneau Chili, dont la distance étant connue à la Riviere de Gallegue, j'en ai conclu sa Longitude par rapport à Paris & sa distance du Cap de Bonne-Esperance.

M. Halley dans les Transactions Philosophiques du mois de Decembre 1714 ne convient pas de cette correction & dit qu'il ne comprend pas qu'il ait pû se tromper de 10 degrés pour la Longitude du Déroit de Magellan. Il dit que les 1350 lieues que le Vaisseau le Saint-Louis a faites depuis le Déroit de Magellan jusqu'au Cap de Bonne-Esperance confirment au lieu d'affoiblir ce qu'il a établi sur la Longitude du Cap de Bonne-Esperance & sur celle du Déroit de Magellan, mais il faut remarquer que quoique la Route de ce Vaisseau ait été en general l'Est-Nord-est, ce Vaisseau n'a pû suivre précisément ce rumb de Vent pendant une si longue traversée, tirant quelquefois plus au Nord, & d'autres fois plus à l'est, & que l'estime de ces Messieurs ne donne que 85 degrés 50 minutes entre ces deux terres, ce qui revient, comme j'ai dit, à un degré & demi près au resultat des Observations du P. Mascardi.

M. Halley rend compte de ce qui l'a déterminé à donner cette Longitude au Déroit de Magellan, c'est premièrement l'Eclipse de Lune du 18 Septembre 1670, dont le

commencement a été observé par Jean Wood au Port Saint-Julien justement à 8 heures de nuit, & à 14 heures 22 minutes par M. Hevelius à Dantzic, dont la Longitude est connue par rapport à Londres, d'où il conclut la différence des Meridiens entre Londres & ce Port de 76 degrés. Secondement, l'estime du Capitaine Strong dont il a le journal, qui donne 45 degrés de Longitude entre le Détroit de Magellan & l'Isle de la Trinité dont M. Halley dit aussi sçavoir la Longitude par rapport à Londres. D'où il conclut que la partie Orientale du Détroit de Magellan est de 75 degrés plus Occidentale que Londres, comme il l'a marqué dans sa Carte. Qu'enfin les courants portent les Vaisseaux à l'Oüest vers les Côtes d'Amerique, ce qui fait paroître ces Terres plus Orientales qu'elles ne sont en effet.

J'oppose à ces raisons, 1<sup>o</sup>. Que l'Observation faite par le P. Mascardi, & que le P. Riccioli dit avoir été exacte, paroît préférable à celle que M. Halley rapporte de Jean Wood, quoi-que bon Navigateur.

2<sup>o</sup>. Que les Courants qui portent à l'Oüest vers la Côte de l'Amerique ne vont tout au plus que jusqu'au 30<sup>me</sup>. degré de Latitude Meridionale, & qu'il y a des endroits où le courant est tout contraire, portant à l'Est, comme je l'ai rapporté dans les Memoires de 1710, à l'occasion du Voyage de M. Bigot de la Canté.

Enfin, que le P. Feüillée ayant observé exactement en 1709 plusieurs Immersions du premier Satellite de Jupiter à la Conception & à Valparaïse, Villes du Chili, voisines de Bucalene; ces Observations comparées avec celles qui furent faites en même temps à Paris confirment non seulement en general celle du P. Mascardi, mais autorisent encore davantage la Longitude que j'avois donnée au Détroit de Magellan, au lieu que selon l'hypothese de M. Halley la partie Orientale de ce Détroit étant supposée de 75 degrés plus Occidentales que Londres, & par consequent  $77\frac{1}{2}$  plus que Paris. Comme le P. Feüillée

trouve

trouve seulement 75 degrés  $\frac{1}{2}$  entre Paris & la Conception, il s'ensuivroit de-là que l'entrée du détroit de Magellan du côté de la Mer du Nord seroit plus Occidentale de 2 degrés que la Conception sur les Côtes de la Mer du Sud, ce qui est contre toute vrai-semblance.

## DESCRIPTION

### D'UN FOETUS DIFFORME.

Par M. PETIT.

**L'**ENFANT que je presente à l'Academie est Jumeau ; 18 Janvier  
il est venu à terme, & a vécu 4 heures. Son compa- 1716.  
gnon est en parfaite santé, & n'avoit rien de difforme.  
Celui-ci est beaucoup plus petit que le vivant, & a des  
difformités exterieures & interieures. Les difformités exte-  
rieures que j'observai d'abord sans dissection, sont 1°. Que  
le bas-Ventre manque de Peau & de Muscles depuis  
le Cartilage Xiphoïde jusques aux Os pubis, & depuis  
une region Lombaire jusques à l'autre ; les Viscerés ne  
sont contenus que par le Peritoine ; le Cordon est moins  
garni d'enveloppe qu'il ne l'est ordinairement ; il y a au  
dessus du Pubis une espece de fosse creuse de 3 lignes, de  
la largeur & presque de la rondeur d'un Ecu, dans la-  
quelle fosse se trouve une ouverture profonde qui entre  
en dedans de figure un peu ovale, ayant au dessous un  
petit corps un peu éminent de la longueur de 6 lignes,  
que je soupçonnai être une Verge, ou un Clitoris mal for-  
mé. Lorsque je portois ma Sonde dans cette ouverture,  
je ne pouvois la faire entrer que du côté droit ou du côté  
gauche seulement. Le corps de ce Fœtus à l'endroit des  
Hanches est courbé de droit à gauche ; il n'a pas les Fesses  
bien marquées, la raye étant entierement effacée, & il ne  
*Mem. 1716.* M

se trouve aucune ouverture dans le lieu où devroit être l'Anus : depuis cet endroit jusques aux Os pubis il n'y a aucune marque des parties genitales de l'un ni de l'autre sexe : la Cuisse, la Jambe & le Pied gauche sont beaucoup plus gros de ce côté que de l'autre : toutes ces parties sont comme disloquées, particulièrement le Pied, qui quoique bien formé d'ailleurs, laisse sentir à travers la peau la partie de l'Astragal qui devroit appuyer les Os de la Jambe : l'extrémité droite est moins grosse & moins longue que la gauche ; le Pied n'est point luxé, mais il ne se trouve qu'un Orteil qui paroît large comme deux, armé de deux ongles, & qui paroît divisé par une ligne très légère ; le reste du Corps à l'exterieur est assés bien formé. Voilà tout ce que j'ai trouvé avant que de dissequer.

Après avoir examiné ainsi l'exterieur, j'ai ouvert le Peritoine, & par la dissection j'ai reconnu que la Veine Umbilicale, au lieu de passer par la scissure du Foye pour se jetter dans le sinus de la Veine-porte, passe par dessus la partie convexe de ce Viscere, & se va jetter près de l'endroit où la Veine-cave perce le Diaphragme. Au lieu de deux arteres Umbilicales il n'y en a qu'une qui est, pour ainsi dire, la continuation du tronc de l'Aorte inferieure qui, au lieu d'y former les deux gros rameaux Iliques, ne forme que deux petites branches qui vont aux Cuisses. Aussi n'étoit-il pas nécessaire que les Iliques fussent plus considerables, puisque les extremités inferieures sont beaucoup moins grosses qu'elles ne doivent être, comme il a été remarqué, & que ces vaisseaux ne forment point d'Hypogastriques, parce que dans ce sujet il n'y a point de cavité du bassin, point de Matrice, de Vessie, ni de Rectum : l'artere Umbilicale n'est donc que le tronc de l'Aorte, qui à l'endroit de la dernière Vertebre des Lombes remonte dans la duplicature du Peritoine pour joindre la veine Umbilicale au milieu du Ventre où elles forment ensemble le Cordon ; l'Ouraque ne se trouve pas non plus, puisqu'il n'y a point de vessie Urinaire, comme

on le remarquera ci-après ; desorte qu'au lieu de quatre vaisseaux qui forment le Cordon qui va du Placentà à l'Enfant, il n'y en a que deux, la veine & une artere Umbilicale.

Le Foye est fort gros, & a outre sa scissure ordinaire une scissure superieure creusée dans sa partie convexe du côté de son Lobe gauche, servant au passage extraordinaire de la veine Umbilicale, comme il a été dit.

Le Diaphragme est membraneux dans tout son côté gauche ; toute sa partie charnuë semble se rassembler au centre pour former l'anneau par où passe l'Oesophage.

L'Oesophage au dessous du Diaphragme se prolonge près de deux pouces plus qu'il n'est dans l'état naturel, parce que l'Estomac, au lieu d'être situé dans le côté gauche du bas-Ventre, est situé au dessous du Foye touchant le Rein droit, & la Ratte se trouve immédiatement au dessous près du Pilore.

Le Pilore y est à l'ordinaire, mais le Duodenum ne passe point par dessous le centre du Mésentere ; le Jejunum qui le suit est presque tout ce qu'il a d'intestins grêles, du moins il n'y a que peu de l'Ileum ; c'est pour cela que le Méconium ou matiere fécale du Foetus remplissoit presque tout ce qu'il y avoit d'intestin grêle ; l'extrémité inferieure de ce Canal intestinale aboutit au côté gauche de l'ouverture ovale que j'ai déjà décrite, en parlant de l'exterieure du Ventre, & que je nomme l'Anus. Voulant chercher les autres intestins, je n'ai trouvé qu'un bout de gros boyau de la longueur & de la largeur d'un pouce ou environ, placé au côté gauche de l'ouverture que j'appelle Anus, qui me parut moulé, à peu-près comme le commencement du Cœcum : en séparant le Peritoine qui le couvroit confusément, & après avoir soufflé dans sa cavité par l'Anus, j'apperçûs un Appendice vermiculaire, faisant quelques legers contours ; cette Appendice longue d'un grand pouce me parût double, & j'ai reconnu qu'elle l'étoit par l'air que j'y ai soufflé & par l'injection de Cire. On voit

presentement que lorsque je portois ma Sonde dans le côté droit de l'Anus, je la faisois entrer dans l'Ileum, & que lorsque je la portois dans le côté gauche, je la faisois entrer dans le Cœcum; de sorte que l'Anus étoit un rendez-vous commun des matieres de l'Ileum & de celles du Cœcum; bien entendu neantmoins qu'elles ne pouvoient sortir de ce dernier que lorsque le premier les y avoit dégorées; ce qui étoit assés difficile, parce que l'Anus dont les bords sont minces, est presque aussi large que les deux tiers du Cœcum; & de plus, les matieres étoient obligées de passer par dessus avant d'entrer dans le Cœcum, ce qui fait voir qu'elles avoient autant de facilité à sortir par-là, c'est pour cela qu'il étoit affaîlé, & qu'il ne contenoit que peu de Méconium, pendant que les autres intestins étoient ronds de plénitude. Le Peritoine à l'endroit de l'Anus est un peu plus épais que dans le reste de l'étendue du Ventre, sans que j'aye pû remarquer aucune fibre charnue qui pût imiter un Sphincter.

Après cet examen je connus parfaitement la route extraordinaire que devoit suivre l'excrement stercoral dans ce sujet difforme, mais il me restoit un embarras fort grand causé par deux boyaux, l'un à droite plus petit, & l'autre à gauche plus grand du double, dont je n'avois encore qu'ébauché la dissection. Après les avoir exactement séparés du Peritoine, je reconnus qu'ils n'avoient aucune communication avec les intestins, ils étoient pleins de vents, leur membrane fort mince & si transparente, qu'il m'étoit aisé de voir à travers qu'ils ne contenoient aucune matiere stercorale: je poursuivis ma dissection avec plus de soin & d'exactitude, & je reconnus que ces boyaux étoient les Ureteres: celui du côté gauche faisant deux replis tortueux, avoit dans sa partie la plus large 24 lignes de diametre; il commençoit aux Reins par un tuyau d'environ 2 lignes de diametre, & sur 3 ou 4 de longueur se terminoit en bas par un petit canal qui n'a pas un quart de ligne de diametre sur 6 de long: l'Uretere

du côté droit moins gros de la moitié & moins tortueux commence & se termine de même que le premier par un petit conduit à peu-près de même diametre & longueur.

L'un & l'autre se viennent ouvrir au dehors du Ventre à 4 lignes du bord de l'Anus sur la ligne qui partageroit l'Anus transversalement en parties égales, & c'est par le dehors que j'ai passé des foyes de Porc dans leurs ouvertures.

La petite Appendice collée au dessus de l'Anus, longue d'environ 6 lignes sur 4 de circonference, étoit un assemblage de trois muscles d'un corps spongieux ou caverneux de quelques vaisseaux sanguins, le tout recouvert du Peritoine que j'ai séparé exactement, pour distinguer toutes les parties : l'un de ces muscles est au milieu couché sur le corps spongieux du côté du Ventre prenant origine partie aux Os pubis, partie au Coccis, & s'allant inserer à l'extrémité du corps spongieux qui regarde la partie inferieure de l'Anus. Il paroîtra impossible que ce muscle, qui n'a qu'une ligne d'épaisseur, prenne origine du Pubis & du Coccis; mais on connoîtra la possibilité, quand on sçaura que l'Os Sacrum & le Coccis, au lieu de se vouter en arriere pour former la cavité du bassin, se portent en devant, & passent par dessus la Symphyse des Os pubis, & voilà pourquoi la pointe du Coccis & les Os pubis sont si voisins, & pourquoi la cavité du bassin est toute effacée.

Le second & le troisième muscle, l'un à droite & l'autre à gauche du corps spongieux, prennent leur origine des Os pubis, & vont s'inserer à l'extrémité du corps spongieux, comme le premier muscle que j'ai décrit. Cette extrémité de ce corps qui regarde l'Anus, comme il a été dit, n'aboutit à rien, & n'est point saillante comme la Verge; l'autre extrémité, que j'appellerai inferieure, descend comme si elle avoit une attache solide aux Os, mais elle n'en a point, & j'ai été surpris de la voir se terminer à la peau, à peu-près dans l'endroit où sont les parties genitales de la Femme dans l'éstat naturel. Cette terminaison me

donna lieu d'examiner le dehors de la peau, où je trouvai un petit trou, que je n'avois pas apperçû dans l'examen extérieur que j'avois fait; je passai un stilet qui me conduisit dans le milieu du corps spongieux comme dans un canal qui se termine en cul de sac vers l'extrémité supérieure qui regarde l'Anus, & où vont aboutir les trois muscles que j'ai décrits. On ne peut point appeler ce sujet un Garçon, puisqu'il n'a point de Testicules, de Prostates ni Vesicules seminaires, & que le corps long de 6 lignes que je viens de décrire a moins la structure de la Vergé que celle du Clitoris: on ne peut pas dire que ce soit une Fille, puisque la Matrice & les Ovaires lui manquent; on dira encore moins que c'est une Hermaphrodite. Si cet Enfant eut vécu, il auroit jetté ses urines par les deux petites ouvertures qui sont au côté de l'Anus, & il les auroit jetté goutte à goutte involontairement, puisqu'il n'a point de Vessie pour les réserver, & qu'il ne paroît point que les embouchures des Ureteres soient munies de Sphincter pour les retenir.

Ses excrements stercoraux seroient sortis involontairement & fort liquide; involontairement, parce que l'Anus est fort large, & qu'il n'a point de Sphincter, & ils seroient sortis liquides, parce que la plus grande partie de l'Ileum, tout le Colum & le Rectum lui manquent, & c'est le séjour des matieres dans ces boyaux qui les rend épaisses & propres à les mouler dans leur cavités: il est vrai qu'il y a environ un pouce de Cœcum, mais cela ne suffit pas pour servir de réservoir à ces matieres, outre qu'elles auroient eû de la peine à y entrer, puisque suivant ce que nous avons déjà remarqué, l'ouverture de l'Anus est plus présente à l'embouchure de l'Ileum que ne l'est celle du Cœcum.

Enfin le peu de temps que cet Enfant a vécu est suffisant pour nous faire douter que les muscles du bas-Ventre soient si essentiels, que l'on dit qu'ils le sont à la respiration: ce qui paroît assez vrai-semblable, c'est qu'ils ser-



vent infiniment aux fortes respirations que nous faisons dans nos actions vigoureuses, dans le chant, le jeu des instruments à vent, dans la toux & dans les cris : peut-être cet Enfant ne seroit-il pas mort si-tôt, s'il eût crié plutôt.

## OBSERVATIONS

## D'UNE LUMIERE SEPTEMTRIONALE.

Par M. MARALDI.

Nous avons observé un phenomene rare & curieux qui a paru au mois d'Avril de cette année 1716. 22 Avril  
1716. On commença de le voir le 11 de ce mois à 10 heures & demie du soir, deux heures après que le crepuscule étoit entierement fini.

C'étoit une grande Lumiere blanchâtre répandue le long de l'horison du côté du Nord-ouëst & du Nord. Elle commençoit au couchant d'Été, au dessous du pied Occidental d'Auriga, se répandoit ensuite sur la jambe Occidentale de Persée, & passant entre la Constellation d'Andromede & celle de Cassiopée, elle alloit finir dans la partie du Ciel qui étoit au dessous de la tête de Cephée. C'étoit là l'étendue qu'occupoit cette lumiere du Couchant au Septentrion, qui étoit environ 80 degrés.

Sa largeur étoit terminée d'un côté par l'horison, d'où elle paroïssoit sortir, & s'élevoit jusques à la hauteur de 7 degrés, excepté vers les deux extremités où elle étoit moins large. Sa clarté étoit également répandue par tout, & elle ne s'affoiblissoit que vers sa partie superieure.

Le Ciel étoit si serein, sur-tout en cet endroit de l'horison, & cette lumiere étoit si claire, qu'on voyoit à travers à la vûe simple les principales Etoiles de Persée,

96 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
d'Andromede & de Cassiopée. L'Etoile qui est dans le genou Occidental de Persée étoit deux degrés environ plus basse que l'extrémité supérieure de la lumière ; la belle Etoile de la tête de Meduse paroïssoit au milieu de sa largeur ; on voyoit aussi vers son terme supérieur les petites Etoiles plus Septentrionales d'Andromede, & les plus Méridionales de Cassiopée.

Nous nous aperçûmes que les Etoiles de la tête de Meduse & du genou de Persée se trouverent moins enfoncées dans cette lumière du commencement de son apparition que dans la suite ; sur-tout l'Etoile de Persée qui faisoit en même temps plus de variation en hauteur que les autres, pendant que la lumière étoit également large, & passoit toujours par les mêmes Etoiles proche du Meridien, qui ne varioient point sensiblement de distance à l'égard de l'horison ; ce qui fait voir que cette lumière ne participoit point au mouvement du premier mobile ; par conséquent qu'elle n'étoit pas celeste ; mais plutôt attachée à notre Atmosphere, & qu'elle est différente de la lumière qui a été découverte sur le Zodiaque par M. Cassini, qui participe au mouvement du premier mobile, & au mouvement propre du Soleil.

Outre la lumière constante & uniforme qui étoit semblable à l'Aurore, mais plus clair & plus blanchâtre, on voyoit de temps en temps des Colonnes d'une lumière un peu plus vive, qui avoient l'apparence de queues de Comètes. Ces Colonnes commençoient de paroître à l'horison, & étant poussées comme de bas en haut, s'élevoient un peu au dessus de l'extrémité supérieure de la lumière. Elles sembloient imiter les jets d'eau, ou les fusées, & on auroit dit que c'étoit autant de jets de lumière.

On en voyoit plusieurs à la fois qui traversoient en différents endroits la lumière horizontale, & s'élevant plus haut, la rendoient crenelée dans sa partie supérieure. Elles étoient larges d'environ deux degrés, s'élevoient jusques à la hauteur de sept ou huit, & n'étoient visibles que l'espace

pace d'un quart de minute, ou une demi-minute au plus. Lorsque ces Colonnes avoient disparu, on étoit huit ou dix minutes sans en avoir aucune, après quoi il en paroissoit de nouveau plusieurs autres comme les premières en differents endroits de la lumière : ainsi ce spectacle recommença plusieurs fois dans l'espace d'une heure, & continua jusques à onze heures & demie du soir.

Après les onze heures & demie on ne vit plus ces Colonnes perpendiculaires, & la lumière horisontale qui avoit conservé jusqu'alors son éclat, alla toujours en diminuant, soit qu'elle fut effacée par la présence de la Lune, qui se leva ce jour-là à onze heures & un quart, c'est-à-dire, un quart d'heure avant que les Colonnes aient disparu, & que la lumière se soit affoiblie ; soit que la matière qui en étoit l'origine ne fut plus aussi abondante que du commencement.

De quelque manière que cela soit arrivé, la lumière diminua, desorte qu'un peu après minuit elle n'étoit presque plus sensible.

Le jour suivant, qui fut le 12 sur les 9 heures & demie, le Ciel étant serein, nous vîmes une trace de lumière semblable à celle du jour précédent répandue au dessous de la Constellation de Cassiopée, mais cette lumière étoit foible & disparut en peu de temps. On ne vit qu'une fois ces Colonnes lumineuses qui s'élevoient perpendiculairement à l'horison. Ce jour-là & le soir même il fit un grand vent de Sud-est.

Le 13 Avril à 8 heures & trois quarts le crépuscule du soir étant fini, le Ciel beau & l'air tranquille, on commença de voir à l'horison au dessous des Étoiles de Cassiopée une lumière foible, qui étoit encore à 10 heures dans le même état. Mais sur les 10 heures & demie elle étoit fort augmentée, tant en grandeur qu'en clarté. Elle étoit beaucoup plus grande & plus belle que le jour précédent, mais un peu moins claire que le 11, sur-tout vers les extrémités. Sa situation & son étendue étoient les mêmes.

*Mem. 1716.*

N

mes que le premier jour , & elle resta dans son éclat l'espace d'une demie-heure. Pendant qu'on consideroit les termes de cette lumiere , on vit paroître vers son extremité la plus Orientale une de ces Colonnes de lumiere , qui par un mouvement successive du Nord-est au Nord-ouest parcourut en peu de minutes toute son étendue , & alla finir à l'extremité Occidentale. Ensuite la lumiere horisontale commença de s'affoiblir , & disparut entierement vers les onze heures & demie.

Les nuages ayant interrompu deux jours de suite les Observations , la lumiere n'a plus paru quand le Ciel s'est découvert.

Nous avons appris par une relation envoyée à M. de Valincour , qu'à Dieppe le 11 Avril à 10 heures & demie du soir , on avoit observé à l'horison du côté du Couchant un nuage , qui s'étant étendu vers le Nord , & élevé dans l'espace d'une heure à la hauteur de 35 degrés , se forma en maniere de globe , qui devint ensuite rouge , & s'éleva encore perpendiculairement , après quoi il jeta une flamme qui dura environ un quart d'heure. Ce globe descendit ensuite proche de l'horison où il se dissipa , & le Ciel s'étant couvert à minuit , le phenomene disparut.

Cette Observation de Dieppe a été faite la même nuit du 11 Avril que la nôtre , & elles s'accordent dans quelques circonstances , car le phenomene a paru au Nord , & il a duré de part & d'autre jusqu'à minuit. Mais il y a d'autres circonstances dans lesquelles les phenomenes ne sont pas conformes. A Paris nous commençâmes de voir la lumiere à 10 heures & demie. A Dieppe à la même heure on commença de voir le nuage à l'Occident , & ce nuage ne parut rouge & du côté du Nord qu'à 11 heures & demie , ainsi à Dieppe la lumiere n'a paru qu'une heure après la premiere Observation de Paris.

Nous vîmes pendant une heure sortir de la lumiere horisontale plusieurs Colonnes lumineuses , au lieu que dans la relation de Dieppe il n'est parlé que d'une flam-

me qui ne dura qu'un quart d'heure.

Ces circonstances différentes font voir que ce n'est pas le même phénomène qui a paru en même temps dans ces deux Villes, mais deux différents qui peuvent être causés par des matières de même nature répandues dans l'Atmosphères de ces deux différentes Villes.

On a vu en Angleterre & en quelques Villes Occidentales de la France le 17 de Mars de cette année 1716, un grand phénomène, qui paroît avoir quelque rapport avec celui que nous avons observé.

A Neuverk dans le Comté de Nottingham on vit plus d'une heure après le coucher du Soleil du côté du Nord-ouest deux nuages assés obscurs, peu éloignés l'un de l'autre, & élevés sur l'horison de 20 à 25 degrés. De chacun de ces nuages il sortoit avec une grande vitesse une lumière en manière de queue qui faisoit l'apparence de ces rayons qu'on voit sortir des nuages quand le Soleil est près de l'horison. Ces rayons s'étendirent jusqu'à couvrir une partie du Ciel depuis le Nord-ouest jusqu'au Nord, & n'empêchoient point qu'on ne vit à travers les Etoiles, quoi-qu'un peu plus foiblement, de la manière qu'on les voit à travers des nuages rares. Dans le reste du Ciel les Etoiles y étoient aussi brillantes que dans les nuits de gelée les plus claires en absence de la Lune.

A 9 heures du soir ces jets de lumière diminuèrent jusqu'à dix, qu'ils recommencerent de nouveau, & ils continuerent jusqu'à 11 heures & demie. La lumière que faisoient ces météores étoit telle qu'on pouvoit lire les lettres capitales.

A Londres du côté du Nord-est l'horison paroissoit chargé de vapeurs fort noires & fort épaisses, au milieu desquelles on voyoit comme un gouffre de lumière rougeâtre, qui s'éclatoit de temps en temps, & dardoit ses rayons comme de fusées vers plusieurs endroits du Ciel. Ces fusées se répandoient avec beaucoup de rapidité, & formoient dans l'air des ondes d'une fumée lumineuse qui

revenoient sur elles-mêmes, presque toujours avec la même figure & avec la même direction. La fumée lumineuse étoit si transparente, qu'on voyoit les Etoiles à travers, & elle étoit si brillante, qu'on distinguoit les maisons : elle imitoit parfaitement la clarté de la Lune.

Suivant une relation envoyée à M. de Valincour de Brest, le 17 Mars, le Ciel étant fort beau & serein, on y observa vers les 7 heures du soir une espece d'Arc-en-Ciel de couleur uniforme blanc & fort clair. Il étoit situé du côté du Midi, & occupoit d'Orient en Occident une grande étendue du Ciel. Du côté d'Orient il commençoit en pointe proche de la queue du Lion, il s'étendoit ensuite sur la Constellation des Jumeaux qui étoit au milieu du Ciel, où il avoit une largeur de trois degrés, & continuant par les Pléiades, il alloit se terminer aussi en pointe à la tête d'Aries.

Il paroissoit comme un nuage fort blanc & pénétré de quelque lumière jusqu'à produire un peu de jour sur la Terre, sans empêcher qu'on ne vit toutes les Etoiles à travers.

Cet Arc s'étant dissipé peu à peu sur les 9 heures, on vit du côté du Nord proche de l'horison une lumière qui ressembloit à une belle Aurore, & qui étoit étendue depuis le Nord-ouest jusqu'au Nord-nord-est. De cette lumière sortoient continuellement des rayons très blancs & clairs qui donnoient sur la Terre une espece de jour semblable à la pointe d'un beau jour d'Été. Ces rayons étoient parallèles entr'eux, & s'élevoient jusqu'à 48 & 50 degrés de hauteur. Ils paroissoient & disparoissoient par intervalles ; mais après avoir disparu avant qu'ils parussent de nouveau, on voyoit sortir de la lumière horizontale des vapeurs un peu sombres en forme de vagues parallèles à l'horison, qui s'élevoient avec une vitesse extrême jusqu'au Zenit où elles disparoissoient. Cette alternative a duré jusqu'à 11 heures, & durant tout ce temps on a vu très-clairement à travers de ces vapeurs & de la lumière hori-

fontale jusqu'aux plus petites Etoiles.

Sur les 11 heures il a paru au Nord une lumiere plus forte que la précédente, & qui répandoit tout autour des rayons très blancs. A 11 heures & demie les Etoiles se font obscurcies, & un nuage qui a couvert le Ciel a fait disparoître la lumiere.

On cessa pour lors les Observations, croyant le phenomene fini; mais le jour suivant les Pêcheurs ont rapporté que sur les deux heures après minuit, le Ciel s'étant éclairci, la lumiere a paru de nouveau plus forte, en jetant des rayons fort clairs.

Le même jour proche de Dieppe à deux lieues de la Mer, entre 7 & 8 heures du soir, on vit comme des Cometes cheveluës s'élever de la Mer, ce qui dura jusqu'à 9 heures qu'il parut une clairté étonnante du côté des Côtes d'Angleterre. Dans cette clairté on voyoit s'élever des flammes qui montoient dans les nuës comme dans les plus grands embrasemens.

A Rouën, lorsqu'il n'étoit presque plus jour, on vit l'horison du Nord éclairé par des nuages fort blancs & fort clairs, ils commençoient à l'Orient de la Lire, passoient sous le Pole, & s'étendoient 25 ou 30 degrés au-delà vers le couchant d'Été. Ces nuages paroissoient très brillants, sur-tout du côté du couchant. Quand ils étoient parvenus dans leur plus grand éclat, il en sortoit des rayons de lumiere qui s'élançoient les uns plus, les autres moins; il y en avoit qui s'élevoient jusqu'à Cassiopée. Ces rayons paroissoient pendant quelques minutes, & se dissipoient. Ce phenomene arriva plusieurs fois, mais toujours entre le couchant d'Été & le Pole. Cette partie du Ciel depuis le couchant d'Été jusqu'à l'Orient de la Lire se trouva couverte d'une vapeur blanche, au travers de laquelle on découvroit les moindres Etoiles. Cela dura jusqu'à 8 heures que cette blancheur couvrit tout le Ciel, & on ne vit plus se former des rayons, quoi-que le Nord restât toujours éclairé. On apperçût ensuite que sous le

Pole à l'horifon, tournant un peu vers l'Orient, il s'y formoit une clairté qui peu à peu devint fort grosse. De cette clairté sortoient des vapeurs fort minces & transparentes qui s'élevoient fort rapidement comme de gros rayons, & quin'avoient d'abord que peu de lumiere; mais à mesure qu'elles s'élevoient, elles devenoient lumineuses, & quand elles étoient élevées à peu-près à la moitié de la hauteur du Pole elles s'arrêtoient, & se roulant dans elles-mêmes, elles formoient une grosseur fort lumineuse qui ensuite se dissipoit. Cela arriva douze ou quinze fois en moins d'une demi-heure, & sur les 11 heures ces rayons cessèrent, & la lumiere de l'horifon diminua. Cette observation qui paroît bien circonstanciée, a été envoyée à M. de Fontenelle.

Dans la relation de Dieppe il n'est fait mention que de la lumiere horifontale & des rayons qui sortoient de la Mer, ce qui paroît être le phenomene d'Angleterre. Mais à Rotien, outre la lumiere horifontale qu'on voyoit au Nord-ouëst, comme en Angleterre, on remarqua d'autres rayons qui s'élevant de 25 degrés environ, sortoient des nuages qui étoient à l'horifon sous le Pole, en tournant vers le Nord-est. D'où il y a lieu de croire que cette dernière lumiere, vûë du côté du Nord-nord-est, n'est peut-être pas la même que celle d'Angleterre qui a été vûë au Nord-ouëst.

On a vû encore la même nuit 17 Mars une grande lumiere sur les Côtes du Languedoc. Suivant l'information qui en a été faite avec soin par le Lieutenant de l'Amirauté d'Agde, & envoyée à M. l'Abbé Bignon, plusieurs Patrons de Tartane qui étoient à la pêche, ont rapporté qu'environ le 9 à 10 heures, étant entre le grau d'Agde & celui de la Nouvelle au parage de l'Etang de Véndrés, ils apperçurent à l'Oüest de cet Etang une grande clairté, à peu-près semblable pour la couleur à celle qu'on voit au lever du Soleil, & même plus rouge, qui étoit partagée en colonnes, les unes plus claires que les autres, &



qui étoit vûë par ceux qui étoient plus près de terre , entre l'Etang de Véndrés & le petit Village à l'Oüest appelé Groüiffa. Cette clairté parut si grande, qu'on distinguoit fort bien le Cap Saint-Pierre, distant de trois milles vers l'Oüest de l'Etang. Mais les Pêcheurs qui étoient plus loin ne voyoient pas cette lumiere ni si belle ni si grande. On la vit pendant une heure , & se dissippa ensuite vers le Sud. Trois de ces Tartanes ayant été obligées par un coup de vent de relâcher au Cap de Quiers , on scût que les habitans de ce Cap avoient vû aussi cette lumiere sur les Côtes du Languedoc , & qu'ils l'avoient crüe causée par une incendie.

Autant qu'on peut juger par cette relation , comparée avec une Carte particuliere & exacte de ces Côtes , il paroît qu'à l'égard de ceux qui se sont trouvés dans le parallele de l'Etang de Véndrés, & même de celui du Cap Saint Pierre la lumiere a paru depuis le Nord-ouïest jusqu'au Sud-ouïest ; au lieu que dans les parties Septentrionales de la France elle a été vûë la même nuit entre le Nord-ouïest & le Nord-est.

M. l'Abbé Bignon a reçu une autre Observation d'un phenomene particulier faire par le Prince de Moldavie à Solnin dans l'Ukraine , de la maniere qui suit.

Le 15 de Mars de 1716 à 4 heures de nuit du côté du Nord-est , & à la hauteur où le Soleil a coutume d'arriver deux heures après son lever , on vit une espece de lumiere longue & fort mince qui s'étendit dans la suite considerablement en maniere de colonne, dont la base étoit grenelée , & la partie superieure se terminoit en pointe en forme de lance. Elle étoit de couleur de feu , & sa largeur étoit distinguée par plusieurs cannelures blanches qui regnoient dans toute sa longueur depuis sa base jusqu'à la sommité. Une heure après s'être élargie , la couleur rouge s'est changée peu à peu en blanc ; ce changement ayant commencé par la pointe , a continué successivement jusqu'à la base : quelques minutes après ce changement la colonne s'est dissipée.

Ce phenomene est le premier de tous ceux qui ont paru cette année en diverses parties de l'Europe. Il a été observé le 15 Mars, deux jours avant ceux qui ont été vûs en Allemagne, en Angleterre & en France, & presque un mois avant celui que nous avons observé. Il paroît avoir quelque conformité avec ces Piramides de lumiere qui ont été observées en Angleterre le 17 Mars en diverses parties du Ciel & séparées de la lumiere horisontale.

Parmi les Memoires de la Societé Royale des Sciences de Berlin on trouve l'Observation de trois phenomenes semblables faite à Copenague au mois de Fevrier & de Mars de 1707. Je crois que ces Observations sont de M. Roëmer, car les deux lettres *O. R.* qui sont dans le titre veulent dire, si je ne me trompe, *Olai Romer descriptio*, qui est le nom de ce celebre Mathematicien. Dans la premiere des ces Observations qui est du premier Fevrier, on vit vers les 11 heures du soir une espece d'arc qui s'étendoit depuis l'Oüest-nord-ouëst jusqu'au Nord-nord-est, & qui dans l'endroit le plus éloigné de l'horison avoit trois degrés de hauteur. Cet arc s'éleva ensuite, & se rendit plus clair dans toute son étenduë. A minuit & demi il se forma peu à peu un nouvel arc au dessus du premier, & à une heure on vit sortir des rayons en maniere de poutres, qui s'élevoient en haut comme s'ils étoient jettés. Ces rayons commencerent de paroître d'abord dans l'arc superieur, ensuite dans l'inferieur, & ils s'élevoient de 4 degrés au dessus de l'arc superieur. A deux heures ce phenomene étoit dans sa clairté. Il étoit fort élevé sur l'horison, & s'étendit peu à peu par tout le Ciel. Un brouillard qui s'éleva ensuite fit disparoître ce phenomene.

Le même Astronome rapporte l'Observation d'un autre phenomene semblable, mais non pas si beau ni si parfait que le premier; il parut le premier de Mars de la même année depuis dix heures du soir jusqu'à une heure après minuit dans la même region du Ciel.

Enfin il parle d'un troisiéme qui parut le 6 de Mars de

la même année entre les 7 à 8 heures du soir qu'il dit avoir été moins régulier que le premier. Il avoit cela de particulier, que la plupart des rayons qui sortoient de cet arc arriverent jusqu'à la partie supérieure du Ciel, qui se couvrit peu de temps après, & le phenomene disparut.

Il remarque que ce phenomene parut plus clair & plus grand à Pinembourg éloigné de deux lieues de Copenhague; d'où il conclut qu'il y fut vertical, & que parconsequent il étoit bas & proche de la surface de la Terre.

Il y a encore dans ces Memoires une autre Observation du même phenomene, faite le même jour 6<sup>me</sup>. de Mars 1707 à Berlin par M. Kirchius. Cet Astronome l'observa à 8 heures du soir en maniere d'Arc-en-Ciel, mais plus large, dont la longueur occupoit à l'horison 100 degrés environ. La partie supérieure de cet Arc étoit élevée de 8 à 10 degrés sur l'horison, d'où sortoient des rayons lumineux qui étoient dirigés vers le Zenit. Ensuite sur le premier arc il en vit paroître un second à la hauteur de 30 degrés, mais il n'étoit pas bien terminé ni bien continu.

Si les Observations de ce phenomene faites la même nuit à Copenhague & à Berlin étoient un peu plus circonstanciées, on auroit pû déterminer la distance que ce meteore avoit sur la surface de la Terre; mais nous sommes en doute si l'arc supérieur vû à Berlin est celui qui a été vû à Copenhague, ou si ce n'est pas plutôt l'inférieur, ce qui paroît plus vrai-semblable; car à Copenhague ce phenomene à cause des nuages ne fut visible qu'entre les 7 à 8 heures, & à Berlin l'arc inférieur fut observé à 8 heures, & il semble que le supérieur ne fut vû que vers les 9 heures, lorsqu'il y avoit plus d'une heure que le phenomene n'étoit plus visible à Copenhague. Si l'on suppose que ce soit l'arc inférieur qui ait été visible de part & d'autre, ce qui est plus vrai-semblable, & que la difference de hauteur de Pole entre Copenhague & Berlin, qui sont à peu-près sous le même Meridien, soit de trois degrés, on calcule la distance du phenomene au dessus de

la surface de la Terre de 15 lieües de Paris. Mais si l'on suppose que l'arc superieur vû à Berlin soit celui qui a été vû à Pinembourg ou à Copenhague, la distance du phenomene à la surface de la Terre resultera trois fois plus grande.

L'Observateur de Copenhague fait connoître par son discours qu'il avoit observé d'autres phenomenes semblables les années d'auparavant, & il adjoint qu'ils sont ordinaires tous les ans en Norvege & en Islande. M. L. rapporte qu'un Historiographe Saxon fait mention d'une grande lumiere Boreale vûë pendant une heure la nuit de Saint Etienne martyr l'an 993.

Nous avons encore une Observation d'une lumiere Boreale faite au commencement du siecle passé par M. Gassendi, & rapportée en differens endroits de ses ouvrages.

L'an 1612 le 21 Septembre, étant proche d'Aix en Provence, lorsque le crepuscule du soir étoit près de finir, il vit sur l'horison du côté du Nord une lumiere qui faisoit l'apparence d'une Aurore très claire, & qui étant comprise entre le levant & le couchant d'Été occupoit 60 degrés de l'horison. L'extrémité superieure étoit formée en arc, qui s'éleva insensiblement jusqu'à la hauteur de 40 degrés. La matiere qui formoit cette apparence étoit si mince, qu'elle n'empêchoit point de voir les Etoiles par où elle passoit. Elle étoit traversée depuis l'horison jusqu'à sa partie superieure par plusieurs poutres lumineuses qui la rendoient dentelées par son extrémité. Ces poutres alternativement claires & obscures étoient de deux degrés chacune & perpendiculaires à l'horison.

Ce phenomene parût non seulement en Provence & aux environs, mais M. Gassendi apprit qu'il avoit été vû à la Ciutat, à Digne, à Grenoble, à Dijon, à Paris, à Rotien, à Toulouse, à Bourdeaux, & dans le campement de Montauban, dont on faisoit alors le siege.

Il assure encore qu'outre ce phenomene il en avoit vû quatre autres semblables, un en Fevrier, un en Avril &

deux en Septembre, mais qu'ils n'étoient pas si beaux que le premier, & que toutes ces apparitions avoient été suivies par quelques jours de temps serein & tranquille.

Par les Observations que nous venons de rapporter, il paroît que tous ces phenomenes sont a peu-près de même nature, quoi qu'il y en ait eu de plus grands, de plus clairs & de mieux terminés les uns que les autres; qu'il y a des temps de l'année plus propres pour ces sortes d'apparitions, qui sont Février, Mars, Avril & Septembre, quoi-que suivant le temoignage de l'Annaliste Saxon, il en ait paru encore en Decembre vers le Solstice d'Hiver; que ces phenomenes ont paru dans un tems serein & après un jour ou plusieurs de temps chaud. C'est ce que temoignent Gassendi & Kirchius, & c'est aussi ce qui est arrivé dans les deux apparitions de cette année.

## R A P P O R T S

*Des différentes densités de l'Air, ou de toute autre matiere fluide élastique continuë de telle variabilité de pesanteur qu'on voudra, à des hauteurs quelconques; de laquelle matiere élastique les densités causées par la seule gravitation de ses parties superieures sur les inferieures, soient en raison d'une puissance quelconque des poids comprimants.*

Par M. V A R I G N O N.

**M.** Halley dans les Transactions philosophiques d'Angleterre, & plusieurs autres après lui, ont déterminé les différentes densités de l'air à différentes distances de la Terre, en supposant à l'ordinaire les densités en raison des poids comprimants, & la pesanteur constante ou la même dans chaque corpuscule à toutes distances de la

10 Juin  
1716.

Terre. M. Newton dans les prop. 21. 22. Liv. 2. de ses Princ. Math. a aussi déterminé cette densité dans la premiere de ces deux hypotheses pour deux autres differentes de la seconde sur la pesanteur, en supposant d'abord (*prop. 21.*) les pesanteurs en raison réciproque des distances du centre où elles tendent, & ensuite (*prop. 22.*) en raison réciproque des quarrés de ces distances. Après cela dans le scholie de la prop. 22, il assigne aussi en passant les rapports que M. Halley a trouvés dans sa double hypothese: il y annonce aussi plusieurs autres rapports de ces densités réglées sur différentes puissances des poids comprimants dans l'hypothese des pesanteurs en raison réciproque des distances au centre de leurs tendances. Voici le tout à l'infini par le moyen d'une seule Equation differentielle, & de deux integrales qu'elle aura, selon que la plus grande hauteur du fluide en question sera finie telle qu'on suppose d'ordinaire celle de l'air, ou infinie, telle qu'elle résulte de la double hypothese ordinaire de la pesanteur constante & des densités en raison des poids comprimants.

### P R O B L E M E.

*Soit la droite CD une ligne verticale d'air de toute sa hauteur, ou de quelqu'autre matiere fluide elastique continuë & comprimée par la seule gravitation de ses parties superieures sur les inferieures; lesquelles parties en chaque hauteur ou point B de cette ligne, ayent des tendances ou des pesanteurs quelconques vers C, lesquelles à ces differentes distances BC causent à cette matiere des densités en raison d'une puissance quelconque des poids dont elle y est comprimée par la superieure. On demande les rapports de ces densités entr'elles en toutes ces differentes distances du point C.*

### S O L U T I O N.

Après avoir appelé  $x$  les abscisses  $CB$ ; y les den-

sités en chaque point  $B$  ; &  $z$ , les pesanteurs en chacun de ces points ou hauteurs au dessus  $C$  ; soit  $Bb(dx)$  un volume infiniment petit de la matiere en question : l'on aura  $ydx$  pour la masse de ce volume , ou pour la quantité de ce qu'il contient de cette matiere elastique ;  $zydx$  pour son poids ; & conséquemment  $-\int zydx$  pour le poids total de la matiere superieure qui comprime ce volume de  $B$  vers  $C$ , lequel poids total diminuant à mesure que les  $x$  ( $CB$ ) croissent depuis leur origine  $C$  vers  $D$ , rend cette integrale negative. Donc la condition du problème exigeant la densité ( $y$ ) proportionnelle à une puis-

sance quelconque  $-\int zydx$  de ce poids total, en excluant  $n=0$ , qui ( contre l'hypothese) rendroit par tout ici la densité  $y=1$  constante ; l'on aura ici en general l'égalité

de rapport  $y = -\int zydx$ , laquelle deviendra égalité de grandeur en  $y$  prenant pour l'unité la quantité requise pour

cela ; ce qui donnera  $y^{\frac{1}{n}} = -\int zydx$ , de qui la difference est  $\frac{1}{n} y^{\frac{1-n}{n}} dy = -zydx$ , ou  $\frac{1}{n} y^{\frac{1-n}{n}} dy = -$

$zdx$ , qui avec son integrale  $\frac{y^{\frac{1-n}{n}}}{1-n} = -\int zdx + q$  ( les quadratures étant données ) donnera la solution du Problème, en quelque raison qu'on suppose les pesanteurs  $z$ , laquelle raison déterminera la grandeur constante  $q$  requise par cette integrale, de la maniere qu'on le va voir dans les exemples des Corollaires suivants. *Ce qu'il falloit trouver.*

### COROLLAIRE I.

I. Si presentement on suppose que les pesanteurs  $z$  en chaque point  $B$ , soient en raison des puissances  $x^m$  des hauteurs  $BC(x)$ , c'est-à-dire  $z = x^m$  ; la substitution de cette valeur de  $z$  en sa place dans la précédente équation

différentielle  $\frac{I-2n}{n} y^{\frac{I-2n}{n}} dy = -z dx$ , & dans son integrale

$$\frac{y^{\frac{I-n}{n}}}{I-n} = -\int z dx + q, \text{ les changera pour ici en } \frac{y^{\frac{I-2n}{n}}}{I-2n} \times$$

$$dy = -x^m dx (A), \text{ \& en } \frac{y^{\frac{I-n}{n}}}{I-n} = -\int x^m dx + q = -$$

$\frac{x^{m+I}}{m+I} + q (B)$ , laquelle integrale primitive  $B$  en fournit différentes complètes & précises selon que la plus grande hauteur  $CD$  du fluide en question sera finie ou infinie, & selon les différentes valeurs de  $m, n$ , compatibles avec chacune de ces deux hypotheses; desquelles valeurs celles de  $m = -1, n = 1, n = 0$ , sont exclues par cette integrale primitive  $B$ , dans laquelle elles donneroient des grandeurs contradictoires ou contre l'hypothese, aussi-bien que dans les integrales précises qu'elle va fournir: les voici.

II. Si la plus grande hauteur  $CD$  du fluide est finie, comme on le pense ordinairement de l'air; la densité ( $y$ ) en devant être nulle (*hyp.*) au sommet  $D$  de cette hauteur  $CD$ , que j'appelle  $a$ ,  $y$  réduiroit l'integrale primitive

$$B \text{ (art. I.) à } 0 = -\frac{a^{m+I}}{m+I} + q : \text{ ce qui rendant } q =$$

$$\frac{a^{m+I}}{m+I}, \text{ l'on aura ici } \frac{y^{\frac{I-n}{n}}}{I-n} = \frac{a^{\frac{I-n}{n}}}{m+I} - \frac{x^{m+I}}{m+I} (C) \text{ pour}$$

cette integrale complete, dans laquelle l'exposant  $\frac{I-n}{n}$  doit toujours être positif, & conséquemment  $n$  doit toujours l'être aussi & plus petite que l'unité, pour faire croître ou décroître alternativement les densités ( $y$ ) & les hauteurs  $CB$  ( $x$ ) ainsi que le Problème l'exige, quelles que soient les valeurs de  $m$ , positives ou negatives, entieres ou rompuës, ou zero, excepté celle de  $m = -1$  déjà exclue dans l'art. I.

III. Si l'on suppose que la plus grande hauteur  $CD$  soit infinie, & qu'ainsi  $CB$  ( $x$ ) le puisse devenir, comme



l'on verra que l'exige l'hypothese ordinaire dans le corol. 8, ce cas de  $x$  infinie aneantissant la constante indéterminée  $q$  dans l'équation  $B$  de l'art. 1, à moins que cette grandeur constante n'y fût infinie, ce qui y aneantiroit les  $x$  finies, & y rendroit toutes densités ( $y$ ) infinies ou nulles contre les conditions du Problème; la presente hypothese doit toujours ici rendre  $q = 0$ , & réduire ainsi cette inte-

grale  $B$  de l'art. 1, à la précise  $\frac{y^n}{1-n} = -\frac{x^{m+1}}{m+1}$ , ou  $\frac{y^n}{n-1} = \frac{x^{m+1}}{m+1}$  (D) dont un des exposants  $\frac{1-n}{n}$ ,  $m+1$ , à volonté, doit toujours être positif & l'autre negatif, pour y faire croître alternativement les  $y$  & les  $x$  correspondantes, ainsi que le problème l'exige. De sorte que

1°. Si l'on veut  $\frac{1-n}{n}$  negatif avec  $m+1$  positif, cette integrale  $D$  fera pour lors  $\frac{x^{m+1}}{n-1 \times y^{\frac{1-n}{n}}} = \frac{x^{m+1}}{m+1}$  (E)

dont  $n$  fera positive plus grande qu'en l'unité, &  $m$  positive quelconque, ou  $m = 0$ , ou négative moindre que l'unité.

2°. Si l'on suppose  $\frac{1-n}{n}$  positif avec  $m+1$  negatif, de qui par consequent  $m$  soit négative plus grande que l'unité, c'est-à-dire, qui ait  $m = -\mu > -1$ ; cette integrale  $D$  fera précisément alors  $\frac{y^{\frac{1-n}{n}}}{1-n} = \frac{x^{\mu-1}}{\mu-1}$  (F) la-

quelle aura  $n$  positive  $< 1$  avec  $\mu$  positive  $> 1$ .

Il est visible que les équations E, F, de ces deux nomb. 1. 2. sont à des hiperboles asymptotiques de differents genres, selon les valeurs de  $m$ ,  $n$ , qui y sont requises.

IV. Quoique le cas de  $m = -1$ , & de  $n = 1$ , c'est-à-dire (art. 1.) le cas des pesanteurs  $z(x^m) = x^{-1} = \frac{1}{x}$  en raison réciproque des distances  $CB(x)$ , & celui (solut.)

112 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
des densités ( $y$ ) en raisons des poids comprimants, soient  
exclus (*art. I.*) des integrales trouvées dans les *art. 2, 3*,  
ces deux cas ne sont pas pour cela intraitables, étant com-  
pris (*art. I.*) dans la différentielle commune  $A$  de ces  
integrales, comme on le va voir dans les *coroll. 4, 5, 6*,  
*7, 8, 9, 10.* Ainsi ces Integrales avec cette différentielle  
commune, refoudront tous les cas de cet exemple-ci de la  
pesanteur  $z = x^m$ , réglée sur les ordonnées de paraboles  
ou d'hyperboles asymptotiques quelconques, selon qu'on  
y prendra  $m$  positive ou negative de valeur quelconque,  
entiere ou rompuë à volonté.

### U S A G E I.

*De la différentielle  $\frac{1}{n} y^{\frac{1-2n}{n}} dy = -x^m dx$  ( $A$ ) qui se  
trouve dans l'*art. I. du coroll. I.**

### C O R O L L A I R E II.

Si l'on prend ici les  $x^{m+1}$  en progression arithmeti-  
que, l'on y aura pareillement les  $y^{\frac{1-n}{n}}$  en progression  
arithmetique. Car les  $x^{m+1}$  ayant alors leurs différences  
 $m+1 x^m dx$ , & conséquemment aussi leurs  $x^m dx$   
constantes, les  $y^{\frac{1-2n}{n}} dy$  proportionnelles à ces  $x^m dx$   
dans l'équation  $A$ , y seront aussi pour lors constantes; par  
conséquent les différences  $\frac{1-n}{n} \times y^{\frac{1-2n}{n}} dy$  des  $y^{\frac{1-n}{n}}$  le  
seront aussi pour lors. Donc tant que les puissances  $x^{m+1}$   
des distances  $CB(x)$  seront ici en progression arithmeti-  
que, les puissances  $y^{\frac{1-n}{n}}$  des densités ( $y$ ) correspondantes  
à ces hauteurs  $CB(x)$ , seront pareillement ici en une telle  
progression; & réciproquement.

COROL.

## COROLLAIRE III.

Or on sçait que tant que les  $x^{m+1}$  seront en progression arithmétique, les fractions  $\frac{1}{x^{m+1}}$  seront en progression

harmonique; & que la progression arithmétique des  $y^{\frac{1-n}{n}}$  rend de même harmonique celles des fractions  $\frac{1}{y^{\frac{1-n}{n}}}$ ,

ou des puissances  $y^{\frac{n-1}{n}} = \frac{1}{y^{\frac{1-n}{n}}}$ . Donc suivant le coroll.

2 l'on aura ici en general,

1°. Les  $y^{\frac{1-n}{n}}$  en progression arithmétique, tant que les  $x^{m+1}$  seront en une telle progression; & réciproquement.

2°. Les  $\frac{1}{y^{\frac{1-n}{n}}}$ , ou les  $y^{\frac{n-1}{n}}$  en progression harmonique,

tant que la progression des  $x^{m+1}$  fera arithmétique; & réciproquement.

3°. Les  $\frac{1}{x^{m+1}}$  en progression harmonique, tant que la progression des  $y^{\frac{n-1}{n}}$  fera arithmétique; & réciproquement.

4°. Enfin les  $\frac{1}{y^{\frac{1-n}{n}}}$ , ou les  $y^{\frac{1-n}{n}}$  en progression harmonique,

tant que les  $\frac{1}{x^{m+1}}$  seront en une telle progression; & réciproquement.

*Il est à remarquer que les deux précédents coroll. 2, 3, s'étendent généralement à toutes les valeurs possibles de m, n, excepté aux trois de m = -1, n = 1, n = 0; cette troisième de n = 0, étant exclue (solut.) par les conditions du problème; & les deux autres de m = -1, & de n = 1,*

*Mem. 1716.*

P

(qui rendent  $x^{m+1} = x^{1-1} = x^0 = 1$ , &  $y^{\frac{1-n}{n}} = y^{1-\frac{1}{n}} = y^0 = 1$ ) ne donnant ici que des suites d'unités. Ces deux valeurs de  $m = -1$ ,  $n = 1$ , ne laissent pourtant pas de pouvoir être employées ici pour trouver d'autres simultanéités de progressions des densités ( $y$ ) & des distances ou hauteurs  $CB(x)$  correspondantes, ainsi qu'on le va voir dans les coroll. 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, & qu'on l'a déjà dit dans l'art. 4. du coroll. I.

## COROLLAIRE IV.

Si l'on suppose presentement  $m = -1$ , c'est-à-dire, (coroll. I, art. I.) les pesanteurs  $z(x^m) = x^{-1} = \frac{1}{x}$  en raison réciproque des distances ou hauteurs  $CB(x)$ ; la

précédente équation  $A$  se réduira à  $\frac{1}{n} y^{\frac{1-2n}{n}} dy = -x^{-1} x dx = -\frac{dx}{x} (G)$ . Ce qui fait voir que quelques soient les valeurs de  $n$ , excepté les deux seules de  $n = 1$ , & de  $n = 0$ ,

les puissances  $y^{\frac{1-n}{n}}$  des densités ( $y$ ) seront ici en progression arithmetique tant que la progression des distances  $CB(x)$  y fera geometrique. Parce que cette progression geometrique des  $CB(x)$  rendant  $\frac{dx}{x}$  constante, & conse-

quemment aussi  $\frac{1}{n} y^{\frac{1-2n}{n}} dy$  suivant la précédente équation  $G$ , il est visible qu'elle rendra pareillement constantes

les differences  $\frac{1-n}{n} y^{\frac{1-2n}{n}} dy$  des  $y^{\frac{1-n}{n}}$ ; & qu'ainsi ces

puissances  $y^{\frac{1-n}{n}}$  des densités ( $y$ ) seront ici en progression arithmetique, tant que les distances ou hauteurs  $CB(x)$  correspondantes y seront en progression geometrique; & réciproquement.

## COROLLAIRE V.

Toutes choses demeurant les mêmes que dans le précédent corol. 4, il suit de ce corol. 4, que tant que les distances  $CB(x)$  y seront en progression geometrique, la progression des  $y^{\frac{n-1}{n}}$  y sera harmonique. Car suivant ce corol. 4, tant que les distances  $CB(x)$  y seront en progression geometrique, l'on y aura les  $y^{\frac{1-n}{n}}$  en progression arithmetique. Or on sçait que cette progression arithmetique des  $y^{\frac{1-n}{n}}$  rend les  $\frac{1}{1-n}$  ou leurs égales  $y^{\frac{n-1}{n}}$  en progression harmonique. Donc tant que les distances  $CB(x)$  seront ici en progression geometrique, la progression des puissances  $y^{\frac{n-1}{n}}$  des densités ( $y$ ) correspondantes y sera toujours harmonique ; & réciproquement.

## COROLLAIRE VI.

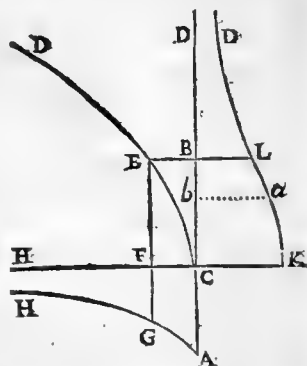
I. Si l'on suppose présentement  $n = 1$ , c'est-à-dire (*solut.*) les densités en raison des poids comprimants, ainsi qu'on les suppose d'ordinaire ; l'équation  $A$  de l'art. 1. du corol. 1, de laquelle il est ici question, se changera ici  $\frac{dy}{y} = -x^m dx (H)$ . Ce qui fait voir que quelles que soient les valeurs de  $m$ , excepté la seule de  $m = -1$ , les densités ( $y$ ) seront ici une progression geometrique tant que les puissances  $x^{m+1}$  des distances ou hauteurs  $CB(x)$  correspondantes y seront en progression arithmetique. Car puisque cette progression arithmetique des  $x^{m+1}$  rend (*corol. 2.*) les  $-x^m dx$  constantes, elle doit rendre aussi constantes les  $\frac{dy}{y}$  proportionnelles à ces  $-x^m dx$  dans la précédente équation  $H$ . Par conséquent tant que les puissances  $x^{m+1}$  des distances  $CB(x)$  seront ici en progression

116 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
arithmétique, les densités ( $y$ ) correspondantes à ces distances, y seront en progression géométrique; & réciproquement.

II. Pour construire présentement la présente équation  $\frac{dy}{y} =$

$$-x^m dx (H) \text{ ou } \frac{dy}{y} = -\frac{x^m dx}{c^{m+1}}$$

(K) en suivant la loi des homogènes jusqu'ici négligée comme inutile à la découverte des rapports cherchés des densités ( $y$ ) de l'air à différentes hauteurs  $CB$  ( $x$ ); laquelle loi déterminera le degré requis de  $c$  à substituer dans les précédentes



équations de rapports, pour les changer en autant d'équations de grandeurs. Pour construire (dis-je) la présente équation K, soit  $\overline{m+1} \times c^m s = x^{m+1}$  (L) l'équation d'une parabole CED construite sur l'axe CH perpendiculaire à CD en C, & rencontrée en E par BE aussi perpendiculaire à CD en un point quelconque B; du point E soit EG parallèle à la même CD, & qui après avoir rencontré CH perpendiculairement en F, soit rencontrée en G par une logarithmique AGH d'une tangente =  $c$  sur l'asymptote CH de laquelle cette Logarithmique s'approche du côté de H, après avoir aussi rencontré DC prolongée en A, terme de sa plus grande ordonnée CA. Cela fait, je dis que les densités ( $y$ ) de l'air à toutes distances ou hauteurs  $CB$  ( $x$ ), seront exprimées par les ordonnées correspondantes FG de cette Logarithmique AGH.

Car puisque (hyp.)  $\overline{m+1} \times c^m s = x^{m+1}$ , l'on aura  $c^m ds = x^m dx$ , d'où résulte  $\frac{x^m dx}{c^{m+1}} = \frac{c^m ds}{c^{m+1}} = \frac{ds}{c}$ ; ce qui suivant la précédente équation K  $\frac{dy}{y} = -\frac{x^m dx}{c^{m+1}}$ , dont

Il s'agit ici, donne  $\frac{dy}{y} = -\frac{dx}{c}$  pour celle de la logarithmique  $AGH$ , laquelle ayant les mêmes abscisses  $CF = s$  que la parabole  $CED$ , aura ses ordonnées correspondantes  $FG = y$ , expression (*hyp.*) des densités de l'air aux hauteurs  $B$  correspondantes. Par conséquent ces densités aux hauteurs quelconques  $B$ , seront ici exprimées par les ordonnées correspondantes  $FG$  de la logarithmique  $AGH$ ; & la plus grande densité en  $C$  par la plus grande  $CA$  de ces ordonnées : desorte que ces densités de l'air à toutes hauteurs  $B$ , seront ici entr'elles en raison de ces ordonnées correspondantes de la logarithmique  $AGH$ . *Ce qu'il falloit démontrer.*

III. Donc si l'on prend par-tout sur les  $EB$  prolongées vers  $L$ , des parties  $BL$  égales aux  $FG$  correspondantes, chacune à chacune, & de même sur  $HC$  prolongée vers  $K$ , la partie  $CK = CA$ ; la courbe  $KLD$  qui passera par tous ces points  $L$ , & par  $K$ , exprimera aussi les densités de l'air en  $B$ ,  $C$ , par ses ordonnées correspondantes  $BL$ ,  $CK$ ; & fera ainsi exprimée (*art. 1.*) par l'équation  $\frac{dy}{y} = -\frac{x^m dx}{c^{m+1}}$  ( $K$ ) de laquelle il lui resultera un point d'inflexion à l'extrémité  $L$  de l'ordonnée  $BL$  qui partira de l'extrémité  $B$  d'une abscisse  $CB = m \frac{1}{m+1} \times c$ .

## COROLLAIRE VII.

I. Les  $x^{m+1}$  en progression arithmétique, rendant les fractions  $\frac{1}{x^{m+1}}$  en progression harmonique; & réciproquement : il suit de l'art. 1. du précédent corol. 6. ( toutes choses demeurant les mêmes ici que là ) que les densités ( $y$ ) seront ici en progression géométrique, tant que les  $\frac{1}{x^{m+1}}$  y seront en progression harmonique; & réciproquement.

II. Desorte que si l'on suppose ici  $m$  de valeur négative plus grande que l'unité, c'est-à-dire,  $m = -\mu > -1$ :

118 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
cette hypothese ajoutée à celle qu'on fait ici de  $n = 1$ ,  
comme dans le précédent art. 1. & dans le corol. 6. chan-

geant les  $\frac{1}{x^{m+1}}$  en  $\frac{1}{1-\mu} = x^{\mu-1}$ , l'on aura encore ici les  
densités ( $y$ ) en progression geometrique, tant que les puis-  
sances  $x^{\mu-1}$  des distances  $CB(x)$  correspondantes, y se-  
ront en progression harmonique; & réciproquement.

### COROLLAIRE VIII.

I. Si outre  $n = 1$ , qui (*solut.*) rend les densités ( $y$ ) en  
raison des poids comprimants, on suppose  $m = 0$ , qui sui-  
vant l'art. 1. du corol. 1. rend la pesanteur  $z(x^m) = x^0$   
 $= 1$  constante; le tout ainsi qu'on le suppose d'ordinaire:  
cette double hypothese changera également les équations  
 $A, H$ , des art. 1. des corol. 1. 6. en  $\frac{dy}{y} = -dx(M)$ . Ce  
qui fait voir conformément à l'art. 1. du corol. 6. que tant  
que les hauteurs  $CB(x)$  seront en progression arithme-  
tique, les densités ( $y$ ) de l'air à ces hauteurs quelconques,  
y seront en progression geometrique; & réciproquement.  
D'où l'on voit qu'une logarithmique qui auroit ces hau-  
teurs  $CB(x)$  pour les abscisses de son asymptote  $CD$ , de  
laquelle elle s'approchât du côté de  $D$ , pourroit exprimer  
par ses ordonnées correspondantes les densités ( $y$ ) de l'air  
qui seroit ici à ces hauteurs, ainsi que M. Halley l'a trouvé,  
& plusieurs autres après lui, chacun à sa maniere, dans la  
double hypothese qu'on fait ici à l'ordinaire de la pesan-  
teur constante, & des densités en raison des poids com-  
primants; laquelle double hypothese l'on voit requerir ici  
une hauteur infini  $CD$  du fluide en question, ainsi qu'on  
le vient de dire au commencement de l'art. 3. du corol. 1.

L'équation générale  $y = -\int z y dx$  de la *solut.* réduite  
à  $y = -\int y dx$  par la double hypothese ordinaire qu'on  
fait ici de  $n = 1$ , & de la pesanteur  $z = 1$  constante;



donne aussi tout d'un coup la précédente équation logarithmique  $dy = -y dx$ , ou  $\frac{dy}{y} = -dx$  (M) pour ce cas-ci.

II. Tout cela résulte aussi de l'équation  $m + 1 \times cm_s = x^{m+1}$  (L) qui vient de donner la construction de celle (K) du corol. 6. dans ses art. 2. 3. Car cette construction donnant par-tout  $BL = FG$  dans l'art 3. de ce corol. 6. & l'hypothèse de  $m = 0$ , qu'on ajoute ici à celle de  $n = 1$  qu'on y a faite, changeant cette équation L de la parabole CED en  $(CF) = x$  ( $CB = FE$ ), & conséquemment cette parabole en une ligne droite qui divise en deux également l'angle droit DCH; changera ici la courbe KLD des densités  $y$  (BL) de l'air aux hauteurs B correspondantes, en une logarithmique qui sera la même que celle AGH de la construction du corol. 6. art. 2. posée ici par rapport à l'asymptote CD comme là par rapport à CH.

Si l'on prend ici deux ordonnées quelconques ba, BL, en raison de deux hauteurs du Barometre observées en même temps en b, B, au pied b & au haut B d'une montagne, dont la hauteur connue soit exprimée par Bb, & la distance au centre C de la Terre par bC; toutes les autres ordonnées BL continuent proportionnelles à ces deux-là, & distantes chacune de sa voisine, de la valeur de la différence Bb des hauteurs de ces deux-là, seront entr'elles & à ces deux-là en raison des densités de l'air aux hauteurs exprimées par les leurs, supposé que les précédentes observations soient exactes, aussi-bien que les hypothèses qu'on fait ici à l'ordinaire de la pesanteur constante, & des densités en raison des poids comprimants. Cela étant, la quadrature de l'hyperbole donnera tous les autres points de la logarithmique ici requise KLD, avec la longueur de sa sous-tangente c.

#### COROLLAIRE IX.

Si avec  $n = 1$ , l'on suppose  $m = -1$ , qui (coroll. I.

*art. 1.*) rend les pesanteurs  $z(x^m) = x^{-1} = \frac{1}{x}$  en raison réciproque des distances ou hauteurs  $CB(x)$  : cette double hypothese faite par M. Newton dans la propof. 21. liv. 2. de ses Princ. Math. changeant également les équations  $A, H$ , des art. 1. des coroll. 1. 6. en l'hyperbolique  $\frac{dy}{y} = -\frac{dx}{x}$ , on voit que tant que les distances  $CB(x)$  seront ici en progression geometrique, les densités  $(y)$  correspondantes y seront aussi dans une telle progression; & réciproquement. M. Newton l'a aussi fait voir à sa maniere dans la prop. 21. qu'on en vient de citer.

## COROLLAIRE X.

Si avec  $n=1$ , on suppose  $m=-2$ , qui (*coroll. 1. art. 1.*) rend les pesanteurs  $z(x^m) = x^{-2} = \frac{1}{xx}$  en raison réciproque des quarrés des distances ou hauteurs  $CB(x)$  : cette double hypothese conforme aussi à ce que M. Newton a supposé dans la prop. 22. du liv. 2. qu'on en vient de citer, changeant également encore les équations  $A, H$ , des art. 1. des coroll. 1. 6. en  $\frac{dy}{y} = -\frac{dx}{xx}$ .

1°. Il suit de l'art 1. du corol. 6. que lorsque les fractions  $\frac{1}{x}$  seront ici en progression arithmetique, les densités  $(y)$  correspondantes y seront en progression geometrique; & réciproquement.

Cela seroit aussi tout d'un coup indépendemment du corol. 6. en ce que les differences  $-\frac{dx}{xx}$  des fractions  $\frac{1}{x}$  en progression arithmetique, étant constantes par la nature de cette progression, leurs proportionnelles  $\frac{dy}{y}$  seront pareillement ici constantes, & conséquemment les densités  $(y)$  en progression geometrique.

2°. Il suit aussi de l'art 2. du corol. 7 que tant que les distances  $CB(x)$  seront ici en progression harmonique, les densités  $(y)$  correspondantes y seront encore en progression geometrique; & réciproquement. Car l'hypothese

these qu'on fait ici de  $m = -2$ , rendent  $\mu = 2$  dans

l'art. 2. du corol. 7. & conséquemment  $x^{\mu-1} = x^{2-1} = x$  ;  
cet art. 2. du corol. 7. qui y fait voir en general les densités ( $y$ ) en progression geometrique tant que la progres-

sion des  $x^{\mu-1}$  y est harmonique, & réciproquement ; fait conséquemment voir ici ces densités ( $y$ ) en progression geometrique tant que les distances  $CB$  ( $x$ ) correspondantes y sont en progression harmonique, & réciproquement. M. Newton l'a aussi fait voir à sa maniere dans la prop. 22. qu'on en vient de citer.

Sans avoir recours au corollaire 7. cela suit aussi de ce qu'on vient de voir indépendamment d'aucun corollaire dans le précédent nomb. 1. puisque si l'on prend les  $x$  en progression harmonique, l'on aura les  $\frac{1}{x}$  en progression arithmetique ; & conséquemment alors (nomb. 1.) les densités ( $y$ ) seront en progression geometrique dans la presente équation  $\frac{dy}{y} = -\frac{dx}{xx}$  ; & réciproquement.

### U S A G E I I.

De l'Integrale  $\frac{y^{\frac{1-n}{n}}}{1-n} = \frac{a^{m+1} - x^{m+1}}{m+1}$  (C) trouvée dans  
le corol. 1. art. 2.

REMARQUE. On a vû dans cet art. 2. du corol. 1. que cette integrale C est pour lors que la plus grande hauteur  $CD$  ( $a$ ) du fluide elastique est finie, & qu'alors il faut  $n$  positive moindre que l'unité, quelque puisse être la valeur de  $m$ , excepté la seule de  $m = -1$  ; laquelle valeur arbitraire permet ici des pesanteurs  $\propto (x^m)$  en raison tant directe que réciproque d'une puissance quelconque  $x^m$  des distances  $CB$  ( $x$ ) quelqu'en soit l'exposant  $m$ , entier ou rompu, positif ou negatif, excepté seulement  $m = -1$ , étant aussi permis d'employer ici  $m = 0$ . Cela étant,

Mem. 1716.

Q

## COROLLAIRE XI.

Si  $n = \frac{1}{2}$ , &  $m$  positive quelconque entiere ou rompuë, c'est-à-dire (*solut. & corol. I. art. I.*) si les densités ( $y$ ) sont en raison des racines quarrées des poids comprimants, & les pesanteurs  $z$  ( $x^m$ ) en raison d'une puissance des hauteurs  $CB$  ( $x$ ) correspondantes, d'exposant ( $m$ ) positif quelconque, ou negatif moindre que l'unité ; cette double hypothese reduisant la presente équation  $C$  à  $2y$

$$= \frac{a^{m+1} - x^{m+1}}{m+1},$$
 rendra ici les densités ( $y$ ) en raison des differences ou excès, dont la puissance  $a^{m+1}$  de la plus grande hauteur finie  $CD$  ( $a$ ) du fluide en question, surpassera de pareilles puissances  $x^{m+1}$  des autres hauteurs  $CB$  ( $x$ ) correspondantes à ces densités ( $y$ ). Ce qui fera voir que ces densités ( $y$ ) & ces hauteurs  $CB$  ( $x$ ) correspondantes, doivent ici croître ou diminuer alternativement ; ce qui rendra la densité  $y = 0$  au sommet  $D$  de la plus grande hauteur  $CD$  du fluide, où se trouvera pour lors  $BC$  ( $x$ )  $= CD$  ( $a$ ) ; la plus grande de toutes ces densités ( $y$ ) au plus bas  $C$  de cette hauteur, où se trouve alors  $BC$  ( $x$ )  $= 0$  : le tout conformément aux conditions du problème.

Il suit de-là que si avec  $n = \frac{1}{2}$  l'on suppose  $m = 0$ , c'est-à-dire (*corol. I. art. I.*) la pesanteur  $z$  ( $x^m$ )  $= x^0 = 1$  constante ; l'on aura ici  $2y = a - x$ , c'est-à-dire les densités ( $y$ ) en raison des differences ou excès, dont la plus grande hauteur  $CD$  ( $a$ ) du fluide surpassera les autres hauteurs  $CB$  ( $x$ ) correspondantes à ces densités.

## COROLLAIRE XII.

En supposant encore  $n = \frac{1}{2}$ , & presentement  $m$  negative plus grande que l'unité, telle que  $m = -\mu > -1$ , laquelle rende ainsi (*corol. I. art. I.*) les pesanteurs  $z$  ( $x^m$ )  $= x^{-\mu} = \frac{1}{x^\mu}$  en raison réciproque des puissances  $x^\mu$  des

hauteurs  $CB(x)$  ; cette double hypothese changeant pre-

sentement l'équation  $C$  en  $2y = \frac{a^{1-\mu} - x^{1-\mu}}{1-\mu} =$

$$= \frac{x^{1-\mu} - a^{1-\mu}}{\mu-1} = \frac{1}{\mu-1} \times \frac{1}{x^{\mu-1}} - \frac{1}{a^{\mu-1}}, \text{ rendra ici les}$$

densités ( $y$ ) en raison des differences  $\frac{1}{x^{\mu-1}} - \frac{1}{a^{\mu-1}}$ , les-

quelles croissant à mesure que les  $x$  diminuent, les densités ( $y$ ) croîtront encore ici à mesure que leurs distances ou hauteurs  $CB(x)$  diminueront ; & le reste comme dans le précédent corol. 11.

### USAGE III.

De l'Integrale  $\frac{1}{n-1 \times y^{\frac{n-1}{n}}} = \frac{x^{m+1}}{m+1}$  (E) trouvée dans le

corol. I. art. 3. nomb. I.

REMARQUE. On a vû dans ce nomb. 1. de l'art. 3. du corol. 1. que cette Integrale  $E$  est pour lors que la plus grande hauteur  $CD$  du fluide est infinie, ainsi qu'on l'a trouvée dans le corol. 8. pour l'hypothese ordinaire de la pesanteur constante, & des densités en raison des poids comprimants ; & qu'alors il faut ici  $n$  positive plus grande que l'unité, &  $m$  positive quelconque, ou  $m = 0$ , ou  $m$  negative moindre que l'unité : lesquelles conditions de  $m$  permettent ici les pesanteurs  $z(x^m)$  non seulement par tout égales entr'elles, mais encore en raison tant directe que réciproque d'une puissance quelconque  $x^m$  des distances  $CB(x)$ , quelqu'en soit l'exposant  $m$ , entier ou rompu, positif ou negatif, pourvû que negatif il soit moindre que l'unité. Cela étant,

## COROLLAIRE XIII.

Si  $n = 2$ , &  $m$  positive quelconque, ou negative moindre que l'unité : c'est-à-dire (*solut.*) si les densités ( $y$ ) sont en raison des quarrés des poids comprimants, & (*corol. I. art. I.*) les pesanteurs  $z$  ( $x^m$ ) en raison d'une puissance  $x^m$  des hauteurs  $CB$  ( $x$ ) dont l'exposant ( $m$ ) soit positif quelconque, ou negatif moindre que l'unité ; cette double hy-

pothese réduisant la presente équation  $E$  à  $\frac{1}{y^{\frac{1}{2}}} = \frac{x^{m+1}}{m+1}$

qui donne  $y = \frac{x^{m+1}}{2m+2}$ , rendra ici les densités ( $y$ ) en rai-

son réciproque des puissances  $x^{2m+2}$  des hauteurs  $CB$  ( $x$ ) correspondantes : ce qui fera encore croître ces densités ( $y$ ) à mesure que leurs hauteurs  $CB$  ( $x$ ) diminueront, & le reste comme dans les coroll. 11. 12.

Il suit de-là que si avec  $n = 2$ , l'on suppose  $m = 0$ , qui (*corol. I. art. I.*) rend la pesanteur  $z$  ( $x^m$ )  $= x^0 = 1$  constante ; l'on aura ici  $y = \frac{1}{x^2}$ , c'est-à-dire, les densités ( $y$ ) en raison réciproque des quarrés de leurs distances  $CB$  ( $x$ ).

## COROLLAIRE XI V.

Si outre  $m$  positive quelconque, ou  $m$  negative moindre que l'unité, l'on suppose  $n = \frac{1}{2}$ , qui (*corol. I. art. I.*) rend les quarrés des densités ( $y$ ) en raison des cubes des poids comprimants ; cette double hypothese réduisant la

presente équation  $E$  à  $\frac{2}{y^{\frac{1}{2}}} = \frac{x^{m+1}}{m+1}$ , qui donne  $y =$

$\frac{x^{2m+2}}{3m+3}$ , l'on aura ici les densités ( $y$ ) en raison réci-

proque des puissances  $x^{3m+3}$  des hauteurs  $CB$  ( $x$ ) auxquelles ces densités se trouvent. Ce qui fera encore ici

croître ces densités ( $y$ ) à mesure que leurs hauteurs  $CB$  ( $x$ ) diminueront, & le reste comme dans les coroll. 11.

12. 13.

Il suit aussi de-là que si avec  $n = \frac{1}{2}$ , l'on suppose  $m = 0$ , qui (corol. 1. art. 1.) rend la pesanteur  $z(x^m) = x^0 = 1$  constante; l'on aura ici  $y = \frac{8}{x^3}$ , c'est-à-dire, les densités ( $y$ ) en raison réciproque des cubes de leurs hauteurs  $CB$  ( $x$ ).

#### USAGE I V.

De l'Integrale  $y^{\frac{1-n}{n}} = \frac{I}{\mu-1 \times x^{\mu-1}}$  (F) trouvée dans le corol. 1. art. 3. nomb. 2.

REMARQUE. On a vû dans le nomb. 2. de l'art 3. du corol. 1. que l'integrale  $F$  est encore pour lors que la plus grande hauteur  $CD$  du fluide est infinie, & qu'alors il y faut  $n$  positive moindre que l'unité, &  $\mu$  positive plus grande que l'unité; laquelle dernière condition exige ici (corol. 1. art. 1. 3.) des pesanteurs  $z(x^m) = x^{-\mu} = \frac{I}{x^\mu}$  en raison réciproque d'une puissance quelconque  $x^\mu$  des distances  $CB$  ( $x$ ), laquelle ait son exposant  $\mu$  positif (entier ou rompu) plus grand que l'unité. Cela étant,

#### COROLLAIRE X V.

Si l'on suppose  $n = \frac{1}{2}$ , c'est-à-dire (solut.) si les densités ( $y$ ) sont en raison des racines quarrées des poids compriments; cette hypothese changera la presente équation  $F$  en  $2y = \frac{I}{\mu-1 \times x^{\mu-1}}$ : d'où l'on voit qu'alors les densités ( $y$ ) seroient en raison réciproque des puissances  $x^{\mu-1}$  des distances  $CB$  ( $x$ ) correspondantes; & qu'ainsi ces densités ( $y$ ) croîtroient ici à mesure que leurs hauteurs  $CB$  ( $x$ ) y diminueroient, & le reste comme dans les coroll.

11. 12. 13. 14. Desorte que

1°. Si l'on prend ici, par exemple  $\mu = 3$ , c'est-à-dire (corol. I. art. I. 3.) les pesanteurs  $z(x^m) = x^{-\mu} = x^{-3} = \frac{1}{x^3}$  en raison réciproque des cubes des distances ou hauteurs  $CB(x)$ ; cette nouvelle hypothese réduisant la précédente équation  $2y = \frac{I}{\mu - I \times x^{\mu - I}}$  à  $y = \frac{I}{4xx}$ , l'on aura ici les densités ( $y$ ) en raison réciproque des quarrés de leurs hauteurs  $CB(x)$ .

2°. Si l'on prend  $\mu = \frac{3}{2}$ , c'est-à-dire (corol. I. art. I. 3.) les pesanteurs  $z(x^m) = x^{-\mu} = x^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{x^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{x^3}}$  en raison réciproque des racines quarrées des cubes des distances  $CB(x)$ ; cette nouvelle hypothese réduisant la précédente équation  $2y = \frac{I}{\mu - I \times x^{\mu - I}}$  à  $2y = \frac{2}{x^{\frac{1}{2}}} = \frac{2}{\sqrt{x}}$ , c'est-à-dire à  $y = \frac{I}{\sqrt{x}}$ , l'on aura ici les densités ( $y$ ) en raison réciproque des racines quarrées de leurs hauteurs  $CB(x)$ . Et ainsi de toutes les autres valeurs positives de  $\mu > 1$ .

## COROLLAIRE XVI.

Soit presentement  $\mu = 2$ , c'est-à-dire (corol. I. art. I. 3.) les pesanteurs  $z(x^m) = x^{-\mu} = x^{-2} = \frac{1}{xx}$  en raison réciproque des quarrés des hauteurs  $CB(x)$ . Dans cette hypothese qui réduit l'équation  $F$  à  $y \frac{I-n}{I-n} = \frac{I}{x}$ , dont  $n$  doit être positive moindre que l'unité ainsi que dans cette équation  $F$ .

1°. Si  $n = \frac{1}{4}$ , c'est-à-dire (solut.) si les quarrés ou quatrièmes puissances des densités ( $y$ ) sont en raison des cubes des poids comprimants; la précédente équation  $y \frac{I-n}{I-n} = \frac{I}{x}$



$= \frac{1}{x}$  donnera pour ici  $4y^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{x}$ , d'où résulte  $y = \frac{1}{64x^3}$  : ce qui fait voir que les densités ( $y$ ) seroient ici en raison réciproque des cubes de leurs hauteurs  $CB(x)$

2°. Si  $n = \frac{3}{2}$ , c'est-à-dire (*solut.*) si les quarré-cubes ou cinquiemes puissances des densités ( $y$ ) étoient en raison des cubes des poids comprimants ; la précédente équation

$y^{\frac{1-n}{1-n}} = \frac{1}{x}$  donneroit pour ici  $\frac{y^{\frac{1}{2}}}{2} = \frac{1}{x}$ , d'où résulte  $y^2 = \frac{8}{x^2}$  qui donneroit pour ici les quarrés des densités ( $y$ ) en raison réciproque des cubes de leurs hauteurs  $CB(x)$ , ou (ce qui revient au même) ces densités ( $y$ ) seroient alors en raison réciproque des racines quarrées de ces cubes.

3°. Si  $n = \frac{1}{2}$ , c'est-à-dire (*solut.*) si les densités ( $y$ ) étoient en raison des racines quarrées des poids comprimants ; la précédente équation  $y^{\frac{1-n}{1-n}} = \frac{1}{x}$  donneroit pour lors  $2y = \frac{1}{x}$ , c'est-à-dire les densités ( $y$ ) en raison réciproque de leurs simples hauteurs  $CB(x)$ .

Ces nombres 1, 2, 3 du précédent corol. 16 s'accordent avec ce que M. Newton a simplement annoncé sur la fin du schol. de la prop. 22, liv. 2 de ses Princ. Math. pour les mêmes hypotheses ; & le corol. 9. avec le nomb. 2. du corol. 10, contiennent ce qu'il a démontré dans les prop. 21, 22 de ce liv. 2 sur cette matiere qu'il n'a pas jugé à propos d'examiner davantage.

#### SCHOLIE.

I. On pourroit encore déduire une infinité d'autres corollaires des précédentes égalités  $A, C, E, F$ , selon la variété infinie des valeurs qu'on y peut donner à  $m, n$  ; mais en voilà, ce me semble, assez pour faire sentir la fécondité de ces égalités, ou plutôt des generales  $\frac{1}{n} y^{\frac{1-2n}{y}} dy$

$= -z dx$ ,  $y^{\frac{n}{1-n}} = -\int z dx + q$ , de la solution, dont le seul exemple de  $z = x^m$  a fourni toutes celles-là. Pour sentir toute la generalité de ces deux formules de la solution, il n'y a qu'à prendre  $z, x$ , pour les coordonnées orthogonales d'une courbe quelconque, sur les ordonnées  $z$  de laquelle les pesanteurs se trouveront ainsi réglées par rapport aux hauteurs  $CB(x)$  qui en seront les abscisses :

alors l'équation  $y^{\frac{n}{1-n}} dy = -z dx$  toujours donnée par les conditions du problème, donnera toujours l'aire

de cette courbe, proportionnelle à  $y^{\frac{n}{1-n}}$  correspondante : desorte que les quadratures étant supposées, l'on aura toujours ici les rapports cherchés des densités ( $y$ ) aux hauteurs ou termes variables de ces aires, c'est-à-dire, aux points  $B$  où se trouvera le terme variable de ces aires correspondantes ; & il n'y aura là de difficulté qu'autant que ces quadratures en auront.

II. Il est à observer touchant le concours de l'hypothese ordinaire des densités de l'air en raison des poids compriments, avec la supposition des pesanteurs en raison réciproque de quelque puissance que ce soit des hauteurs  $CB(x)$  dont l'exposant soit plus grand que l'unité : il est, dis-je, à observer que de ces deux hypotheses, dont la premiere exige (*solut.*)  $n=1$ , & la seconde (*corol. I. art. I.*)  $m > -1$ , ou  $m = -\mu > -1$  ; la premiere seule de  $n=1$ ,

qui rend  $y^{\frac{n}{1-n}} = \frac{y^{\frac{1}{0}}}{1-1} = \frac{1}{0}$ , & aussi  $y^{\frac{n}{n-1}} = \frac{y^{\frac{1}{0}}}{0} = \frac{1}{0}$ ,

rendant ainsi inutiles les integrales  $y^{\frac{n}{1-n}} = \frac{a}{1-n} \frac{m+1}{m+1} \frac{-x}{1-2n}$

(C),  $y^{\frac{n}{n-1}} = \frac{x^{m+1}}{m+1}$  (D), que la differentielle  $y^{\frac{n}{1-n}} dy = -x^m dx$  (A) de l'art. 1. du corol. 1. a données dans les art. 2. 3. de ce corol. 1. il ne s'agit plus que de cette differen-

différentielle  $A$ , que le concours de cette première hypothèse de  $n=1$ , avec la seconde de  $m=-\mu > -1$ , réduit à  $\frac{dy}{y} = -x^{-\mu} dx = -\frac{dx}{x^{\mu}}$ , ou (pour observer la loi des homogenes) à  $\frac{dy}{y} = -\frac{c^{\mu-1} dx}{x^{\mu}}$  ( $M$ ) dont la

construction va faire juger.

Pour cette construction soit entre les asymptotes orthogonales  $CD$ ,  $CH$ , l'hyperbole  $DEH$  exprimée par l'équation  $s x^{\mu-1}$

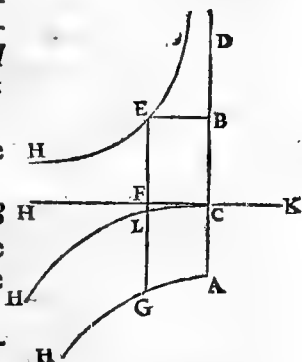
$$= \frac{c^{\mu}}{x^{\mu-1}}, \text{ ou } s = \frac{c^{\mu}}{x^{\mu-1} \times x} \text{ de } H$$

coordonnées orthogonales  $CB = x$ ,  $BE = s$ . La différentielle de cette équation hyperbolique

$$\text{étant } ds = -\frac{c^{\mu} \mu x^{\mu-2} dx}{x^{2\mu-2}} = -\frac{c^{\mu} dx}{x^{\mu}}$$

$$= -\frac{c^{\mu} dx}{x^{\mu}}, \text{ ou } \frac{ds}{c} = -\frac{c^{\mu-1} dx}{x^{\mu}} \text{ (suivant l'équation } M) =$$

$= \frac{dy}{y}$ ; l'on aura ici l'équation  $\frac{ds}{c} = \frac{dy}{y}$  à une logarithmique  $AGH$  ou  $CLH$  rencontrée en  $G$  ou en  $L$  par  $EG$  parallèle à  $DC$  prolongée vers  $A$ , & d'une soutangente  $= c$  sur son asymptote  $CH$  dont cette logarithmique s'éloigne à l'infini du côté de  $H$ ; laquelle logarithmique ayant les abscisses  $CF = s$  de son asymptote  $CH$  rencontrée en  $F$  par  $EG$ , aura ainsi ses ordonnées correspondantes  $FG$  ou  $FL = y$  en raison (*solut.*) des densités de l'air aux hauteurs correspondantes de  $B$ , lesquelles hauteurs  $CB (x)$  l'hyperbole  $DEH$  fait voir s'étendre à l'infini du côté de  $D$ : desorte que si l'air avoit quelque densité à cette hauteur infinie, elle seroit exprimée par l'ordonnée  $CA = 1$  de la logarithmique  $AGH$  qui en expri-



meroit les autres densités aux autres hauteurs  $B$  par les ordonnées correspondantes  $FG$ . Mais si à cette hauteur infinie l'air n'avoit aucune densité, comme il resulte de l'hypothese ordinaire faite ici des densités en raison des poids comprimants; cette même logarithmique devroit être en  $CLH$  touchée en  $C$  par son asymptote  $CH$ , sur laquelle prolongée vers  $K$ , cette logarithmique ainsi placée en  $CLH$ , auroit  $CK = c$  pour sa soutangente en ce point  $C$ , auquel il la faudroit concevoir commencer par des appliquées infiniment petites  $FL$  croissantes à l'infini vers  $H$  en progression geometrique, pendant que les abscisses correspondantes  $CF$  en croitroient en progression arithmetique suivant les differences égales des  $BE$  correspondantes croissantes alors en la même progression arithmetique; au lieu qu'on lui conçoit d'ordinaire ce terme  $C$  à une distance infinie des appliquées qu'on emploie dans l'usage qu'on fait de cette courbe.

III. De ce que (*art. 2.*) les densités de l'air à toutes hauteurs  $B$ , doivent être ici exprimées par les ordonnées correspondantes  $FG$  ou  $FL$  d'une logarithmique placée en  $AGH$  ou en  $CLH$ , il en resulte les difficultés suivantes.

1°. Si l'on place cette logarithmique en  $AGH$ , son ordonnée finie  $CA$  marquera (*art. 1.*) une densité finie de l'air à la hauteur infinie où l'hyperbole  $DEH$  fait voir qu'il devroit ici s'étendre; ce qui est contraire à l'hypothese ordinaire qu'on fait ici des densités en raison des poids comprimants. Mais son appliquée infiniment distante de  $AC$  du côté de  $H$ , étant infinie, marquera au contraire la densité de l'air infinie en  $C$ , conformément à sa hauteur ici infinie  $CD$ .

2°. Si l'on place la même logarithmique en  $CLH$ , son ordonnée nulle en  $C$  ne marquera à la verité aucune densité de l'air à sa hauteur infinie; ce qui s'accordera avec l'hypothese qu'on fait ici des densités en raison des poids comprimants. Mais son ordonnée à distance infinie de  $C$

vers  $H$ , pouvant être finie, vu qu'il y a une distance infinie d'une ordonnée finie de logarithmique à son point de concours avec son asymptote, pourroit aussi ne marquer qu'une densité finie de l'air en  $C$ , non obstant sa hauteur infinie  $CD$ ; outre que le Geometre ne trouveroit peut-être pas bon qu'on fit commencer cette logarithmique  $CLH$  sur son asymptote  $CH$  à un point qu'on regarde d'ordinaire comme infiniment éloigné.

IV. Ce qui vient d'arriver au nomb. 1. du précédent art. 3. de marquer la densité de l'air infinie en  $C$ , se trouve encore dans tout ce qu'on peut faire ici d'usage de l'équa-

tion  $\frac{1-n}{n-1} = \frac{x}{m+1}$  ( $D$ ) de l'art. 3. du corol. 1. Car suivant cet art. 3. cette équation  $D$  ne pouvant avoir ici d'usage qu'en la changeant en l'hyperbolique  $\frac{1}{n-1 \times y \frac{n}{n}}$

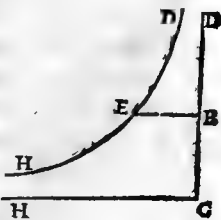
$\frac{x}{m+1}$  ( $E$ ) par la double supposition de  $n$  positive plus grande que l'unité, & de  $m$  quelconque, excepté de  $m$  negative égale ou plus grande que l'unité; ou qu'en la

changeant en l'autre hyperbolique  $\frac{1-n}{1-n} = \frac{x}{\mu-1 \times x}$

( $F$ ) par une autre double supposition de  $n$  positive moindre que l'unité, & de  $m$  negative plus grande que l'unité, comme de  $m = -\mu > -1$ : cette

équation  $D$  doit toujours se construire ici par le moyen d'une hyperbole asymptotique  $DEH$  exprimée par l'équation  $E$  dans le premier cas, & par l'équation  $F$  dans le second; laquelle hyperbole ayant ses coordonnées  $CB$

$= x$ ,  $BE = y$ , parallèles à ses asymptotes  $CD$ ,  $CH$ ; & exprimant ainsi toujours par ses ordonnées  $BE$  les densités ( $y$ ) de l'air aux hauteurs  $B$  de ses ordonnées correspondantes, marquera aussi toujours



la densité de ce fluide infinie en  $C$ , comme elle y vient d'être marquée dans le nomb. 1. du précédent art. 3. par l'ordonnée infinie de la logarithmique placée comme dans ce nomb. 1. de l'art. 3.

V. On a vû dans le corol. 9. que les valeurs de  $m = -1$ , & de  $n = 1$ , qui quoi-que exclus des équations  $D$ ,  $E$ ,  $F$ , dans le précédent art. 4. conformément à l'art. 3. du corol. 1. ne le sont pas de même de la différentielle  $\frac{1}{n} x$

$y^{\frac{1-n}{n}} dy = -x^m dx$  ( $A$ ) de ces équations : on a vû, dis-je, dans le corol. 9. que ces valeurs de  $m, n$ , changeant cette équation  $A$  en l'hyperbolique  $\frac{dy}{y} = -\frac{dx}{x}$  dans ce corol. 9. y causent par leurs concours le même résultat que leurs autres valeurs compatibles dans les équations  $D, E, F$ , y ont causé dans le précédent article 4. sçavoir, de marquer la densité de l'air infinie en  $C$ . La précédente hyperbole  $DEH$  prise pour l'ordinaire d'Apolonius, le fait voir tout d'un coup, en ce qu'ayant ici comme là ses coordonnées  $CB = x$ ,  $DE = y$ , elle exprimera pareillement ici comme là les densités ( $y$ ) à toutes hauteurs  $CB (x)$  par ses ordonnées correspondantes  $BE$ ; & conséquemment aussi la densité infinie en  $C$  par l'ordonnée infinie qu'elle y a.

VI. Le penultième art. 4. fait voir que des deux integrales  $y^{\frac{1-n}{n}} = \frac{a^{m+1} - x^{m+1}}{m+1} (C)$ ,  $y^{\frac{1-n}{n}} = \frac{x^{m+1}}{m+1} (D)$

de la différentielle commune  $\frac{1-n}{n} y^{\frac{1-n}{n}} dy = -x^m dx$  ( $A$ ), il n'y a que la première  $C$  qui marque la densité ( $y$ ) finie au plus bas  $C$  de la verticale  $DC$ , lequel point  $C$  rendant  $CB (x) = 0$ , réduit cette integrale  $C$  à

$y^{\frac{1-n}{n}} = \frac{a^{m+1}}{m+1}$ , qui donne  $y = \left[ \frac{1-n}{m+1} \times a^{m+1} \right]^{\frac{n}{1-n}}$  finie.

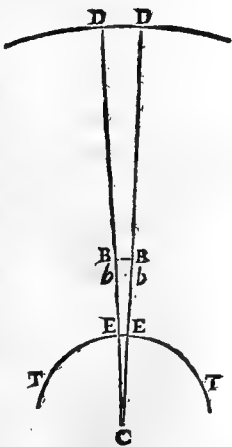
Mais cette integrale  $C$  ne convient pas davantage que l'autre  $D$  à l'hypothese ordinaire de  $n = 1$ , c'est-à-dire (*solut.*)

des densités en raison des poids comprimants ; à laquelle hypothese les coroll. 6, 7, 8, 9, 10, font voir que la differentielle *A* de ces deux integrales *C*, *D*, ne laisse pourtant pas de convenir : mais on sçait que cette hypothese n'est pas absolument vraie, vû que si les parties de la matiere elastique étoient comprimées jusqu'à se toucher toutes & par-tout sans laisser aucun intervalle entr'elles, la densité alors la plus grande qu'elle pût être, n'en pouvant plus augmenter par aucune augmentation de poids comprimants, n'en pourroit pas suivre les rapports : aussi ne prend-on d'ordinaire cette hypothese que comme approchante de la vraie, & seulement pour des hauteurs mediocres, n'étant fondée que sur des experiences faites à de très petites hauteurs.

## REMARQUE.

On a supposé jusqu'ici à l'ordinaire que les pressions causées par la pesanteur d'un fluide quelconque, ne le sont que par le poids des colonnes ou cylindres de ce fluide, qui ont pour bases les fonds qu'il charge, & pour hauteurs celles de ce qu'il y a de ce fluide au dessus de ces fonds : l'experience l'a fait voir jusqu'ici dans les liquides ; & M. Newton dans la prop. 20. sect. 5. liv. 2. de ses Princ. Math. l'a démontré aussi pour l'air dont il s'agit ici.

Mais si au lieu de regarder ainsi comme des cylindres ce qu'il y a d'air qui comprime celui du volume infiniment petit *BbbB*, on le regarde comme un tronc *DBBD* de secteur spherique *DCD* de rayon *CD* égal à la plus grande hauteur de l'air au dessus du centre *C* de la Terre, & coupé en *BB*, *bb*, par deux surfaces spheriques concentriques, infiniment voisines l'une de l'autre, & de même centre *C* que la base



$DD$  de ce tronc, & que la surface  $TT$  de la Terre : si (dis-je) l'on vouloit malgré la démonstration contraire, que l'air du volume infiniment petit  $BbbB$  fut chargé de tout ce qu'il y en a au dessus de lui dans le tronc  $DBBD$  du secteur sphérique  $DCD$  dont ce volume  $BbbB$  est un des éléments; la maniere de déterminer les densités de l'air à toutes hauteurs dans cette hypothèse, seroit encore la même que ci-dessus dans l'hypothèse que les pressions y sont causées seulement par les poids de colonnes ou cylindres de ce fluide.

Voyez la figure précédente, p. 133.

En effet si l'on appelle *de* l'élément constant  $EE$  de la surface  $TT$  de la Terre;  $r$ , son rayon  $CE$ ; & le reste

comme ci-dessus : l'on aura  $\overline{CE}^2 (rr)$ .  $\overline{CB}^2 (xx) :: EE$  (*de*).  $BB = \frac{xxde}{rr}$ . Ce qui donnera  $\frac{xxdxde}{rr} = BB \times Bb$  pour le volume infiniment petit  $BbbB$  d'air; duquel la densité étant (*hyp.*)  $= y$ , l'on aura  $\frac{yxxdxde}{rr}$  pour la masse ou quantité d'air contenuë dans ce petit volume  $BbbB$ : desorte qu'ayant (*hyp.*)  $z$  pour la pesanteur (tendant vers  $C$ ) de chacune des parties de cette masse, l'on aura aussi  $\frac{zyxxdxde}{rr}$  pour son poids; & conséquemment  $-\int \frac{zyxxdxde}{rr}$ , ou (à cause de la fraction  $\frac{de}{rr}$  constante qui se trouveroit inutilement par-tout ici ( $-\int zyxxdx$  pour le poids total de l'air compris dans le tronc  $DBBD$ , ou proportionnel à ce poids total. Donc en prenant (comme ci-dessus) la densité ( $y$ ) de l'air compris dans le volume infiniment petit  $BbbB$ , en raison d'une puissance quelconque  $n$  de ce poids total, dont on suppose ce petit volume chargé & comprimé par toute la pesanteur de ce poids; l'on auroit ici  $y = -\int zyxxdx$ , ou  $y^{\frac{1}{n}} = -\int zyxxdx$ ; & en différentiant)  $\frac{1}{n} y^{\frac{1-n}{n}} dy = -zyxxdx$ , ou  $\frac{1}{n} y^{\frac{1-2n}{n}} dy = -zyxxdx$ . Ce qui (les quadratures étant supposées) donneroit la solution du Problème en question dans l'hypo-



these faite ici, de même que ci-dessus (*solut*)  $\frac{1}{n} y^{\frac{1-2n}{n}} dy = -z dx$  donne celle du problème précédent, dont l'exemple de la pesanteur  $z = x^m$ , qui a donné là (*corol. 1.*)

$$\frac{1}{n} y^{\frac{1-2n}{n}} dy = -x^m dx (A) \text{ quelle qu'y soit la plus grande}$$

$$\text{hauteur } CD \text{ de l'air, } \frac{y^{\frac{1-n}{n}}}{1-n} = \frac{a^{m+1} - x^{m+1}}{m+1} (C) \text{ en y sup-}$$

$$\text{posant cette plus grande hauteur } CD = a \text{ finie, \& } \frac{y^{\frac{1-n}{n}}}{1-n}$$

$$= \frac{x^{m+1}}{m+1} (D) \text{ en l'y supposant infinie ; donneroit ici } \frac{1}{n} x$$

$$y^{\frac{1-2n}{n}} dy = -x^{m+2} dx (N) \text{ pour ces deux cas à la fois, \& de là}$$

$$\frac{y^{\frac{1-n}{n}}}{1-n} = \frac{a^{m+3} - x^{m+3}}{m+3} (P) \text{ dans le premier, \& } \frac{y^{\frac{1-n}{n}}}{1-n} =$$

$$\frac{x^{m+3}}{m+3} (Q) \text{ dans le second : trois équations } N, P, Q, \text{ qui}$$

pourroient être détaillées comme les trois précédentes *A*, *C*, *D*, l'ont été ci-dessus, si l'hypothese faite ici des pressions de l'air causées par des poids, non de cylindres comme ci-dessus, mais des troncs de secteurs spheriques de cette matiere, n'étoit pas fausse, ainsi que M. Newton l'a démontré dans la prop. 20. du Liv. 2. de ses Princ. Math. C'est pour cela qu'on n'en a fait aucune mention ci-dessus, & que nous ne nous y arrêterons pas davantage.

Depuis cet Ecrit fait, M. Brook Taylor m'ayant donné au mois de Juin ou Juillet 1715. son Livre de Methodo Incrementorum directâ & inversâ, tout recemment imprimé, j'y ai trouvé (prop. 26. pag. 103.) qu'il avoit aussi résolu le Problème du précédent corol. 9. pour le cas des pesanteurs en raison réciproque des quarrés des distances au centre de la Terre, & des densités en raison directe des pressions. J'ai pareillement trouvé de fort belles choses sur ce sujet, dans le chap. 8. sect. 1. Liv. 2. du Traité de M. Herman, intitulé

136 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
Phoronomia, &c. que je reçû de même en présent de sa part,  
tout récemment imprimé, sur la fin du mois de Novembre de  
la même année 1715 : nous nous rencontrons quelquefois ;  
mais nous tenons des routes si différentes, que nous ne mar-  
chons pas long-temps ensemble. C'est pour rendre à ces deux  
Auteurs la même justice que j'ai renduë aux cités ci-dessus,  
que j'ajoute ici cet Avis suivant ma coutume de chercher à la  
rendre à tout le monde.

---

D E S C R I P T I O N  
D E D E U X E X O M P H A L E S  
M O N S T R U E U S E S.

Par M. MERY.

30 Mai  
1716. **L**E Samedi 14<sup>e</sup>. jour de Decembre 1715, une pau-  
vre Femme, nommée Marie Boyanval, accoucha à  
l'Hôtel-Dieu de Paris d'une petite Fille, qui sortit vivante  
& à terme du sein de sa Mere entre 11 heures & midi,  
& mourut à 2 heures après minuit. Voici ce que j'observai  
à cet Enfant devant & après sa mort.

Pendant sa vie, qui ne dura que 14 heures, je remar-  
quai que le Cordon, auquel on avoit fait une ligature  
éloignée de 3 à 4 pouces du Ventre, se terminoit exte-  
rieurement au fond d'un sac ou poche membraneuse,  
blanche & opaque comme le Cordon même. Sa capacité  
pouvoit avoir 9 à 10 pouces de diametre, remplie qu'elle  
étoit de parties placées hors du Ventre. Son embouchure  
dans l'Ombilic n'avoit qu'un pouce 3 lignes.

En tâtant avec mes doigts cette énorme Exomphale,  
je reconnus bien que ce sac membraneux renfermoit plu-  
sieurs parties de différente espece, mais ce ne fut qu'après  
la mort de cet Enfant que je pûs les découvrir. Pour cet  
effet

effet je déchirai la membrane qui les enveloppoit ; alors je vis que le Foye tout entier , la vesicule du Fiel , la Ratte , l'Estomach & tous les intestins étoient renfermés dans cette poche. Les gros boyaux y faisoient leur route de gauche à droite contre leur ordinaire. La Ratte étoit jointe immédiatement au fond du Ventricule, mais du côté droit il n'y avoit point d'Epiploon. Les Reins, les Capsules atrabillaires , la Matrice & la Vessie étoient renfermés dans le Ventre , & y occupoient leur place ordinaire.

Surpris de voir le Foye , la Ratte , l'Estomach & les intestins hors du Ventre , je m'imaginai d'abord que toutes ces parties en étoient sorties par l'Ombilic, forcé par quelque accident , & que le sac qui les contenoit n'étoit autre chose que le Peritoine qui s'étoit dilaté à mesure que leur volume s'étoit augmenté. Mais je ne restai pas long-temps dans ce sentiment : car faisant ensuite réflexion qu'il n'arrive jamais d'Exomphale après la naissance de l'homme que la peau du Ventre ne lui serve de couverture , & ne se dilate sans s'ouvrir , comme fait le Peritoine uni à l'Ombilic , je commençai à douter que le Peritoine pût former par sa dilatation l'enveloppe des parties déplacées de ce Fœtus, parce que la peau de l'Ombilic n'y avoit aucune part : d'ailleurs l'ouverture de l'Ombilic de 15 lignes de diametre sans fraction du Peritoine , qui est beaucoup plus mince que la peau , me parut impossible ; ce qui m'ébranla encore davantage : mais ce qui me fit abandonner entièrement mon premier préjugé, ce fut qu'en examinant de plus près cette poche , j'aperçûs aussi-tôt qu'elle étoit composée de deux membranes aussi distinctes & séparables l'une de l'autre que le Corion l'est de l'Amnios ; d'où je jugeai certainement qu'elle ne pouvoit pas être formée de la dilatation du Peritoine , parce qu'il est constant qu'il n'est que simple, mais du développement des membranes du Placenta , qui en s'unissant , composent le corps du Cordon. Aussi les vaisseaux Ombilicaux rempoient-ils de la longueur de 4 à 5 pouces dans l'épaisseur de cette po-

che ; après quoi arrivés au bord de l'Ombilic , qui n'avoit pû se referrer , parce que le Mesentere auquel les intestins étoient attachés , le tenoit toujours dilaté , chacun alloit se rendre à son lieu ordinaire , sçavoir la Veine ombilicale à la Veine porte , mais sans s'attacher interieurement au Peritoine après l'avoir percé. Elle s'y trouve toujours jointe par le moyen du petit ligament plat dans un Fœtus dont l'Ombilic est fermé. Les deux arteres Ombilicales tiroient leur origine des Iliques : l'ouraue se rendoit au fond de la vessie.

Après avoir découvert l'origine du sac qui renfermoit les parties placées hors du Ventre de cette petite Fille , tâchons d'apprendre si son Exomphale monstrueuse a pû être causée par quelque accident , ou si c'est par un vice de conformation qu'elle est arrivée.

Pour résoudre ce problème , il n'y a qu'à faire reflexion sur les faits que je vais rapporter , & à tirer les conséquences qui en suivent naturellement.

Premier fait. L'ouverture de l'Ombilic de cet Enfant n'avoit que 15 lignes de diametre ; le Foye seul en avoit du moins 7 pouces. Il n'y a donc nulle apparence que le Foye ait pû sortir du Ventre par l'ouverture de l'Ombilic. Il faut donc qu'il se soit formé & accru hors de sa capacité.

Second fait. Marie Boyanval interrogée par Madame Langlois , Maîtresse Sage-femme de l'Hôtel-Dieu , lui a répondu qu'il ne lui étoit arrivé aucun accident pendant tout le cours de sa grossesse , mais qu'elle avoit vû seulement tirer les entrailles du Ventre d'un Bœuf , ce qui lui avoit frappé vivement l'imagination. On ne peut donc pas rapporter cette Exomphale extraordinaire à aucune cause extérieure qui ait pû faire sur le Ventre de cette Femme , ni sur celui de son Enfant une impression assés forte pour forcer le Foye , la Ratte , le Ventricule & les intestins à sortir de la cavité de l'Abdomen par l'Ombilic de cette petite Fille.

Troisième fait. Enfin personne n'ignore que le Fœtus

humain ne respire point pendant tout le temps qu'il sejourne dans la Matrice ; & l'on sçait qu'après sa sortie le mouvement naturel de son Ventre dépend absolument de celui de la Poitrine. Ainsi sa Poitrine ne pouvant se mouvoir, tant qu'il est renfermé dans le sein de sa Mere, parce qu'il ne peut y respirer, il est clair que son Ventre ne peut alors entrer en mouvement. Or avant la naissance de cette petite Fille, ses entrailles étoient placées hors du Ventre. Donc ses muscles n'ont jamais pu forcer par leur mouvement ces parties à sortir de sa capacité. Donc l'Exomphale prodigieuse avec lequel cet Enfant est venu au monde, ne pouvant être rapportée ni à aucune cause extérieure, ni au mouvement des muscles de son Ventre, ne peut être que l'effet d'un vice de conformation ; ce qui nous donne la solution du problème proposé.

Essayons maintenant de tirer de ces observations quelque lumiere, qui puisse nous aider à reconnoître si le mouvement naturel & continu qu'on remarque pendant le sommeil comme pendant la veille au Ventre d'un Enfant après sa naissance, peut contribuer à la digestion des aliments, à la distribution du chile dans les veines Lactées, & à l'expulsion des matieres fécales, ou si ces effets, surtout le second & le troisième, n'ont pour cause que la seule contraction naturelle & successive des fibres charnuës de l'Estomach & des intestins ; car pour le premier, on ne doute point que le levain de l'Estomach n'ait beaucoup de part à la digestion des aliments, pour ne pas dire qu'il en est l'unique cause.

Pour pouvoir trouver la solution de ce second problème, il faut sçavoir, 1°. Que dans le Ventricule & les intestins grêles de la petite Fille dont je viens de parler, il y avoit une matiere claire & fluide ; qu'au contraire la cavité de ses gros boyaux étoit remplie de Méconium, matiere beaucoup plus épaisse que la premiere, qu'elle a rendue à plusieurs reprises pendant les 14 heures de temps qu'elle a vécu.

2°. Il faut remarquer que l'Estomach & les intestins tant grêles que gros étoient placés hors du Ventre de cet Enfant ; ainsi les Muscles que j'ai fait voir tous disséqués à l'Academie, n'ont jamais pû, quoi-que forts & bien formés, faire aucune impression sur ces parties, ni devant, ni après l'accouchement. Donc l'écoulement des liqueurs du Ventricule dans les boyaux, & peut-être de ceux-ci dans les veines Lactées, ni l'expulsion du Méconium par l'Anus n'ont pû avoir pour cause que la seule contraction des fibres charnuës du canal qui les renfermoit, d'où l'on peut tirer cette conséquence fort vrai-semblable, que dans l'Homme, dont le Ventre s'élève & s'abaisse involontairement, sans que ses muscles entrent en contraction, l'écoulement des aliments digérés de l'Estomach dans les intestins, la distribution du chile de ceux-ci dans les veines lactées, & la sortie des matieres fécales, sur-tout quand elles sont liquides, peuvent bien aussi ne dépendre que du même principe.

Il n'en est pas tout-à-fait ainsi lorsque ces matieres s'épaississent, & deviennent parconsequent moins glissantes ; car après leur endurcissement, le mouvement peristaltique des intestins devenant insuffisant pour les chasser, la volonté détermine alors les esprits animaux à fluer dans les muscles du Ventre pour les mettre en contraction ; après quoi ces muscles unissant leur force à celle des intestins, ils chassent dehors ces excréments trop épaissis, qui par cette raison ont peine à glisser. Mais parce que leur contraction n'arrive d'ordinaire que dans le temps qu'on fait effort pour aller à la selle, il est évident qu'elle ne peut contribuer ni à la digestion des alimens, ni à la distribution du chile dans les veines lactées qui se font continuellement, mais seulement à l'expulsion momentanée des gros excréments ; car il est à remarquer que dans l'instant qu'on va à la selle, quoi-que la Poitrine se dilate, & que les Poulmons poussent par leur gonflement le Diaphragme en enbas, le Ventre cependant se reserre par le

moyen de la contraction volontaire de ses muscles, au lieu qu'il se souleve involontairement si-tôt qu'elle cesse, ce qui nous donne une solution complète du second problème proposé.

## SECONDE OBSERVATION.

*Première Remarque.* Renée Second, pauvre femme, grosse de 6 à 7 mois accoucha à l'Hôtel-Dieu le 30 Janvier 1716 d'un Enfant mort qui n'étoit ni garçon ni fille, car il ne paroissoit sur son corps aucune marque de sexe, & il n'y avoit au dedans aucune des parties nécessaires à la generation, il n'avoit pas même d'Anus.

*Seconde Remarque.* Cet Enfant est sorti du sein de sa Mere avec une Exomphale semblable à celle dont je viens de faire la description : égale sortie des viscères du Ventre, même poche membraneuse, produire aussi par la dilatation des membranes du Cordon dans laquelle le Foye, la Rate, l'Estomach & tous les intestins étoient renfermés. Je passe legerement sur ce rapport, pour faire plus d'attention aux faits particuliers que j'ai découvert dans cet Enfant.

*Troisième Remarque.* Un pouce plus haut que le Pubis on voyoit sur la surface de cette poche membraneuse qui enveloppoit les parties que je viens d'énoncer, un ourlet qui décrivoit un ovale large d'un pouce, & long de 16 à 17 lignes. Dans cet ovale peu enfoncé, & de couleur plus obscur que le reste de ce sac, je découvris, en tâtonnant avec la sonde, cinq ouvertures que mes yeux n'auroient pû voir qu'avec peine sans le secours de cet instrument, parce que sa membrane étoit fort chiffonnée.

La première ouverture donnoit dans un petit Mamelon de couleur de chair, & répondoit à un trou situé un pouce plus bas que l'ourlet de cet ovale au côté gauche de la peau qui distinguoit les Fesses par une ligne peu profonde. Ayant fait une incision de l'une à l'autre, je découvris un canal long d'un pouce, il n'avoit que demi-

ligne de diametre tout au plus ; je trouvai ce petit conduit rempli d'une crasse blanche , & la peau dont il étoit formé , parsemée d'une infinité de très petites glandes , d'où apparemment cette matiere étoit sortie.

La seconde ouverture , directement opposée à la premiere , étoit placée à la partie superieure de cet ovale , elle servoit de sortie au boyau qui s'y terminoit , desorte que si cet Enfant avoit vécu , il auroit rendu les matieres fécales par cet endroit involontairement ; l'extrémité de cet intestin manquoit de Sphincter & de releveurs , muscles absolument necessaires pour retenir ces excrements ; ainsi le nom d'Anus ne peut convenir à cette ouverture ; d'ailleurs il n'y avoit depuis l'Estomach jusqu'à elle qu'un seul canal d'égale capacité dans toute sa longueur , sans cul-de-sac ni appendice vermiculaire ; ce qui donne lieu de croire que tous les gros boyaux manquoient à ce Fœtus , dans lequel il ne s'est point trouvé de Meconium. La raison qu'on en peut apporter , c'est que ni la bile ni le suc pancréatique , qui vrai-semblablement entrent en sa composition , ne pouvoient pas se décharger dans cet intestin ; parce que le Pancreas , la vesicule du Fiel & les vaisseaux colidoques manquoient à cet Enfant.

La troisième ouverture , placée au côté droit de cet ovale , conduisoit à deux cavités de figure & de profondeur differente. La moins profonde , mais la plus vaste , avoit 9 à 10 lignes de diametre , mesurée en tout sens. La seconde representoit un intestin borgne long d'environ 2 pouces , & de trois à quatre lignes de diametre d'un bout à l'autre. Ces deux cavités n'avoient rien d'ailleurs de particulier , qui pût donner lieu à quelque conjecture sur leur usage.

La quatrième ouverture située au côté gauche de cet ovale , servoit de sortie à une Vessie longue de 2 pouces , polie en dehors , mais aussi rugueuse en dedans que la cavité de la Matrice & du Vagin d'une Fille naissante. Le fond , ou pour mieux dire , l'extrémité de cette vessie se



terminoit en pointe. Son entrée étoit fort étroite, & son milieu n'avoit tout au plus que 2 à 3 lignes de diametre.

La cinquième ouverture répondoit à une autre vessie fort différente, en ce qu'elle formoit une cavité ronde de 7 à 8 lignes de diametre, & que sa surface interne étoit très polie.

*Quatrième Remarque.* La structure de ces deux vessies si dissemblables, me fit prendre d'abord la première pour la Matrice; mais ce qui détruisit en moi ce préjugé, c'est que je remarquai que les Ureteres venoient se terminer à l'un & à l'autre, avec cette circonstance que l'Uretere qui partoît du Rein droit, aboutissoit au milieu de l'étendue de la vessie qui occupoit le côté gauche de l'ovale, & celle du côté gauche dans le fond de la vessie qui en occupoit le côté droit, de sorte que ces canaux avant que de se rendre à ces vessies, se croisoient au milieu de leur chemin, de façon que les Reins étoient placés avec une partie des Ureteres dans le Ventre, & l'autre au dehors avec ces vessies.

*Cinquième & dernière Remarque.* Il y avoit entre les os du Pubis de ce second Fœtus un pouce de distance; cependant son Ventre étoit garni de tous ses muscles de même que celui du premier, dont les os du Pubis étoient joints ensemble. Peu de temps après que ceux-ci eurent parû, M. Petit en fit voir un troisième à l'Academie, qui avoit une Exomphale à peu-près semblable à celles que je viens de décrire, mais ce Fœtus n'avoit point (nous dit-il) de muscles au Ventre, & la poche membraneuse qui recouroit ses viscères étoit formée de la dilatation du Peritoine, à ce qu'il nous assura; mais sur cette circonstance qu'il me permette de lui faire cette objection. Vous sçavez, Monsieur, que le Peritoine sert à tapisser toute la surface postérieure des muscles transverses du Ventre; ce qui fait du moins les trois quarts de son étendue. Cela étant ainsi, il est certain que quand ses muscles lui manquent en effet, il ne doit avoir qu'une très petite portion

144 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 du Peritoine, placée dans la partie postérieure du Ventre.  
 Donc la membrane qui enveloppoit le Foye, la Ratte,  
 l'Estomac & tous les intestins de vôtre Fœtus, situés hors  
 de son Ventre, n'a pû être produite de la dilatation du  
 Peritoine, mais de l'épanouissement des membranes du  
 Cordon, qui se terminent toujours au bord de l'Ombilic,  
 soit qu'il soit ouvert ou fermé. Vous en conviendrés avec  
 moi, Monsieur, si vous vous donnés la peine de joindre à  
 cette preuve celles que j'ai rapportées dans ma premiere  
 description. Elles sont si claires, qu'on ne peut tenir contre  
 leur évidence, quand on ne cherche que la verité.

## EXPLICATION DES FIGURES.

### PREMIERE EXOMPHALE.

#### FIGURE I.

- A*, l'Exomphale.
- B*, le Cordon Ombilical.
- C*, apparences des Vaisseaux Ombilicaux.

#### FIGURE II.

- A*, l'Exomphale ouverte de haut en bas.
- B*, les Vaisseaux Ombilicaux.
- C*, Duplicatures des Membranes du Cordon.
- D*, le Foye.
- E*, la Ratte.
- F*, l'Estomach.
- G*, les Intestins.

#### FIGURE III.

Elle represente principalement l'ouverture de l'Ombilic *H*.

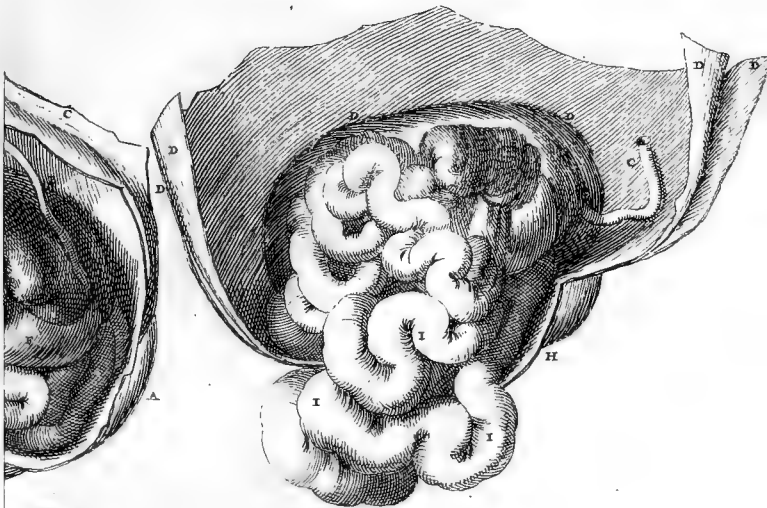
- I*, les gros Intestins.
- C*, parties de la Veine Ombilicale.
- D*, Duplicature du Cordon Ombilical.

SECONDE



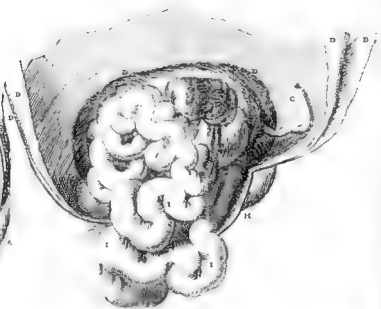
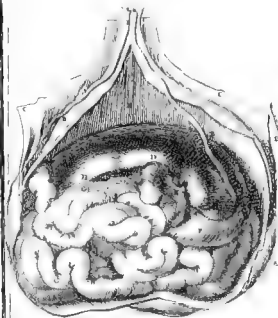
*1<sup>re</sup>. exomphal*

*3<sup>me</sup>. Fig.*





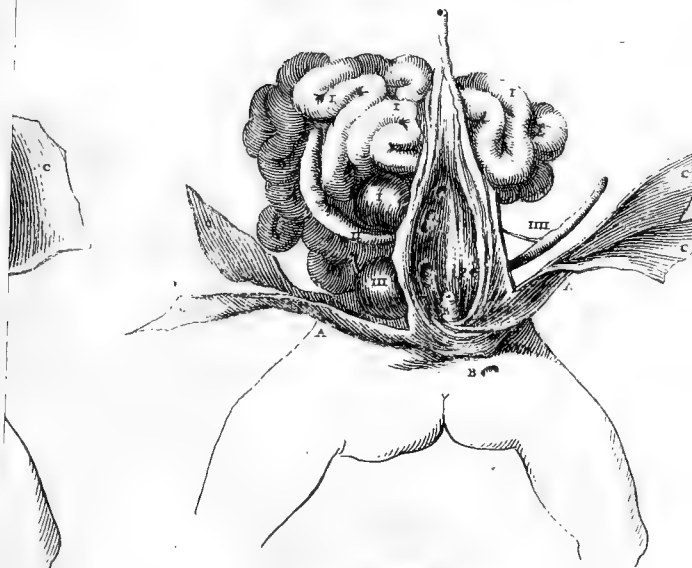
*1<sup>re</sup> exemplar*

 $2 F_{ij}$  $\cdot \cdot \cdot \overline{F_{2,2}}$ 

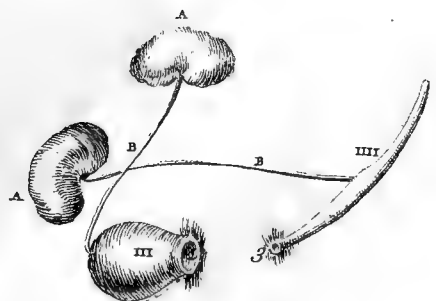
*In sum-mation, into deep*

hale

2<sup>me</sup> Fig.



3<sup>me</sup> Fig.



1<sup>re</sup> Fig.

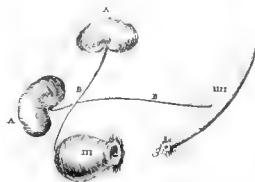
2<sup>e</sup> exomphale



3<sup>e</sup> Fig.



3<sup>me</sup> Fig.



## SECONDE EXOMPHALE.

## FIGURE I.

- A*, l'Exomphale.  
*B*, les Vaisseaux Ombilicaux.  
*C*, Duplicature des Membranes du Cordon Ombilical.  
*D*, Cavité Ovale.  
*E*, séparation des Fesses en devant.

## FIGURE II.

- A*, parties d'embas de l'Exomphale.  
*B*, le Mammelon.  
*B*, plus bas d'un pouce l'Ouverture qui y communique.  
*C*, Duplicature du Cordon.  
*I. II. III. IIII.* Sacs aveugles.  
*I. 2. 3.* les Ouvertures de ces quatre Sacs dans la cavité ovale.  
*D*, l'ouverture de l'intestin.

## FIGURE III.

- A*, les Reins.  
*B*, les Ureteres.  
*III. & IIII.* desdits Sacs aveugles, ou Vessies.



D E S C R I P T I O N  
D U C I E R G E E P I N E U X  
D U J A R D I N D U R O Y,

*Appellé en Latin, Cereus Peruvianus Tabern. Icon.*  
705.

Par M. DE JUSSIEU.

14 Aoust  
1716.

**D**EUX sortes de gens nous ont parlé du Cierge Epineux, les unes en Voyageurs, les autres en Botanistes. Ceux-là frappés du peu de ressemblance qu'ils ont vû de cette Plante à toutes celles de l'Europe, se sont plus attachés dans leurs relations à étonner leurs lecteurs par le merveilleux du récit qu'ils en ont fait, que par le vrai qu'ils n'étoient pas en état de rapporter, faute d'avoir quelque teinture de Botanique; & ceux-ci ne nous en ont décrit que des especes différentes de celle dont il s'agit ici, ou si l'on prétend que ce soit la même qu'ils ayent décrite, on ne pourra regarder leurs descriptions que comme imparfaites.

La plus exacte doit donc être celle qui sera d'après la nature même, & sur les observations qu'aura permis de faire la commodité du lieu, où on a pu la voir en toute sorte d'état.

Cette Plante qui fut envoyée de Leyde, il y a environ 16 ans, par M. Hotton, Professeur en Botanique au Jardin de cette Ville-là, à M. Fagon Premier Medecin de Louis XIV, & Surintendant du Jardin du Roy, y fut plantée n'ayant alors que 3 à 4 pouces sur deux & demi de diametre.

Depuis ce temps-là on a observé que d'une année à



l'autre elle prenoit un pied & demi environ d'accroissement, & que la cruë de chaque année se distingue par autant d'étranglement de sa tige, en sorte qu'elle est parvenue aujourd'hui à 23 pieds de hauteur sur 7 pouces de diametre mesuré vers le bas de sa tige.

Mais parce que l'on ne pouvoit pas élever à proportion de l'accroissement de ce Cierge, le mur auquel est attaché le Vitrage qui a servi à le garantir des injures du temps, on a été obligé, il y a deux ans, d'en borner la hauteur, en appliquant sur la pointe de sa tige un fer rougi au feu; & il ne faut pas douter que sans cette précaution il ne se fut encore élevé par la suite dans la même proportion, puisqu'on a vû sortir de son extrémité & de la circonférence brûlée plusieurs rejettons ou branches que l'on a coupées à leur naissance.

Comme le Vase dans lequel ce Cierge est planté, n'a pas plus d'un pied & demi de profondeur sur environ autant de longueur, il est aisé de juger de-là que cette Plante ne pousse pas des racines fort profondes; & que si elles s'étendent au de-là des bornes que le fond du vase leurs prescrit, ce ne pourroit être que par quelques trous dont il est percé, dans lesquels quelques fibres pourroient s'insinuer. Celles qui ont paru un peu à découvert au dessus du vase, naissent horizontalement de la partie la plus inférieure de la tige. Elles sont blanchâtres, gluantes, filamenteuses, & garnies de quelques fibres cheveluës.

La figure droite & longue de la tige de cette Plante par laquelle elle ressemble à un Cierge, lui en a fait donner le nom; on pourroit même dire qu'elle auroit encore plus de rapport à une torche par les côtes arrondies dont elle est relevée dans toute l'étendue de sa longueur.

Ces côtes qui sont au nombre de huit, & saillent d'environ un pouce, forment des canelures d'un pouce & demi d'ouverture, lesquels vont en diminuant, & augmentent en nombre à proportion qu'elles approchent du sommet de la Plante terminée en cone.

Des toupets (1) composés chacun de 7, 8, ou 9 épines (2) écartées les unes des autres en maniere de rosette, couleur châtain, fines, fort affilées, roides, & dont les plus longues sont de près de 9 lignes, sortent d'espace en espace à un demi-pouce d'intervalle, de petites pelotes cotoneuses, grifâtres, de la grandeur & figure d'une Lentille ordinaire, & placées sur toute la longueur de ces côtes.

Son écorce est d'un vert gai, ou vert de Mer, tendre, lisse, & couvre une substance charnuë, blanchâtre, pleine d'un suc glaireux qui n'a qu'un goût d'herbe, & au milieu de laquelle se trouve un corps ligneux de quelques lignes d'épaisseur, aussi dur que le Chêne, & qui renferme une moëlle blanchâtre pleine de suc.

Onze ans après que ce Cierge fut planté, & étant devenu haut de 19 pieds environ, deux branches sortirent de sa tige à 3 pieds & quelques pouces de sa naissance. A la douzième année il poussa des fleurs (3) qui sortirent des bords superieurs des pelotons épineux répandus sur ses côtes. Depuis ce temps jusqu'à présent il a tous les ans jetté de nouvelles branches qui sont en tout semblables à la tige, & a donné des fleurs qui naissent ordinairement en Été de différents endroits des côtes de cette tige, quelquefois jusqu'au nombre de 15 ou 16.

Cette fleur (4) commence par un petit bouton (3) verdâtre, teint à sa pointe d'un peu de pourpre; il s'allonge jusqu'à un demi-pied, & grossit un peu plus que du double à son extrémité, laquelle s'épanouissant, forme une espece de coupe de près d'un demi-pied de diametre.

Elle est composée d'une trentaine de petales (5) longues de 2 pouces sur un demi de largeur, tendres, charnuës, comme couvertes de petites gouttes de rosée, blanchâtres à leur naissance, lavées de pourpre clair à leur extrémité qui est pointuë & legerement dentelée.

Une infinité d'éramines (6) longues d'un pouce & demi, blanchâtres, chargées d'un sommet jaune de souffre, partent par étage des parois interieurs d'un calice (7)

de couleur vert gai , épais de deux lignes , d'une substance charnuë , verdâtre , visqueuse & d'un goût d'herbe , canelé sur sa surface extérieure , & composé de plusieurs écailles longues , épaisses , étroites , vertes , teintes de pourpre à leur extrémité , & appliquées les unes sur les autres successivement , en sorte que les inférieures qui sont jointes à la naissance du calice , soutiennent les supérieures , lesquelles se divisent , s'allongent & s'élargissent à proportion qu'elles approchent des pétales de la fleur dont elles ne se distinguent que parce qu'elles sont les plus extérieures , plus charnuës , d'un vert jaunâtre vers leur milieu , & plus arrondies vers leur extrémité , qui est lavée d'un rouge brun.

Cette fleur qui a peu d'odeur , est portée sur un jeune fruit ( 8 ) coloré d'un même vert que l'est le calice à sa naissance , auquel il sert de base , & lui est si intimement joint , qu'ils ne font ensemble qu'un même continu.

La surface de ce fruit ( 8 ) gros alors comme une petite noix , est canelée , lisse & sans épines. Son intérieur renferme une chair blanchâtre , dans le milieu de laquelle est une cavité qui contient plusieurs semences.

Un pistille ( 9 ) long de 3 pouces & quelques lignes sur une & demie de diamètre , blanchâtre , évasé à sa partie supérieure en manière de pavillon découpé en 10 lanières étroites , longues de 6 lignes , prend sa naissance au centre de ce fruit , que nous n'avons pas vu meurir ici , & s'élève de sa partie supérieure , enfile le calice de la fleur & en occupe le centre. Là il est environné de toutes les étamines qui s'inclinent un peu de son côté sans le surpasser & sans en être touché.

Les observations auxquelles la description de ce Cierge peuvent donner lieu , sont

1°. Que cette espèce de Cierge n'a du rapport qu'à celle dont Tabernamontanus donne une figure qui a été copiée par Lobel , Dalechamp & Suvertius. C. Bauhin l'a nommée *Cereus Peruanus* , *spinosus* , *fructu rubro nucis magnitudine*. Pin. 458.

T iij

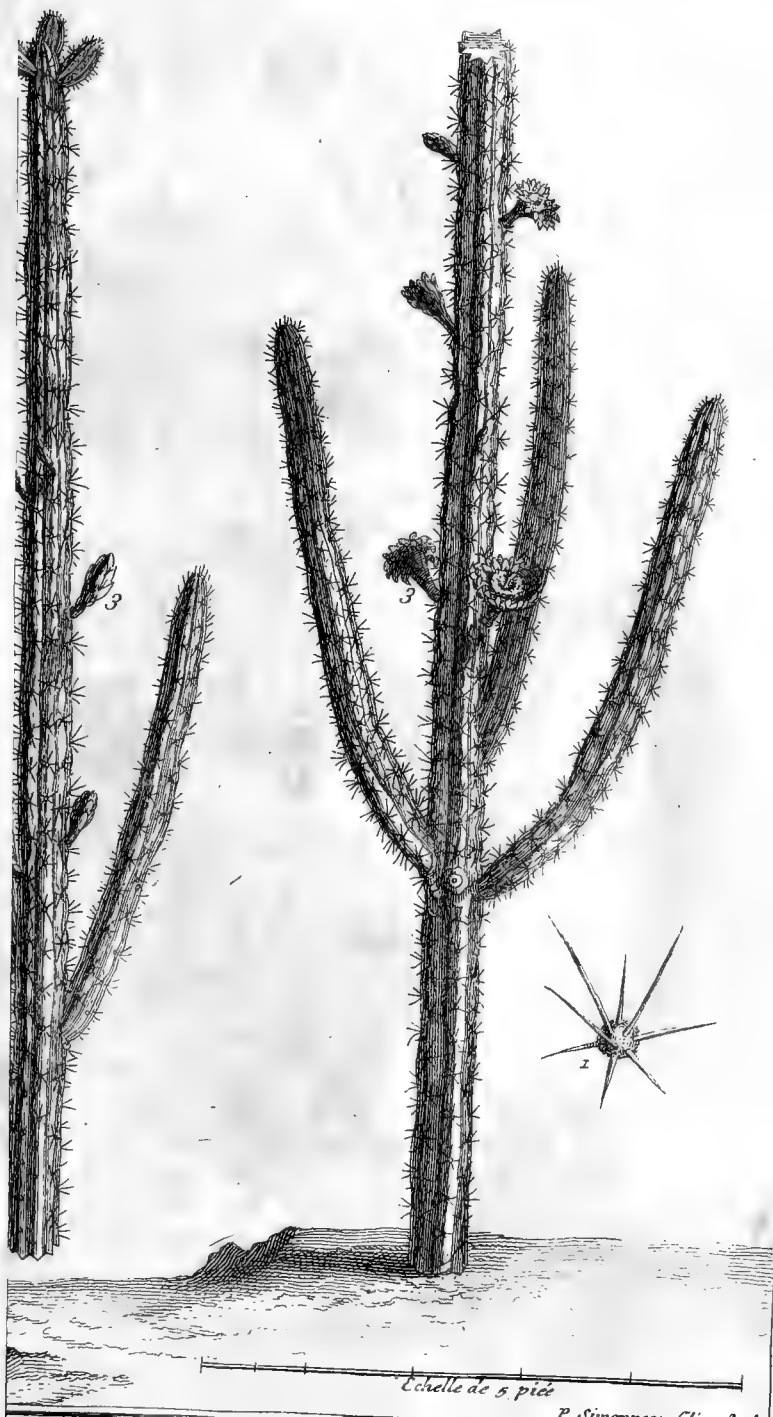
2°. Que cette espece est differente de celles rapportées par M. Herman & par le R. P. Plumier, parce que celle-ci jette des branches, & que le pistille de sa fleur est de niveau aux étamines, au lieu que celles-là n'ont qu'une seule tige sans branches, & que celle dont parle le R. P. Plumier pousse du milieu de sa fleur un pistile qui la surpasse de beaucoup.

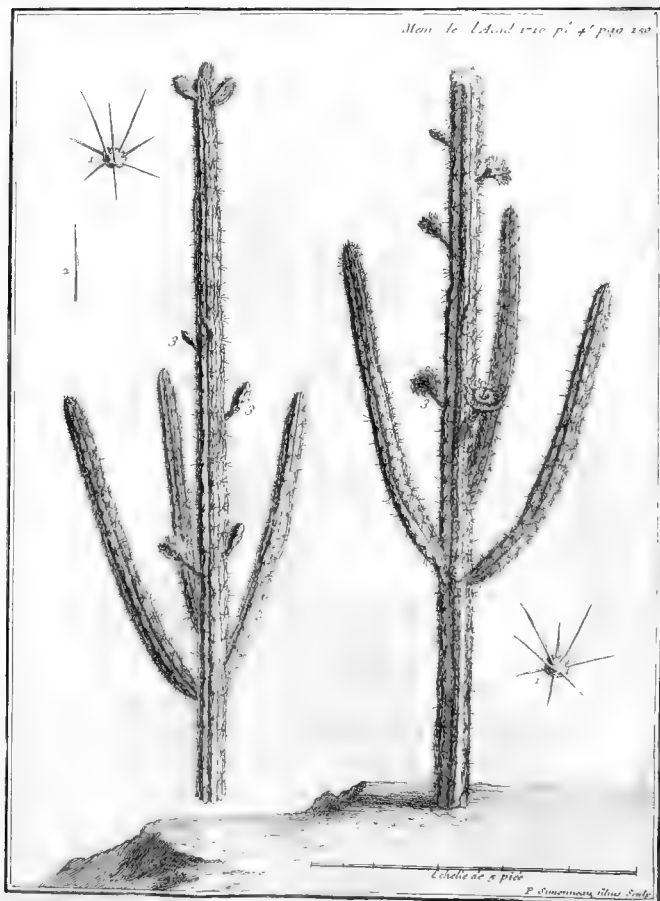
3°. Que quoi-que l'examen de la fleur & du fruit des Plantes ait été jugé propre pour en établir le caractère, on peut neantmoins quelquefois le faire sans ce secours, & par la seule inspection de la figure extérieure d'une Plante qui a quelque chose de particulier, ce qui se verifie à l'égard de celle-ci, qui est assez connoissable par la longueur de ses tiges, & par leurs cannelures dont les côtes sont herissées de paquets d'épines placées d'espace en espace; en sorte que comme elle ne porte des fleurs que fort tard, & que cette fleur passe très vite, & n'est bien en état que la nuit & vers le matin, elle devient à l'égard du Botaniste comme inutile pour juger du genre dans lequel la Plante qui la porte doit être placée.

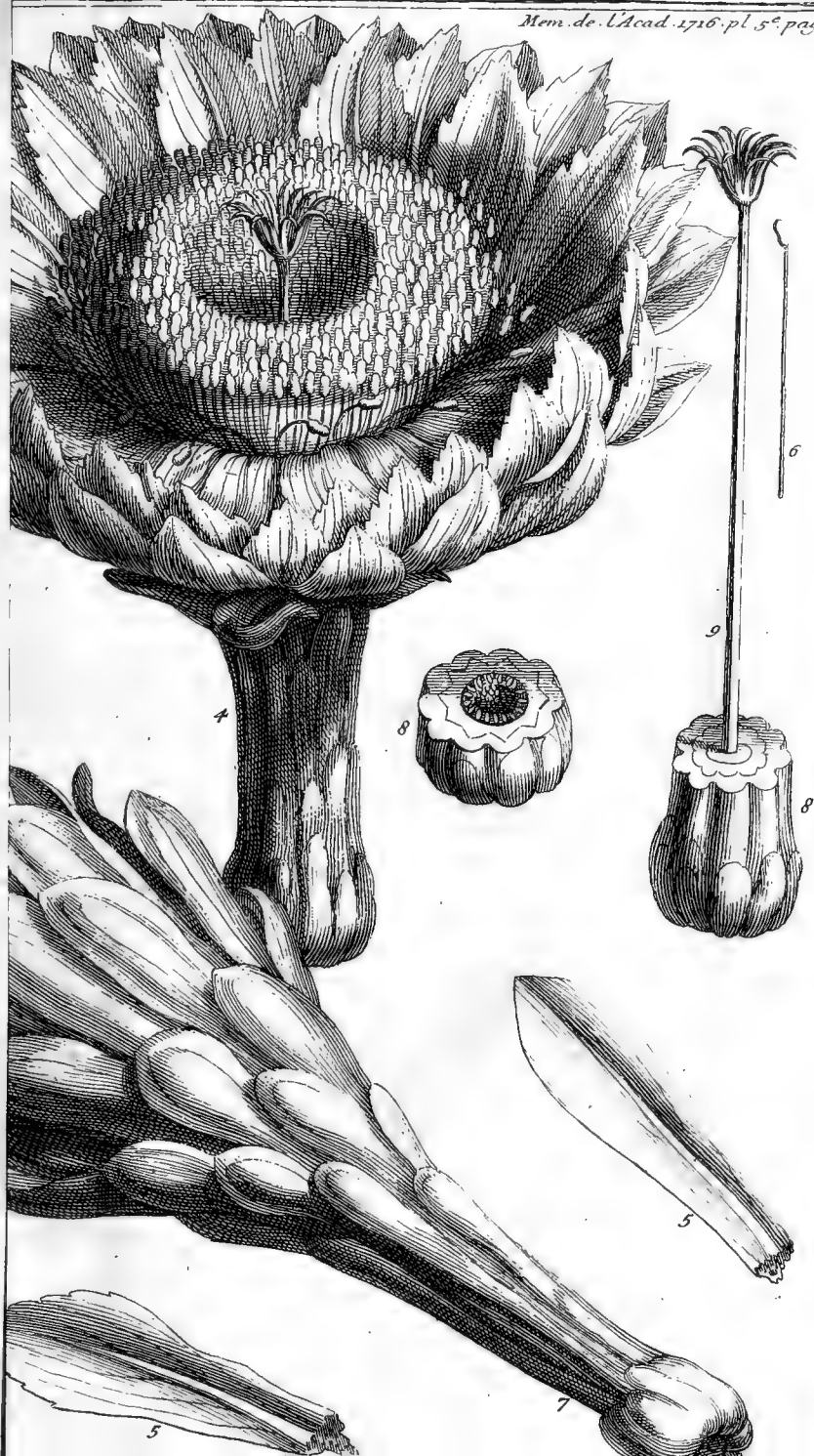
4°. Que le Cierge par la structure de ses fleurs, par celle de son fruit, & par ses paquets d'épines, a beaucoup de rapport à la Raquette ou *Opuntia*, & n'en differe que parce que les tiges de celle-ci ne sont point cannelées, & que ce qui est merveilleux dans la Végétation de l'une & l'autre de ces Plantes, est qu'elles puissent pousser un jet si haut, si charnu, & durer aussi long-temps avec des racines si courtes & avec aussi peu de terre.

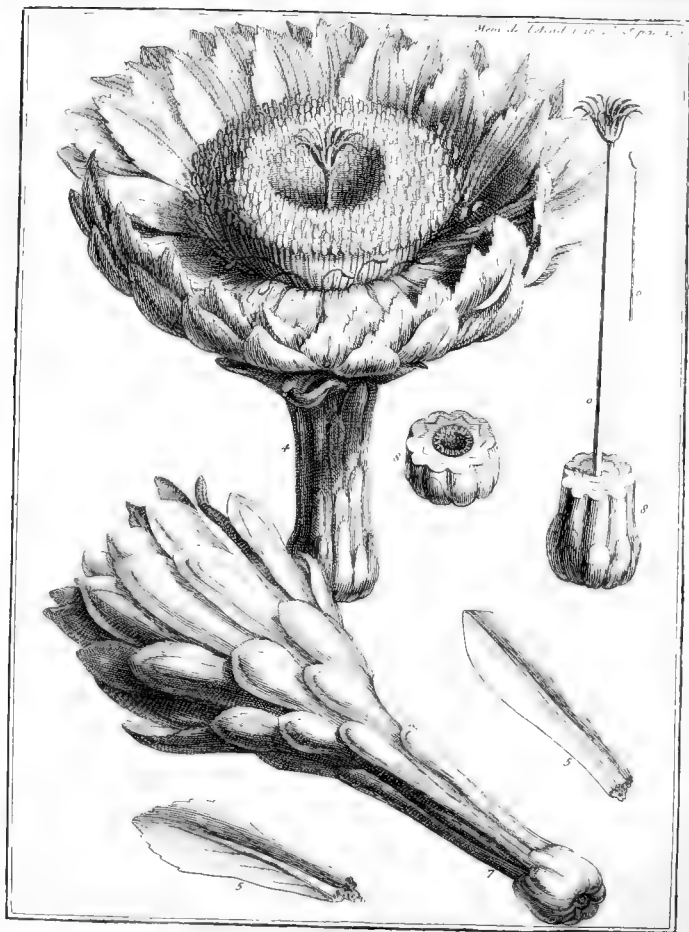
Ce que l'on a observé d'important pour la culture de ce Cierge par rapport au lieu où l'on doit le placer, c'est qu'il faut qu'il ait une exposition favorable qui le mette à l'abri du Nord, & où il puisse recevoir toute la chaleur du Soleil, de laquelle il ne peut jamais être endommagé.

Que les pluyes, la trop grande humidité & la gelée sont ses ennemis mortels; que pour l'engarentir, on doit le tenir fermé dans un Vitrage couvert par dessus, & qui









*P. Simonin, del. Sculp.*



puisse être élevé à mesure que ce Cierge croît.

Par rapport aux soins que l'on doit avoir de cette Plante, l'expérience a appris qu'il est nécessaire d'entourrer de fumier sec l'extérieur de la boîte vitrée qui l'enferme, & en même temps avoir la précaution de mettre intérieurement tous les soirs une poêle de feu pendant les froids les plus rigoureux.

Enfin on a éprouvé que pour multiplier ce Cierge, il faut en couper pendant les plus grandes chaleurs les jeunes branches, & les laisser faner deux à trois jours, en les exposant à l'ardeur du Soleil auparavant que de les mettre en terre.

## O B S E R V A T I O N S D E L' E C L I P S E D E J U P I T E R P A R L A L U N E,

*Faites le quatrième jour de Janvier 1716.*

Par M. MARALDI.

**L'**ECLIPSE de Jupiter par la Lune, qui est arrivée le 4 de Janvier de cette année 1716, n'a pû être observée à Paris, le Ciel y ayant été couvert pendant toute la nuit. Les nuages déroberent aussi cette Observation à M. de Plantade, qui s'étoit préparé à la faire à Montpellier, car à 9<sup>h</sup> 41', lorsque Jupiter étoit près de toucher la partie obscure de la Lune, le Ciel se couvrit, & il ne fut plus possible de faire d'autres Observations.

A Marseille le R. P. Feüillée ne pût voir la Lune qu'à travers des nuages épais, avec une lumière foible du côté d'Orient où devoit être Jupiter. Cette lumière disparut tout à coup à 9<sup>h</sup> 58' 44", ce qui lui fit juger que c'étoit

là le moment que Jupiter fut caché par la Lune.

Le Ciel a été un peu plus favorable aux Astronomes d'Italie. M. le Marquis Saluago a fait à Gennes cette Observation avec M. l'Abbé Barrabini. Ils ont observé qu'à  $10^h 16' 10''$  le bord Oriental de Jupiter commença de toucher le bord Occidental & obscur de la Lune. A  $10^h 17' 40''$  Jupiter fut caché entierement par la Lune. A  $11^h 20'$  Jupiter ne paroissoit pas encore. A  $11^h 23' 46''$  il étoit sorti & éloigné d'un de ses demi-diametres du bord de la Lune.

Le même M. Saluago nous a envoyé les Observations qu'il a faites pendant le mois de Janvier de cette année 1716 avec un Thermometre de M. Amontons, par lesquelles il paroît que le plus grand froid de cette année est arrivé à Gennes le 20 Janvier, ce Thermometre étant descendu ce jour-là à  $52^d 5'$ , au lieu qu'à Paris le plus grand froid est arrivé le 22 de Janvier, deux jours après le plus grand froid de Gennes. En 1709 le même Thermometre de Gennes situé au même lieu de cette année, descendit le 12 Janvier, qui fut le jour le plus froid à  $52^d 2'$ . Il est donc descendu cette année 3 lignes de moins qu'en 1709, quoi-qu'à Paris la plupart des Thermometres ayent descendu cette année tant soit peu plus qu'en 1709. Un Thermometre semblable à celui de Gennes descendit à Paris en 1709 à  $49^d 9'$  le 12 Janvier, desorte qu'à Paris il fut plus bas qu'à Gennes de 2 pouces & demi.

M. Bianchini a observé aussi à Rome la même Eclipse de Jupiter par la Lune de la maniere suivante.

A  $10^h 20' 44''$  le 4<sup>e</sup>. Satellite qui étoit le plus éloigné vers l'Orient est caché par la Lune. A  $10^h 20' 58''$  le 3<sup>e</sup>. Satellite est caché. A  $10^h 35' 25''$  le bord Oriental de Jupiter touche le bord Occidental de la Lune. A  $10^h 36' 50''$  le second bord de Jupiter disparoit. A  $11^h 43' 15''$  le premier bord de Jupiter commence à sortir de la Lune. A  $11^h 44' 26'$  le second bord de Jupiter sort de la Lune. On ne pût pas observer exactement la sortie des  
Satellites

Satellites, à cause de quelques nuages rares au travers desquels on voyoit Jupiter.

On avoit observé à Paris & à Rome une Eclipse semblable de Jupiter par la Lune le 25 Juillet de l'année précédente 1715 qui arriva pendant le jour ; il y a donc eû en 5 mois & 10 jours écoulés depuis le 25 Juillet jusqu'au 4<sup>me</sup>. Janvier suivant deux Eclipses de Jupiter par la Lune : la premiere est arrivée deux jours après la seconde quadrature de la Lune avec le Soleil, & la seconde deux jours après la premiere Quadrature, & toutes deux proches du nœud descendant de la Lune.

Dans l'Eclipse du 25 Juillet Jupiter étoit direct, & il s'est encore avancé deux degrés vers l'Orient depuis ce jour-là jusqu'à la mi-Septembre. Ensuite il a retrogradé jusqu'au commencement de Janvier, en sorte que par ce mouvement retrograde il a parcouru vers l'Occident 10 degrés & demi, desquels si l'on ôte les deux degrés de mouvement direct, on aura l'excès du mouvement retrograde sur le direct de 8 degrés & demi, dont Jupiter étoit reculé vers l'Occident depuis le lieu où il se trouvoit dans l'Eclipse du 25 Juillet jusqu'à celle du 4 Janvier suivant. Dans ce même intervalle de temps le nœud de la Lune qui marche toujours contre l'ordre des Signes, ou d'Orient en Occident, a parcouru 8 degrés & demi vers l'Occident, ce qui est égal à l'excès du mouvement retrograde de Jupiter sur le direct trouvé ci-dessus, ainsi à cause de cette retrogradation, Jupiter a passé le 4 Janvier pour la seconde fois à une distance du nœud descendant de la Lune égale à peu-près à celle où Jupiter s'étoit rencontré le 25 Juillet. La Lune ayant donc passé près de ce nœud le 4 Janvier, & par le même degré de longitude où étoit Jupiter à 9<sup>h</sup> & demie du soir sous le Méridien de Paris, lorsque ces deux Astres étoient sur notre hemisphere, la Lune a rencontré une seconde fois cet Astre, & l'a caché à une grande partie de l'Europe.

## EXPLICATION MECANIQUE

*De quelques differences assez curieuses qui résultent de la dissolution des differents Sels dans l'Eau commune.*

Par M. LEMERY.

27 Juin  
1716.

J'AY prouvé dans un autre Memoire que la suspension des matieres salines, terreuses, métalliques, dissoutes dans un liquide, n'étoit point dans le cas des loix ordinaires de l'Hidrostatique, énoncées dans ce Memoire, & que cette espece de suspension particuliere supposoit une mécanique très-différente dont j'ai tâché de développer avec soin toutes les circonstances. C'est de quelques-unes de ces circonstances dont je vais faire une récapitulation succinte avant que d'entrer en matiere, & cela pour une plus grande intelligence de ce que j'ai à dire dans la suite.

Je remarquerai 1°. Que quoi-que toutes les liqueurs dissolvantes soient exterieurement fort tranquilles, non seulement elles sont interieurement dans une agitation continuelle, mais même qu'on ne devineroit jamais jusqu'où va la force de ce mouvement, si l'on ne faisoit pas attention & à la cause qui le produit, & sur-tout aux effets dont il est capable.

2°. Que ces liqueurs réduisent le corps soumis à leur action, en une poussiere d'une finesse qu'on n'imagineroit presque point, sans des experiences sensibles & incontestables qui ne laissent aucun lieu d'en douter.

3°. Que quand le corps est parvenu au point de division dont on vient de parler, chaque petite portion du liquide peut alors en envelopper, & en enlever une particule par une mécanique dont le détail seroit un peu long à rapporter, & dont on peut toujours faire sentir la

verité par la comparaison d'un vent fort considerable, ou d'une liqueur fortement battuë & agitée, qui par le seul mouvement de leurs parties, enlèvent facilement la poussière d'un corps plus pesant en pareil volume que ces deux fluides, & qui ne le pourroient faire, si les parties de ce corps étoient réunies, & ne faisoient qu'une seule & unique masse.

Enfin comme il ne reste aucun lieu de douter que la suspension du corps dissout ne soit une suite nécessaire de l'extrême division qu'il a souffert dans le liquide, puisque jusqu'à cette division il ne peut y être suspendu, & demeure toujours au-dessous; par une raison contraire, quand plusieurs particules du corps dissout viennent à se réunir ensuite par quelque cause que ce puisse être, le liquide ne doit plus être capable de les soutenir en cet état, aussi s'en séparent-elles en se précipitant.

Quoi-que l'action de toutes les liqueurs dissolvantes soit la même, & consiste dans un même point, c'est-à-dire, dans une division très exacte du corps mis en dissolution, & que l'eau commune, par exemple, dissolve tous les sels differents par la même voye; cependant quand on examine ce qui se passe dans toutes ces dissolutions, on y remarque des differences assez curieuses qui ne viennent pas de la part du dissolvant aqueux qui est toujours le même, mais de la part des sels qui sont differents: c'est sur quelques-unes de ces observations que je vais proposer mes conjectures.

On sçait qu'entre les differents sels, il y en a qui demandent plus de temps que d'autres pour leur dissolution. La premiere & la principale cause qui s'offre à l'esprit pour imaginer cette difference, c'est le plus ou le moins de solidité des sels; car ceux dont les parties sont plus rapprochées les unes des autres, laissent entre elles moins d'interstices, où les parties d'eau puissent s'insinuer; le liquide n'agit donc alors particulièrement que sur la surface extérieure du sel, dont il arrache continuellement quelques

I.  
PARTIE.

particules jusqu'à la fin ; au lieu que quand le liquide pénétre facilement au dedans du sel, il agit alors extérieurement & intérieurement, & un plus grand nombre de ses parties étant employées & travaillant à la fois sur le sel, il doit être par-là bien plutôt enlevé.

Mais on ne conçoit pas, du moins aussi aisément, que quand on a versé séparément différentes portions égales d'eau commune sur différents sels, il y en ait de certains dont l'eau enlève & tienne en dissolution une beaucoup plus grande quantité que d'autres. On croiroit même volontiers que ce liquide devrait se charger autant des uns que des autres, pourvu que d'ailleurs on lui accordât le temps requis pour la dissolution, & qui doit être plus ou moins grand suivant la nature du sel.

Cependant j'ai remarqué par un grand nombre d'expériences, que quelque précaution qu'on prenne du côté du temps, l'eau se charge toujours d'une beaucoup plus grande quantité de certains sels, qu'elle ne le peut faire d'autres sels ; & je n'en ai même jamais vu deux qui se ressemblassent assez parfaitement par cette circonstance, pour ne demander précisément que la même quantité d'eau pour leur dissolution ; mais où cette différence est plus remarquable & plus singulière, c'est dans la comparaison du sel de Tartre avec plusieurs autres sels, comme par exemple avec le Salpêtre, car j'ai observé qu'il falloit quatre parties d'eau ou environ pour dissoudre une partie de Salpêtre, au lieu qu'il n'en faut qu'une du liquide pour une du sel de Tartre ; j'ai quelquefois même dissout plus d'une once de ce sel dans une once d'eau, & par-là plus de la moitié du nouveau liquide étoit sel.

On dira peut-être que quoi-que le volume de 8 gros de sel de Tartre soit beaucoup plus grand que celui de 2 gros de Salpêtre, cependant les parties du Salpêtre ne s'arrangent pas à beaucoup près aussi-bien les unes auprès des autres que le font les parties du sel de Tartre, dans les interstices que laissent naturellement entre elles les parties

de l'eau & par là le même espace qui ne peut contenir que 2 gros de Salpêtre, peut embrasser jusqu'à 8 gros & plus de sel de Tartre: mais on verra clairement par la suite que ce n'est pas dans ces interstices que se logent les sels fondus dans l'eau, & que les parties du sel de Tartre ne s'arrangent pas mieux dans le liquide que celles des autres sels, pour ce qui regarde l'espace qu'ils ont tous à remplir.

Peut-être dira-t-on encore que le mouvement des parties de l'eau, ou plutôt la force qu'elles ont pour dissoudre étant finie, 2 gros de Salpêtre demandent autant de cette force pour leur dissolution que 8 gros de sel de Tartre; & qu'alors cette force est également épuisée dans l'un & dans l'autre cas, puisque l'une & l'autre portion d'eau ne peuvent point aller au de-là de leur dose particulière de sel.

Je conviens que si l'eau se trouvoit chargée jusqu'à un certain point de quelques sels, comme elle partageroit avec eux la quantité du mouvement qu'elle a; ce mouvement distribué pourroit à la fin diminuer si fort, que tout ce que l'eau pourroit faire alors, ce seroit de contenir en division & en mouvement le corps qu'elle auroit déjà dissout, & qui ne lui permettroit plus d'en dissoudre de nouveau; mais cette raison n'a pas de lieu dans le cas dont il s'agit; car une once d'eau qui ne contient que 2 gros de Salpêtre, a une charge bien moindre à soutenir, & doit avoir conservé bien plus de mouvement qu'une autre once d'eau, qui a un poids égal au sien, & même plus considérable à élever & à conduire; & si la force de quelque liqueur paroît épuisée, ce doit être celle de la dernière.

Il est vrai que le Salpêtre est plus compacte, & laisse moins d'intervalle entre ses parties, que le sel de Tartre; d'où l'on ne peut conclure autre chose, sinon qu'il y aura moins de parties d'eau qui agiront à la fois sur le Salpêtre comme il a déjà été expliqué, & par conséquent qu'il faudra plus de temps pour le dissoudre; mais la force de l'eau

ne diminuera toujours que de la quantité du nouveau poids dont elle se fera chargée après la division du corps ; & supposé qu'il faille le poids d'une once de sel pour épuiser la force d'une once d'eau , cette once d'eau qui n'aura dissout que 2 gros de Salpêtre aura encore la force requise pour la dissolution de 6 autres gros de ce sel , pourvu qu'aucune circonstance particulière ne s'oppose alors à son action , & c'est précisément là ce qui arrive dans la dissolution du Salpêtre ; car si c'étoit par un défaut de force que l'eau ne pût plus en enlever au de-là de la dose marquée , pourquoi se chargeroit-elle encore ensuite d'une assez grande quantité d'autres sels dont il y en a qui sont plus difficiles à dissoudre que le premier ? pourquoi recommenceroit-elle à mordre sur le Salpêtre dans un temps que sa force est réellement bien plus affoiblie qu'elle ne l'étoit quand elle a cessé d'y agir , comme nous le marquerons dans la suite ? Tout cela ne prouve que trop qu'il faut avoir recours à une autre voye pour expliquer la différente quantité d'eau que demande chaque sel en particulier , & pourquoi la liqueur ne peut pas passer au de-là d'une certaine dose de sel , quoi-qu'elle paroisse avoir , & qu'il lui reste en effet beaucoup plus de mouvement qu'il n'en faudroit pour continuer la dissolution du même sel. C'est-là ce que nous allons tâcher d'expliquer d'une manière très sensible , par la comparaison du sel de Tartre & du Salpêtre.

Pour entrer dans cet éclaircissement faisons d'abord une supposition qui se trouvera parfaitement justifiée dans la suite par l'expérience. Imaginons-nous que chaque petite partie integrante du sel de Tartre est d'une figure qui ne leur permet pas de s'unir bien étroitement les unes aux autres , qu'elles laissent toujours entre elles beaucoup d'intervalle , & qu'elles ne font que se toucher en quelques endroits sans pouvoir contracter une union plus parfaite , quand ayant été séparées les unes des autres , elles viennent ensuite à se rencontrer. Supposons au contraire que



la surface extérieure de chaque petite partie integrante du Salpêtre est telle que par-là , plusieurs de ces parties sont fortement unies les unes aux autres , & laissent naturellement ent'elles d'autant moins d'intervalle ; de maniere que quand ces parties auront été desunies , & qu'elles viendront ensuite à se rapprocher , elles se réuniront facilement , à peu près comme deux marbres fort polis , dont les surfaces se presenteroient l'une à l'autre. Suivant cette supposition les parties d'eau doivent séparer bien vîtes les parties du sel de Tartre , qui ne sont pas déjà fort unies , & qui ofrent à leur dissolvant une grande quantité d'endroits pour les aller attaquer. Par la même raison une grande quantité du sel de Tartre doit subsister en dissolution dans le liquide ; car quand les parties de ce sel viendront à s'y rencontrer , comme la nature de leurs surfaces ne leur permet point de s'approcher de fort près , le moindre mouvement sera capable de les empêcher de se réunir assez fortement plusieurs ensemble , pour former de grosses masses qui ne puissent plus être suspenduës en cet état dans le liquide.

Il n'en est pas de même du Salpêtre , car outre que l'eau ne trouve pas autant d'interstices entre ses parties , & emploie par consequent plus de temps à les séparer ; la facilité qu'elles ont à se réunir est cause qu'il leur faut beaucoup plus de parties d'eau qu'au sel de Tartre , non pas à la verité pour les mouvoir & les emporter , mais pour leur servir en quelque sorte d'intermede qui les éloigne les unes des autres , & qui les empêche par-là de se rapprocher ; car sans ces parties d'eau interposées , celles du Salpêtre ne subsisteroient pas long-temps dans leur division , elles se rencontreroient à tout instant , & ne tarderoient guère à produire par leur réunion des masses incapables de se soutenir dans le liquide ; au lieu que quand chacune de ces parties se trouvent toujours enveloppées par une suffisante quantité de parties d'eau , elles ne se retrouvent point , ou si par hazard elles le font , les parties d'eau qui leur servent d'intermede , ne leur donnent pas le temps de se réunir.

De maniere que quand on verse de l'eau sur un morceau de Salpêtre, elle en détache continuellement des parties qui s'introduisent, se placent & subsistent dans le liquide, tant qu'elles s'y trouvent suffisamment séparées les unes des autres; mais quand toutes les parties d'eau ont été employées, ou comme vehicules, ou comme intermedes, l'eau qui frappe toujours sur la masse de sel restée au fond, & qui s'y presente avec les parties du même sel qu'elle a déjà dissoutes, peut bien encore détacher quelques parties de cette masse; mais dès que ces parties détachées seront en état de s'élever, elles trouveront aussitôt dans la partie même du liquide qui les touche, d'autres parties du même sel déjà dissoutes, qui les feront précipiter à l'instant, ou qui ne leur donneront pas le temps de s'élever; & si par hazard quelques-unes de ces parties nouvellement détachées trouvoient le secret de s'insinuer plus avant dans la liqueur, ou elles se joindroient bientôt avec les anciennes, ou elles leur déroberoient les parties d'eau qui servoient à leur dissolution, & par-là il en retomberoit autant des anciennes qu'il en seroit entré des nouvelles; ce qui seroit toujours la même dose de sel pour le liquide.

Par consequent si 2 gros de Salpêtre demandent autant de parties d'eau pour leur dissolution que 8 gros de sel de Tartre; ce n'est pas qu'il faille trois fois plus de force pour enlever & soutenir une partie de Salpêtre qu'il en faut pour une de sel de Tartre, mais c'est que les parties du sel de Tartre peuvent se toucher plus impunément dans le liquide & sans crainte de réunion. Enfin quoi-que les deux dissolutions de Nitre & de sel de Tartre ne soient pas plus capable l'une que l'autre de dissoudre une plus grande quantité de leurs sels que la dose qui a été marquée; ce n'est pas que le mouvement du total du liquide soit également affoibli dans l'un & dans l'autre cas, mais c'est que les parties de l'eau se trouvent également employées, si ce n'est comme vehicules, du moins comme intermedes.

Pour

Pour être présentement convaincu que nôtre supposition sur le Salpêtre & le sel de Tartre est parfaitement conforme à l'expérience, il n'y a qu'à considérer ce qui se passe, quand après avoir dissout du Salpêtre, on fait ensuite évaporer la liqueur jusqu'à pellicule; car chaque petite partie de ce sel qui se trouvoient auparavant séparées par le dissolvant, venant ensuite à se rapprocher & se rencontrer les unes & les autres par l'évaporation de l'intermede qui les éloignoit, elles forment en se réunissant, des cristaux ou des masses grosses & solides qui sont telles qu'elles l'étoient avant la dissolution du sel. Mais quand on fait la même operation sur le sel de Tartre, ses parties peu propres à se réunir malgré leur rencontre, ne se cristallisent point, elles tombent seulement les unes auprès des autres, en une poussiere friable & si poreuse, que la moindre humidité de l'air est capable de la pénétrer & de l'humecter. Et ce qui prouve que c'est véritablement le peu de disposition qu'ont les parties du sel de Tartre à s'unir étroitement ensemble, qui fait que l'eau dissout plus de ce sel que de tout autre, c'est une observation que j'ai faite de la dissolution du Mercure comparée à celle de plusieurs autres corps métalliques dissolubles par l'esprit de Nitre; car on sçait que les parties du Mercure se touchent seulement en quelques endroits, sans être étroitement unies les unes aux autres, ce qui fait que la moindre force est capable de les séparer & de les agiter; au contraire les parties de l'Argent, du Bismut tiennent fortement ensemble, & quand on les sépare par le moyen de la fusion, à mesure que la cause de cette fusion se dissipe, chaque partie métallique par la nature de leurs surfaces, s'appliquent immédiatement les unes contre les autres, & rentrent dans leur premier état de dureté & de solidité, le Mercure est donc en quelque sorte par rapport à ces métaux, ce qu'est le sel de Tartre par rapport aux sels qui se cristallisent; aussi ai-je observé qu'il falloit bien moins d'esprit de Nitre pour la dissolution du Mercure

que pour celle de l'Argent & du Bismut.

Ce qui a été dit sur le sel de Tartre & le Salpêtre donne lieu à l'éclaircissement d'une observation curieuse que j'ai faite, & qui sert elle-même à confirmer de plus en plus nôtre supposition.

On sçait que l'huile de Tartre n'est autre chose que le sel même du Tartre dissout dans une suffisante quantité de phlegme; on sçait encore que les esprits acides comme ceux du Nûre, du Vitriol, sont des corps solides & pointus qui nagent aussi dans du phlegme. Ces deux corps, sçavoir les acides & le sel de Tartre, ont séparément assez de phlegme ou d'eau pour les soutenir, puisqu'en effet ils demeurent suspendus; mais quand les deux liqueurs ont été mêlées ensemble, & que les acides incorporés dans les pores du sel de Tartre, ont pris la forme d'un sel moyen, il n'y a plus alors assez de phlegme pour soutenir le nouveau sel, dont la plus grande partie abandonne le liquide en se précipitant au fond du vaisseau, où il demeureroit éternellement sans se dissoudre, si on n'y adjoûtoit pas une suffisante quantité de nouvelle eau.

Pour concevoir la mécanique de cette observation, il n'y a qu'à considérer ce qu'étoient les parties du nouveau sel avant qu'elles fussent unies, & ce qu'elles sont devenues depuis leur union. A l'égard du sel de Tartre nous avons fait voir qu'il étoit d'une nature à n'exiger tout au plus qu'une partie égale d'eau pour la dissolution, & effectivement il n'y en a pas davantage dans l'huile de Tartre. Pour ce qui est des acides, il ne leur en faut pas encore beaucoup, puisque j'ai observé que dans une once de certains esprits acides, il y avoit plus de 5 gros d'acides, & environ 3 gros de phlegme; ce qui s'accorde parfaitement avec la figure que l'on suppose communément aux acides, & qui ne leur permettant guere, non plus qu'aux parties du sel de Tartre, de s'unir bien fortement les uns aux autres, les met aussi dans la situation de n'avoir besoin que d'une petite quantité d'eau.

Mais il n'en doit pas être de même du nouveau sel formé du mélange des deux ; car ce ne sont plus alors des acides qui nagent seulement avec d'autres acides, ou des parties de sel de Tartre avec d'autres parties de sel de Tartre, c'est par exemple un véritable Salpêtre, supposé qu'on ait employé l'esprit de Nitre ; & comme nous avons suffisamment prouvé que les parties integrantes de ce sel avoient autant de disposition à s'unir, que les acides & les parties du sel de Tartre, nageant séparément dans leur liquide, en ont peu ; il est évident que la quantité de phlegme qui convenoit à chacun de ces corps en particulier, ne doit plus suffire pour le sel moyen ; par conséquent il n'en doit rester dans la partie aqueuse du mélange que ce qu'elle eût été capable d'en dissoudre, si elle eût été versée dessus ; & le reste du sel, faute d'intermede, doit se réunir & se précipiter au fond du vaisseau, où il se trouve dans le même cas que le surplus d'un sel dont l'eau se seroit déjà chargée, & dont elle ne pourroit plus rien enlever.

Enfin il paroît par le détail de cette observation, qu'on peut déterminer à peu-près combien une certaine quantité du sel moyen demande de parties d'eau pour lui servir de vehicule & de support, & combien il lui en faut encore pour servir d'intermede & de barriere à chacune de ses parties. Il ne s'agit d'abord que de supputer la quantité d'eau qui se trouve dans l'huile de Tartre & dans l'esprit acide qu'on veut employer, & qu'il faut choisir le plus déphlegmé qu'il est possible ; il faut mesurer ensuite combien il s'est précipité de sel après le mélange, combien il en est resté dans le phlegme, & combien il faut de nouvelle eau pour dissoudre le sel précipité. J'ai découvert par la voye que M. Homberg nous a indiquée, que dans une once d'un esprit de Nitre dont je me suis servi pour cette opération, il y avoit 5 gros d'eau. Je sçai encore qu'il y en avoit une once dans 2 onces d'huile de Tartre que j'ai employées ; par consequent il se trouve dans le mélange

des deux liqueurs, 13 gros de phlegme sur 11 gros de sel, dont seulement 3 gros ou environ sont restés dissouts dans la partie aqueuse, & le reste du sel s'est précipité, & n'a pû être totalement dissout qu'en versant sur le mélange 32 gros de nouvelle eau.

Cela étant, je dis que les 32 gros d'eau adjoutées au mélange, n'y sont nécessaires que pour tenir toute la quantité des 11 gros de sel en séparation, & nullement pour lui servir de vehicule ; car les 13 gros d'eau qui se trouvoient naturellement répandus dans les deux liqueurs, suffisoient pour le sel de Tartre, & pour les acides en particulier ; on pourroit même croire qu'il y avoit encore dans ces 13 gros d'eau quelques parties qui ne servoient que d'intermede aux sels ; mais supposons qu'ils n'en eussent pas besoin pour cet emploi, & que toutes ne fussent destinées qu'à les soutenir, il est toujours certain que depuis que ces sels ont pris une autre forme par leur union, ils n'ont pas augmenté de poids, ils sont toujours dissolubles, & l'on ne voit pas pourquoi la même force qui pouvoit bien auparavant les soutenir & les mouvoir dans toute l'étendue du liquide, ne suffiroit pas encore pour cela. Les 4 onces d'eau adjoutées au mélange ne servent donc, comme il a déjà été dit, qu'à tenir les parties du nouveau sel, éloignées les unes des autres, de crainte de réunion ; & le nouveau sel n'auroit pas eu besoin de ce renfort de parties d'eau, si les surfaces de ses parties integrantes eussent été aussi peu propres à se réunir, que l'étoient celles des parties du sel de Tartre ou des acides.

Enfin on peut conclure de ce qui a été dit, que les différents sels ne demandent tous que la même force, ou la même quantité de particules d'eau pour les mouvoir & les soutenir ; & que s'ils avoient tous des parties aussi propres ou aussi peu propres à se réunir les uns que les autres, il ne leur faudroit en tout qu'une dose égale de ce liquide pour les dissoudre & les contenir en dissolution ; mais comme ils different plus ou moins les uns des autres par

cette circonstance, il leur faut aussi plus ou moins de parties d'eau pour leur servir d'intermede. C'est uniquement par rapport à cette circonstance que 2 gros de phlegme dissolvent 2 gros de sel de Tartre, & ne peuvent dissoudre que demi gros de Salpêtre ; c'est encore par la même raison que 13 gros d'eau tenoient séparément en dissolution le sel de Tartre & les acides du Salpêtre, & qu'il en faut jusqu'à 45 du liquide pour le même poids de ces sels réunis.

Après avoir expliqué les variétés qui resultent de la dissolution de differents sels fondus séparément en différentes portions d'eau, il nous reste presentement à examiner ce qui arrive, quand on verse successivement plusieurs sels dans une même portion de liqueur. On sçait que quand l'eau s'est chargée autant qu'il lui est possible d'un premier sel, & qu'elle ne paroît plus en pouvoir dissoudre davantage, si on lui en offre alors un second, un troisième d'une autre espece, elle y mord, & en enleve jusqu'à un certain point, mais on ne sçait pas, du moins personne que je sçache, n'a remarqué que de nouvelles parties du premier sel, qui avant la dissolution du second ne trouvoient plus d'accès dans le liquide, recommençaient à en trouver, quand le second sel y avoit été reçu jusqu'à une certaine quantité. La premiere fois que je fis cette observation, ce fut sur une forte dissolution de Salpêtre, au fond de laquelle j'avois laissé un morceau assez gros de ce sel, qui pendant plusieurs jours y avoit subsisté dans son entier : j'y versai ensuite à différentes reprises une certaine quantité d'un second sel qui fut enlevé par la liqueur, le morceau de Salpêtre restant toujours au fond, & ne me paroissant pas avoir diminué ; enfin après avoir encore versé une dose du second sel, j'eus lieu d'être étonné peu de temps après que je n'apperçû plus au fond du liquide ni le premier ni le second sel, j'y en versai ensuite un morceau de chacun, pour voir si la dissolution du Salpêtre continueroit ; il continua en effet plusieurs fois à se dissoudre

II.  
PARTIE.

de compagnie & à la faveur de l'autre sel, dont je joignois toujours un morceau à celui du premier. Cette observation m'a fait répéter la même expérience sur différents sels & de différentes manieres; & j'ai toujours vû que le premier sel recommençoit après coup à être admis dans le liquide, & souvent même en une quantité assez considerable.

J'ai remarqué encore d'autres particularités sur la dissolution successive de plusieurs sels dans une même portion de liquide; mais comme ce détail alongeroit trop mon Memoire, je m'en tiendrai aujourd'hui à l'explication des faits qui viennent d'être rapportés.

Pour rendre raison de la dissolution successive dont il s'agit, on dit communément que les sels se logent dans les interstices ou les vuides qu'ils laissent naturellement entre elles les parties de l'eau: trois boules, par exemple, appliquées les unes contre les autres, laissent entre elles un certain espace; & c'est dans un pareil espace qu'on suppose l'habitation des sels, ensorte, ajoute-t-on, que le premier sel ne pouvant pas toujours remplir tout cet espace, à cause de la figure de ses parties, les sels qui viennent ensuite, & dont les parties ont une autre figure, trouvent le secret de s'accommoder à celle du terrain qui leur a été laissé, & par conséquent de l'occuper.

Il ne manque à ce sentiment que la verité, car sans alleguer plusieurs raisons très fortes, & tout-à-fait contraires à cette hypothese, en voici une qui me paroît décisive, & qui est la suite d'une expérience faite sur différents sels, comme le Nitre, & le sel commun.

J'ai mis de l'eau dans un tuyau de verre jusqu'à une certaine hauteur que j'ai marquée, j'y ai ensuite versé une quantité de sel proportionnée à ce que l'eau pouvoit en dissoudre, la liqueur s'est aussitôt élevée à proportion du volume du sel qui s'étoit précipité au fond du tuyau: j'ai marqué sur le tuyau l'endroit où la liqueur étoit montée par l'addition du sel; & quand il a été fondu, j'ai trouvé que la liqueur étoit demeurée au point où elle étoit mon-



tée en dernier lieu par le mélange du sel ; ce qui ne devroit point arriver, si les sels se plaçoient dans les interstices naturels des parties de l'eau ; car si l'on suppose un corps solide percé de plusieurs trous qu'on remplisse avec une matiere étrangere ; ou si l'on veut un amas de bales de plomb, dans les interstices desquelles on fasse couler un liquide, certainement le volume du corps solide, ni celui des bales de plomb, ne seront point augmentés par la nouvelle acquisition qu'ils auront faite ; par conséquent si le sel précipité au fond de l'eau souleve les parties du liquide tant qu'il n'y est point encore uni, à mesure qu'il s'insinüe, selon l'hypothese, dans les interstices naturels de l'eau, elle doit s'abaisser & reprendre insensiblement après la dissolution de tout le sel, le volume qu'elle avoit avant que le sel y eut été mêlé ; ou du moins si elle ne revient pas tout-à-fait à ce point, elle doit s'en écarter de bien peu, & non pas de tout le volume de sel, comme je l'ai toujours observé.

Ce n'est donc point dans les interstices dont on vient de parler, mais seulement entre les parties de l'eau que se logent les sels, & comme nous avons prouvé dans un autre Memoire, que les sels devenoient un veritable fluide par la dissolution, on doit regarder à peu-près le mélange des sels avec l'eau, comme celui de deux liqueurs dont les parties confonduës & placées les unes entre les autres, s'écarteroient & s'éloigneroient mutuellement, ce qui donneroit au total du liquide le volume qu'avoient les deux liqueurs en particulier.

Quoi-que l'hypothese qui vient d'être refutée soit communément employée pour expliquer la dissolution successive de plusieurs sels dans une même portion d'eau, cependant elle n'est pas la seule qui ait été imaginée pour le même sujet ; quelques Auteurs ont donné sur cela leurs conjectures ; mais soit qu'en faisant leurs hypotheses, ils n'eussent pas suffisamment envisagé toutes les differences particulieres que fournit la dissolution des sels, soit qu'ils

n'en fussent pas instruits, toujours est-il certain que ce qu'ils ont dit est sujet à tant d'inconveniens, & éclaircit si peu la matiere dont il s'agit, que je n'ai pas crû devoir m'y arrêter : je passe donc à l'exposition de mon sentiment, qui n'est que la suite naturelle, ou la consequence de la même supposition qui regne & qui a été suffisamment confirmée dans la premiere partie de ce Memoire.

Comme nous y avons prouvé que de l'eau commune qui s'est chargée jusqu'à un certain point d'un premier sel, tel que le Salpêtre, ne cesse pas d'en admettre davantage, parce que son mouvement ou sa force dissolvante se trouve épuisée par les parties du sel qu'elle a déjà enlevées, mais parce que les parties nouvelles du même sel qui auroient encore été détachées par la liqueur qui frappe dessus, ne pourroient y conserver un instant le degré de division qu'elles auroient acquises, & qui est indispensablement necessaire pour leur suspension ; il suit de cette remarque que la liqueur, toute chargée qu'elle est de Salpêtre, n'est point encore hors d'état d'agir sur un autre sel, & en effet il s'en faut bien qu'elle le soit, puisque, comme il a déjà été dit, elle dissout encore, & assez promptement, d'autres sels, qui paroissent plus difficiles à dissoudre que le premier.

Mais comment le second sel qui s'est insinué dans le liquide, & qui s'est approprié pour son mouvement & sa suspension une certaine quantité de parties d'eau qui servoient auparavant d'intermede aux parties du premier sel ? Comment, dis-je, ce second sel ne donne-t-il pas lieu par là aux parties du premier de se réunir & de se précipiter ? Comment lui-même ne s'unit-il pas au premier, du moins par quelques-unes de ses parties, & n'abandonne-t-il pas ensemble le liquide, puisque de nouvelles parties du premier sel, substituées à celles du second, n'auroient pas manqué de le faire ? Enfin pourquoi ces nouvelles parties du premier sel, qui avant la dissolution du second ne pouvoient se maintenir dans la liqueur, peuvent-elles ensuite le

le faire ? C'est ce qui va être parfaitement éclairci par les reflexions suivantes.

Je suppose, & je vais incessamment prouver que quoique les parties integrantes d'un sel capable de cristallisation ayent une disposition particuliere à s'ajuster & à se joindre très étroitement les unes aux autres, elles n'ont pas la même disposition à se joindre aux parties integrantes d'un autre sel qui a aussi la propriété de se cristalliser. Par exemple, les parties du sel commun s'unissent bien à d'autres parties de sel commun, celles du Salpêtre à d'autres parties de Salpêtre ; mais l'un des deux sels ne peut s'unir à l'autre, ou s'il le fait, c'est si imparfaitement, que le moindre effort est capable de les séparer ; & en effet, comme chaque sel differe l'un de l'autre par sa composition, on a sujet de croire qu'il n'y a pas entre les parties des differents sels, la même convenance qu'entre les parties d'un même sel, qui par l'experience se joignent exactement ensemble ; c'est-là ce qui fait aussi qu'une particule d'Or s'ajuste & s'allie infiniment mieux & plus étroitement à une autre particule d'Or qu'elle ne le pourroit faire à une particule de Fer ou d'Acier.

Cela étant, quand les parties du second sel se sont introduites dans le liquide, elles peuvent se presenter impunement à des parties du premier, sans s'y joindre comme l'eussent fait d'autres parties du premier sel qui auroient été nouvellement chariées ; & si plusieurs parties d'eau qui servoient d'intermede au premier sel, deviennent le vehicule du second, elles ne perdent pas pour cela leur premier emploi d'intermede, puisqu'étant toujours placées entre les parties du premier sel, elles ne cessent point de les éloigner les unes des autres, & elles le font d'autant mieux, qu'elles entraînent avec elles, des parties du second sel qui grossissent de tout leur volume l'espace qui sépare chaque partie du premier, d'où il paroît que les deux sels répandus dans le liquide servent mutuellement de barriere l'un à l'autre, pour empêcher de plus en plus la par-

Enfin puisque depuis l'introduction du second sel, il se trouve un plus grand intervalle qu'auparavant entre les parties du premier; & que ce surplus d'éloignement leur est inutile pour se maintenir dans la liqueur, d'autant qu'elles s'y maintenoient bien auparavant sans cela; c'est à la faveur de cette circonstance que de nouvelles parties du premier sel peuvent se glisser alors dans le liquide, où elles ne seront pas plus à portée de rencontrer les anciennes parties du même sel, & de s'y réunir, que l'étoient les anciennes de se rencontrer les unes & les autres avant la dissolution du second sel. En un mot le liquide devient alors pour ces nouvelles parties du premier sel, à peu-près ce qu'il seroit, s'il ne contenoit point d'autres parties que celles du premier sel, & qu'il n'en eut pas encore dissout la dose qui lui convient.

Comme le raisonnement que je viens de faire a pour base principale le peu de disposition qu'ont les parties de differents sels à s'unir les unes aux autres, & que quelque vrai-semblable que pût paroître d'ailleurs ma supposition, si le principe sur lequel elle est établie ne l'étoit pas lui-même suffisamment, on auroit toute la raison possible de s'en défier; j'ai crû qu'il m'étoit important de justifier le fondement sur lequel je m'étois appuyé, & j'ai imaginé pour cela une expérience que j'ai faite, s'il m'est permis de le dire, avec une confiance dans mon hypothese, qui me répondoit d'avance du succès de l'expérience, & qui m'en a fait prévoir toute la suite.

J'ai choisi deux sels qui fussent aisément reconnoissables par plus d'un endroit, sçavoir le Salpêtre & le sel commun. On sçait qu'ils ont chacun une faveur bien marquée & bien distincte, que leurs cristaux sont très differents, & que le Nitre fuse sur les charbons ardents, ce que ne fait point le sel commun. J'ai fait fondre une bonne quantité de chacun de ces sels dans beaucoup d'eau, & quand ils ont été tout-à-fait dissouts & mêlés exacte-

ment ensemble dans la même liqueur, je l'ai fait évaporer jusqu'à pellicule pour donner lieu aux parties divisées de ces deux sels de se réunir en cristaux, & pour voir en même temps si ces parties différentes qui se trouvoient confonduës dans un même lieu, se réuniroient de maniere, que chacun des petits cristaux qui en resulteroient, fussent un assemblage de parties égales de Nitre & de sel commun liées étroitement ensemble; ou si au contraire les parties du sel commun & celles du Nitre ne s'uniroient chacune qu'à leurs semblables pour former ensuite des cristaux séparés, dont les uns seroient tout-à-fait sel commun, & les autres tout à-fait Nitre, à peu près de même qu'ils eussent été, si on eut fait dissoudre séparément ces deux sels, & qu'on eut aussi fait évaporer chaque liqueur en particulier. C'est-là positivement ce qui est arrivé, & ce que j'ai vu avec d'autant plus de plaisir, que la distinction des cristaux différents étoit encore plus grande & plus sensible, que l'intérêt de mon système ne me l'avoit fait souhaiter.

Et en effet on voyoit d'abord une espece de croute formée de plusieurs cristaux de figure cubique placés les uns auprès des autres, & qui se séparoient aisément. Ces cristaux mis sur la langue avoient un goût très salé qui n'étoit nullement nitreux; au dessous de l'espece de croute on appercevoit un grand nombre de cristaux longs qui parloient du fond du vaisseau, & qui, outre leur figure particuliere & leur goût purement nitreux & nullement salé, fussoient encore sur les charbons ardents comme le Salpêtre, ce que ne faisoient point du tout les grains cubiques, à moins qu'en les enlevant, on n'eut emporté avec eux quelques parcelles de Salpêtre que les yeux même appercevoient à la surface du sel commun, & à proportion desquelles il se faisoit une fusion très legere. Enfin dans les intervalles que laissoient entr'eux chacun des cristaux nitreux qui s'élevoient du fond du vaisseau, on decouvroit encore d'autres grains cubiques, qui étant enlevés, ne differoient en rien des au-

172 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
tres grains de la même espece, & qui étoient purement  
falés. Ces grains placés, comme nous venons de le dire,  
entre les cristaux nitreux, dont ils étoient tout-à-fait dis-  
tingués, ressembloient assés bien, par leur situation, à ces  
fleurs qui naissent entre les Blés, & qu'on en sépare facile-  
ment.

Qu'il me soit donc permis de conclure en conséquence  
de cette experience, que si les parties des deux sels ne  
s'unissent point ensemble dans la cristallisation où on leur  
a soustrait le liquide qui les en pouvoit empêcher, & où  
par conséquent tout favorise leur jonction, comment pour-  
roient-elles se joindre dans le liquide même où elles sont  
continuellement agitées par les particules d'eau qui passent  
entr'elles, & qui leur permettent bien moins de s'appro-  
cher d'assés près pour former des masses incapables de se  
soutenir dans la liqueur.

---

S U I T E  
D E S O B S E R V A T I O N S  
S U R  
L'ANNEAU DE SATURNE.

Par M. MARALDI.

13 Juin  
1716.

DANS le Memoire du 16 Mars 1715 nous avons  
rapporté les Observations que nous avions faites sur  
l'Anneau de Saturne depuis la fin de Septembre 1714.  
jusqu'au commencement de Mars de l'année suivante  
1715. On a marqué dans ce Memoire que l'Anneau qui  
est fort mince disparut le 12 d'Octobre, à cause que son  
plan passa pour lors par notre œil; qu'il resta invisible jus-  
qu'au 10 de Fevrier, parce que la surface de l'Anneau

exposée à la Terre n'étoit pas éclairée du Soleil, mais l'autre qui étoit dans l'ombre; que le 10 de Fevrier les Anses commencerent de paroître après avoir été près de quatre mois invisibles, & nous assignâmes la cause de cette apparition aux rayons du Soleil, qui ayant quitté la surface Meridionale de l'Anneau étoient passés à éclairer l'autre surface exposée à la Terre qui étoit auparavant dans l'ombre, & par conséquent invisible. Voilà en abrégé les Observations principales contenues dans ce Memoire; nous allons rapporter presentement celles qui ont été faites dans la suite sur le même Anneau.

Le 10 de Fevrier les Anses ayant commencé de paroître sombres, on continua de les observer plus claires le reste de Fevrier & dans le mois de Mars; mais depuis leur apparition elles allerent en se retressissant jusqu'au 21 de Mars qu'on commença de les voir difficilement. Le 22 on ne vit plus que la trace foible d'une Anse du côté d'Occident, celle qui devoit être vers l'Orient à l'égard du globe de Saturne ayant disparu. Enfin le 23 Mars l'Anse occidentale ne se voyoit plus, & Saturne a paru rond & sans Anses le reste de Mars, tout le mois d'Avril, de Mai, de Juin & une partie de Juillet. On l'observa encore en cet état le 10 & le 11 du même mois; mais le 12 il avoit repris les deux Anses qui paroissoient inégales, l'Occidentale ayant paru plus large que l'Orientale qui étoit à peine visible. On les a vûes toutes les deux s'élargir sensiblement pendant dix jours de suite qu'on en a pû continuer les Observations; mais le 23, à cause de la proximité des rayons du Soleil dans lesquels entra Saturne, il ne fut plus possible de l'observer que quatre mois après, lorsqu'il commença de sortir des mêmes rayons, & pour lors les Anses étoient fort dilatées & ouvertes.

Ainsi dans l'espace de 9 mois Saturne a perdu deux fois ses Anses, une en Octobre, l'autre en Mars. Il les a reprises aussi deux fois, la premiere en Fevrier, la seconde en Juillet, & il les conservera 15 ans de suite, c'est-à-dire:

jusqu'en 1730. Les Observations de la disparition des Anses au 21 de Mars, & de leur retour au 12 Juillet se sont trouvé conformes au calcul que nous en avons donné auparavant, fondé sur les lumieres qu'on avoit tiré des Observations précédentes.

On a vû dans la disparition des Anses du 21 Mars, aussi-bien que dans celle du 12 Octobre, que l'Anse orientale avoit disparu avant l'Occidentale; on a aussi remarqué dans leur retour du 12 Juillet que l'Anse orientale étoit plus apparente que l'Occidentale; ce qui confirme la conjecture de feu M. Cassini, fondée sur une semblable Observation qu'il fit en 1671 que l'Anneau n'est pas dans un même plan.

Après l'occultation entiere de l'Anneau arrivée au mois d'Octobre 1714, on commença de voir sur le disque de Saturne une bande obscure qui passoit à peu-près par le milieu de ce disque. Cette bande qui d'abord étoit fort mince, se dilata insensiblement en Octobre, en Novembre, & augmenta jusqu'à la fin de Decembre, ensuite elle diminua en Janvier: cependant elle étoit encore fort sensible au premier de Fevrier; mais 10 jours après, lorsqu'on commença d'appercevoir les Anses aux deux côtés de Saturne, cette bande obscure étoit presque invisible; elle continua de même le reste de Fevrier, & depuis le commencement de Mars jusqu'au 22, c'est-à-dire, tout le temps que les Anses furent visibles. Après le 22 qu'elles disparurent, la bande noire commença de paroître plus sensible, & se dilata en Avril jusqu'au 17 de Mai; ensuite elle diminua, quoi-qu'elle parût encore tout le mois de Juin; mais au commencement de Juillet, lorsque les Anses parurent de nouveau, elle étoit fort mince.

Deux causes differentes ont concouru à former la bande noire sur le disque de Saturne. La premiere est une privation de lumiere, ou une veritable ombre causée par l'Anneau; car comme il est opaque aussi-bien que le globe de Saturne, la partie de cet Anneau comprise entre



Saturne & le Soleil, termine ses rayons & fait une Eclipsé de Soleil, en jettant sur le globe de Saturne une ombre d'une largeur égale à peu-près à celle que paroîtroit avoir l'Anneau comme vû du Soleil.

La seconde cause qui concourt à former la bande obscure est une espece d'Eclipsé du globe de Saturne faite seulement à notre égard par la partie de l'Anneau obscur comprise entre le globe de Saturne & la Terre.

Nous avons remarqué dans l'autre Memoire que de deux surfaces de l'Anneau il n'y en a qu'une qui soit éclairée du Soleil, pendant que l'autre est dans l'obscurité ou dans l'ombre. Or depuis le mois d'Octobre jusqu'en Février nous ne voyons point la surface éclairée, mais nôtre œil étoit élevé sur la surface obscure. La partie de cette surface, comprise entre le globe de Saturne & nôtre œil, étant projetée sur le disque éclairé de Saturne, y formoit une apparence de bande, qui se confondoit en partie avec la premiere formée par l'ombre de l'Anneau; c'est pourquoi de deux ensemble il ne s'en formoit qu'une seule bande.

On trouve par les hypotheses du Soleil & de Saturne jointes à celles de son Anneau corrigées par nos Observations, que la bande obscure formée sur le globe par l'ombre de l'Anneau a diminué depuis le commencement d'Octobre jusqu'au commencement de Février, qu'ensuite elle s'est dilatée, ce qu'elle continuera de faire pendant plusieurs années. Mais l'autre bande formée par l'Anneau obscur sur le disque éclairé de Saturne a eu deux periodes de dilatation & de diminution : elle s'est dilatée depuis le mois d'Octobre jusqu'à la fin de Decembre, à cause que nôtre œil s'est élevé sur le plan obscur de l'Anneau jusqu'au 26 du même mois qu'il y étoit élevé de deux degrés & demi, ce qui devoit former par cette seule cause une bande large, environ la 30<sup>me</sup>. partie du demi-diametre de Saturne.

Depuis la fin de Decembre l'élevation de nôtre œil sur

la même surface obscure est allée en diminuant jusqu'à la fin de Mars; mais au commencement de Fevrier la bande obscure diminua sensiblement en peu de jours, parce que comme nous avons déjà dit, le Soleil ayant quitté la surface Meridionale pour passer à éclairer la Septentrionale qui étoit alors exposée à notre vûë, effaça entierement l'apparence de bande qui avoit été formée jusqu'alors par la surface obscure de l'Anneau, pendant que l'autre partie formée par l'ombre subsistoit toujours, & même étoit allée en augmentant; il ne resta donc depuis le 10 de Fevrier jusqu'au 23 de Mars que les Anses furent visibles, d'autre bande obscure que celle qui étoit formée par l'ombre de l'Anneau.

Après le 23 Mars l'Anneau nous ayant encore une fois présenté la surface obscure, elle forma une nouvelle bande qui s'adjoûta à la premiere causée par l'ombre, & qui se dilata à mesure que l'œil s'élevoit sur la surface obscure de l'Anneau; cette élévation s'augmenta jusqu'au 16 de Mai qu'elle fut un peu plus d'un degré, & pour lors la bande formée par l'ombre & par l'Anneau obscur parut assés large & noire; ensuite l'élévation de l'œil ayant diminué insensiblement, la bande se retressit jusqu'au 12 Juillet que les Anses parurent aux deux côtés de Saturne, & pour lors l'apparence formée par l'Anneau obscur sur le disque de Saturne cessa entierement, à cause que l'Anneau nous presenta ce jour-là sa surface claire, pendant que l'autre bande formée par l'ombre subsistoit & même s'étoit dilatée.

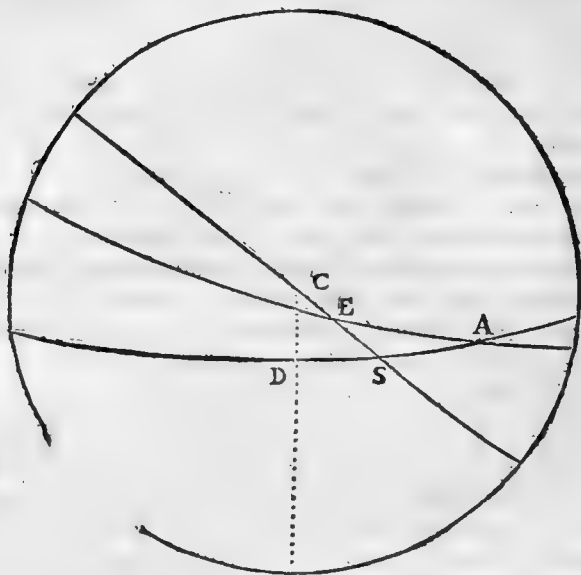
Les raisons que nous venons de rendre sur l'apparence de la bande faite par l'Anneau obscur, servent aussi à expliquer les Observations de l'ocultation & du retour des Anses rapportées dans ce Memoire, & font voir que leur disparition observée le 22 de Mars a été causée par l'obliquité, dont le plan passant ce jour-là par notre œil, cessa de nous presenter sa surface lumineuse pour exposer à notre vûë la surface obscure; que les Anses ont paru de nouveau au 12 Juillet, après avoir été près de 4 mois invisibles,

visibles, parce que le plan de l'Anneau passant encore une fois par nôtre œil, cessa le 11 de nous presenter la partie obscure, pour nous faire voir sa surface éclairée par les rayons du Soleil, ce qu'il continuëra de faire 15 ans de suite. Toutes ces hypotheses sont conformes aux Observations.

Nous avons employé les Observations du 12 Octobre 1714, du 22 Mars & du 12 Juillet 1715, lorsque le plan de l'Anneau passoit par nôtre œil pour chercher l'intersection de ce plan avec l'Ecliptique. Pour y parvenir, il faut considerer que quand l'Anneau a disparu, son plan qui nous étoit présenté comme une ligne droite, passoit par le centre apparent de Saturne, & que nôtre rayon visuel qui alloit au centre même de cette Planette, rasoit le plan de l'anneau; mais quand le plan de l'Anneau concouroit avec le rayon visuel, Saturne qui étoit pour lors éloigné de son nœud ascendant de presque deux Signes, étoit éloigné de l'Ecliptique, & avoit une latitude Septentrionale; d'où il suit que quand l'Anneau a disparu à nôtre égard, & que son plan passoit par nôtre œil, il avoit une déclinaison à l'égard de l'Ecliptique, qui comme vûë de Saturne, étoit égale à la latitude de cette Planette vûë de la Terre, mais d'un sens contraire; or cette déclinaison de l'Anneau à l'égard de l'Ecliptique égale à la latitude apparente de Saturne sert de côté à un triangle sphérique rectangle, lequel côté est opposé à l'angle de la plus grande déclinaison que le plan de l'Anneau fait avec l'Ecliptique.

Soit le Triangle rectangle  $CDS$ , dont  $C$  represente le centre de Saturne. Une moitié de l'Ecliptique décrite autour de Saturne soit représentée par la demi-Ellipse  $DSA$ ,  $CD$  soit un Cercle de latitude qui passe par le centre de Saturne. Le point  $D$  represente le lieu de Saturne à l'égard de l'Ecliptique, & par consequent  $CD$  est la latitude Septentrionale de Saturne; l'ordre des Signes soit de  $S$  en  $D$ . Soit  $CS$  le plan de l'Anneau prolongé qui est repre-

*Voyez la figure suivante.*



fénté par une ligne droite qui passe par le centre de Saturne, & rencontre l'Ecliptique au point  $S$ , donc  $CSD$  est l'angle de la plus grande déclinaison de l'Anneau à l'égard de l'Ecliptique que nous supposons de  $31^{\circ} 20'$ , &  $CD$  représentera aussi la déclinaison de l'Anneau à l'égard de l'Ecliptique vûe de Saturne, quand il se trouve en  $D$ .

Dans la disparition de l'Anneau observée au mois d'Octobre 1714, le lieu de Saturne par rapport à l'Ecliptique représenté au point  $D$ , étoit en  $19^{\circ} 15'$  de la Vierge, sa latitude Septentrionale  $DC$  de  $1^{\circ} 51'$ , & l'Angle  $CSD$  opposé à ce côté est supposé de  $31^{\circ} 21'$ .

L'Angle  $CDS$  étant droit dans le Triangle  $CDS$ , on trouvera l'arc  $DS$  de  $3^{\circ} 3'$ , qui étant ôté de  $19^{\circ} 15'$  de la Vierge, lieu de Saturne au temps de cette Observation, on aura le point  $S$  où le plan de l'Anneau prolongé coupe

l'Ecliptique, lequel se trouve au  $16^{\circ} 12'$  de la Vierge.

Par l'Observation de la disparition des Anses faite le 22 Mars, lorsque Saturne étoit au  $20^{\circ} 14'$  de la Vierge avec une latitude Septentrionale de  $2^{\circ} 24'$ , nous trouvons l'Arc  $DS$  de  $3^{\circ} 57'$ , qui étant ôté de  $20^{\circ} 14'$ , lieu de Saturne au point  $D$ , on aura la même intersection  $S$  au  $16^{\circ} 17'$  de la Vierge.

Et par l'Observation du retour des Anses faite le 12 Juillet 1715, le lieu de Saturne étant au  $19^{\circ} 52'$  de la Vierge avec une latitude Septentrionale de  $2^{\circ} 9'$ , on calcule l'Arc  $DS$  de  $3^{\circ} 33'$ , & la même intersection de l'Anneau avec l'Ecliptique au  $16^{\circ} 19'$  du même signe à 2 minutes près de la détermination qui résulte de la disparition observée au mois de Mars, & à 7 minutes près de celle qui fut observée au mois d'Octobre; ce qui est une différence fort petite par rapport à la difficulté qu'il y a pour la déterminer.

Je crois ces deux dernières déterminations plus exactes, parce que le lieu de Saturne & sa latitude ont été déterminées par des Observations immédiates, ce que nous n'avons pu faire dans la première détermination; ainsi nous supposerons le lieu de l'intersection de l'Anneau avec l'Ecliptique au  $16^{\circ} 17'$  de la Vierge, comme la donne l'Observation du 21 Mars, qui est aussi moyenne entre les deux autres déterminations.

Si les Anses ne disparoissent pas, ou ne retournoient à se rendre visibles, lorsque leur plan se présente à nos yeux, la détermination du nœud qui résulte de la disparition des Anses seroit un peu différente de la détermination du nœud qui résulte de leur retour; mais puisqu'elle est la même par toutes les deux phases, il suit que les Anses disparoissent lorsque leur plan passe par notre œil, & par conséquent que cet Anneau est fort mince.

L'intersection de l'Anneau avec l'Ecliptique que nous venons de déterminer sert à trouver le nœud de l'Anneau avec l'orbite de Saturne par une méthode différente de

180 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
celle qui a été employée pour cette recherche dans le Me-  
moire du mois de Mars.

Soit dans la Figure précédente *DA* l'Ecliptique, *AEC* orbite de Saturne, qui est inclinée à l'Ecliptique, & la rencontre en *A*; donc le point *A* fera le nœud ascendant de l'orbite de Saturne avec l'Ecliptique, dont la situation est connue dans les Tables Astronomiques, & qui est presentement au  $21^{\circ} 44'$  du Cancer; l'Angle *EAS* fera l'inclinaison de l'orbite de Saturne à l'égard de l'Ecliptique, qui se trouve dans les Tables Astronomiques de  $2^{\circ} 30' 40''$ . *S* est le nœud de l'Anneau avec l'Ecliptique que nous venons de déterminer au  $16^{\circ} 17'$  de la Vierge. Ce nœud étant comparé à celui de l'orbite de Saturne avec l'Ecliptique, on aura l'arc *SA* compris entre ces nœuds de 1 ligne  $24^{\circ} 33'$  ou  $54^{\circ} 33'$ ; on connoît aussi l'Angle de la plus grande inclinaison *AES* que le plan de l'Anneau *ES* fait avec l'orbite de Saturne *AE* qu'on suppose de 30 degrés. Donc dans le Triangle *AES* connoissant l'arc *AS* & les deux Angles *A* & *E*, on trouvera l'arc *AE* de  $58^{\circ} 4' 10''$ , qui étant adjouté au lieu du nœud ascendant de Saturne *A* qui est en  $21^{\circ} 44'$  de Cancer, on aura le nœud de l'Anneau avec l'orbite de Saturne représenté en *E* en  $19^{\circ} 48'$  de la Vierge; je l'avois trouvé dans le Memoire de l'année dernière par une autre methode en  $19^{\circ} 45'$  du même Signe, à 3 minutes près de ce que nous la venons de trouver.

On aura donc deux interseptions de l'Anneau éloignées entr'elles de  $3^{\circ} 32'$ , l'une avec l'orbite de Saturne au  $19^{\circ} 48'$  de la Vierge, l'autre du même plan de l'Anneau prolongé avec l'Ecliptique au  $16^{\circ} 17'$  du même Signe.

L'interseption de l'Anneau avec l'orbite de Saturne sert à trouver le temps que le plan de cet Anneau passe par le centre du Soleil; & l'interseption de l'Anneau avec l'Ecliptique sert à déterminer le temps que son plan passe par notre œil.

Lorsque le plan prolongé de l'Anneau passe le cen-

tre du Soleil les Anses disparoissent, parce que la lumiere qu'elles reçoivent du Soleil, leur étant alors fort inclinée, n'est pas suffisante pour les rendre visibles à nos yeux, ce qui leur arrive non seulement quand Saturne est précisément dans cette intersection, mais quelques jours avant qu'il s'y trouve, & quelques jours après qu'il l'a passée.

Lorsque le plan de l'Anneau passe par notre oeil, les Anses disparoissent, supposé qu'elles fussent auparavant visibles; ou bien elles retournent à paroître, d'invisibles qu'elles étoient auparavant, pourvu que la trop grande inclinaison qu'elles pourroient avoir en même temps aux rayons du Soleil n'empêche cette phase; la disparition & le retour des Anses qui vient par cette cause, n'arrivent pas lorsque Saturne passe par le nœud de son Anneau avec l'Ecliptique, comme dans la premiere intersection, mais deux ou trois mois après l'avoir passée, & lorsqu'il en est éloigné d'une certaine distance; je dis d'une certaine distance, parce qu'elle n'est pas déterminée, pouvant varier non seulement dans la même année, à cause de la différente latitude de Saturne qui n'est presque jamais la même dans les differents passages qu'il fait par le même endroit du Zodiaque, mais encore de 15 en 15 ans, à cause du mouvement du nœud de Saturne.

Les Anses ne peuvent se perdre qu'une fois en 15 ans par la direction de l'Anneau au centre du Soleil, parce que cette phase est réglée par le mouvement de Saturne vu du Soleil, qui est toujours direct à l'égard de ce terme, c'est pourquoi il ne peut passer par cette intersection qu'une fois à l'égard du Soleil dans une demie-révolution de Saturne autour de cet Astre.

Mais les Anses se peuvent perdre & retourner plus d'une fois dans la même année par leur direction à notre oeil, parce que Saturne en certaines années, tantôt par son mouvement direct, tantôt par son mouvement retrograde peut se trouver plus d'une fois dans l'espace de 9 ou 10 mois dans le plan qui passe par l'intersection de son Anneau avec l'Ecliptique.

Après avoir été assuré par deux méthodes différentes de la situation qu'a le nœud de l'Anneau avec l'orbite de Saturne , j'ai examiné l'Observation du 10 Février 1715 , lorsqu'on commença de voir les Anses qui venoient d'être nouvellement éclairées par le Soleil. Ayant donc corrigé par les Observations prochaines le lieu où Saturne , comme vû du Soleil , se trouvoit le 10 de Fevrier , & ayant comparé ce lieu ainsi corrigé avec le nœud de l'Anneau à l'égard de l'orbite de Saturne , nous trouvons que le centre du Soleil étoit alors élevé sur le plan de l'Anneau d'un angle qui étoit tout au plus de 8 minutes.

Si l'on confidere le peu de lumiere que l'Anneau pouvoit recevoir du Soleil sous une élévation si petite , & les espaces presque immenses du Ciel par lesquels il faut que cette lumiere passe pour aller du Soleil éclairer l'Anneau qui est l'objet le plus éloigné de nôtre système , & de l'Anneau revenir à la Terre pour nous rendre les Anses visibles. Si l'on fait encore attention que le diametre du Soleil paroît à Saturne 10 fois plus petit , & par consequent son disque 100 fois plus petit qu'il ne paroît à la Terre , on en pourra conclure la force prodigieuse de la lumiere du Soleil , & que la matiere qui forme l'Anneau de Saturne doit être très propres à la reflechir pour la renvoyer jusqu'à nous.





---

*SUR UNE DIFFICULTE'  
D'AVALER.*

Par M. LITRE.

UNE Demoiselle mangeant d'une Carpe, en avala une 8 Juillet  
1716.  
arrête, qui s'étant arrêtée au bas de la gorge, lui causa une difficulté d'avaler qui a duré jusqu'à la fin de ses jours. Cette incommodité étoit peu considérable en son commencement, ce qui fut cause qu'elle la negligea. Mais elle le devint si fort dans la suite, que les aliments & la boisson, que la malade prenoit, sur-tout les deux ou trois derniers mois de sa vie, ne passaient pas le bas de la gorge; elle les rejettoit environ demi-heure après les avoir pris, en faisant des efforts très violents & presque jusques à étouffer.

La malade étant réduite en ce fâcheux état, me fit appeler : je la trouvai au lit. Cependant elle se levoit un peu de temps en temps. Elle étoit fort maigre & très foible ; elle ne sentoit aucune douleur ; son poulx étoit petit, mais il étoit mollet, égal & réglé, excepté dans le temps qu'elle faisoit des efforts pour vomir. Enfin la malade ne prenoit que des aliments liquides, parce que l'expérience lui avoit appris, que les solides ne lui donnoient aucune nourriture, & que pour les rendre, elle étoit obligée de faire de plus grands efforts, que pour rendre les aliments liquides.

De toutes les boissens, qui sont en usage, il n'y avoit que l'eau dont la malade pût boire, sans en être incommodée, c'est-à-dire, sans tousser, ou vomir après les avoir prises, apparemment parce que l'eau ne contient point de parties salines, & que les autres boissens en contien-

ment, lesquelles se développant par leur séjour dans le Pharinx, en irritoient les fibres nerveuses.

Cette Demoiselle prit en ma presence quatre cuillérées de bouillon, qui étoit à peu près tout ce que sa gorge pouvoit contenir à la fois. Elle rejetta ce bouillon demi-heure après, presque dans la même quantité & sous la même forme, qu'elle l'avois pris, & elle rejettoit de la même maniere les autres que je lui vis prendre dans la suite.

Comme les aliments de la boisson ne passoient jamais le nœud de la gorge, je compris 1°. Qu'il devoit y avoir une obstruction dans le conduit de la déglutition.

2°. Que cette obstruction étoit précisément située au commencement de la partie de ce conduit, qu'on appelle l'Oesophage proprement pris, parce que toutes les fois que la malade prenoit des aliments, son Pharinx se gonfloit & s'élevoit en dehors, & demeuroid gonflé jusqu'à ce qu'elle les rejettoit par la bouche; & que la partie du même conduit placée au dessous du Pharinx ne s'enflait point du tout, & demeuroid toujours dans le même état.

3°. Que la même obstruction devoit occuper presque tout le diametre de la cavité du conduit, puisque la malade rejettoit presque tout ce qu'elle prenoit.

4°. Que ce qui passoit d'aliments de la bouche à l'Estomac par l'Oesophage, nonobstant l'obstruction, n'étoit pas à beaucoup près capable de fournir à la Demoiselle une nourriture suffisante, d'autant qu'elle maigrissoit & s'affoiblissoit de jour en jour.

5°. Que pour avoir le temps de remedier à sa maladie; s'il étoit possible, il falloit avoir recours à quelque autre voye, qu'à celle de la bouche pour suppléer à son défaut.

6°. Que cette voye ne pouvoit être autre que celle du fondement, n'y ayant point d'autre voye par où on soit en usage de porter des aliments dans le corps pour le nourrir.

Je compris enfin, que les aliments les plus convenables pour la malade, étoient principalement de bons consommés

més pouffés avec une feringue dans ses intestins par le fondement.

Je me déterminai donc à faire donner tous les jours à la malade trois lavements, un dès le matin, le second vers le midi, & le troisième sur le soir, faits chacun avec un bon consommé à la viande, dans lequel on délayoit tantôt un ou deux jaunes d'œuf, & tantôt environ un pichon de bon Vin.

Par le moyen de ces lavements, outre le peu de nourriture que la malade recevoit par la bouche, elle vécût encore pendant plus de 2 mois, mais de maniere que ses forces alloient toujours en diminuant, & que sa maigreur augmentoit de jour en jour.

Enfin la malade mourut de sa difficulté d'avaler, âgée de 50 ans, après en avoir été incommodée durant 14 mois. Elle mourut avec toute la connoissance possible, sans fièvre, contre cet axiome de Medecine (*Nemo sine febre moritur*) sans se plaindre d'aucune douleur, sans être agitée de mouvements convulsifs, en un mot par la seule necessité de mourir, n'ayant d'autre incommodité que celle de ne pouvoir avaler, par consequent faute de nourriture, de même qu'une lampe s'éteint lorsqu'elle manque d'huile.

Cette Demoiselle étant morte, je fis l'ouverture de son cadavre. Avant que d'en venir à l'operation, j'en examinai les parties exterieures, & j'y remarquai quatre choses. 1°. Une maigreur extrême. 2°. Une élévation extraordinaire au Ventre, à l'endroit de la region Ombilicale. 3°. Un enfoncement notable à la region Epigastrique. Enfin la Gorge étoit plus grosse qu'elle ne l'est naturellement. Quatre choses que j'avois déjà observées dans son corps pendant qu'elle étoit encore vivante.

Je commençai la dissection par la Gorge. La Gorge, outre la peau, la graisse & les muscles, est composée de la partie superieure de la Trachée-artère, qu'on appelle Larynx, & de la partie superieure de l'Oesophage, à laquelle

on donne le nom de Pharinx.

Je n'observai rien de particulier au Larinx, qu'une déchirure située au milieu de sa partie supérieure & postérieure, qui étoit d'environ 2 lignes de longueur.

Le Pharinx avoit ses parois plus fermes & plus épais, & sa cavité étoit plus ample qu'ils ne le sont pour l'ordinaire. On remarquoit le long de la partie postérieure de cette cavité deux especes de rigoles, large chacune en leurs parties supérieure & moyenne de 2 lignes, & en l'inférieure d'une demi-ligne. Elles étoient formées par 3 feuillets membraneux, élevés au-dessus de la surface de près de 2 lignes. Celui du milieu ne descendoit pas si bas d'une ligne que les deux Lateraux, & ceux-ci s'approchoient sensiblement l'un de l'autre, ainsi les deux rigoles n'en formoient qu'une en cet endroit. Chacun de ces feuillets n'étoit qu'un pli de la membrane intérieure de ce conduit, qui s'étoit séparée des autres, ensuite doublée, & dont les deux côtes étoient devenus adhérents entre eux.

On remarquoit encore à la partie inférieure de la cavité du Pharinx quatre manieres de sacs membraneux, de figure cylindrique de 3 lignes de profondeur sur 2 de largeur, ouverts par en haut & fermés par en bas. Ils paroissoient avoir été formés par la membrane intérieure de ce conduit détachée des autres en différents endroits.

Après avoir examiné le Pharinx, je passai à l'examen de l'Oesophage proprement pris. Depuis son commencement jusqu'à 7 à 8 lignes au dessous, ce conduit étoit d'un quart plus gros que de coutume; & dans le reste jusqu'à l'Estomach il étoit plus menu de la moitié de la grosseur ordinaire. En examinant extérieurement la partie la plus grosse ou tumescée du même conduit, je sentis qu'elle étoit dure, solide & inégale. L'ayant ouverte, j'y observai une grosseur qui occupoit presque tout le contour du conduit; elle étoit d'une substance d'un blanc grisâtre. Elle étoit située en partie entre la membrane intérieure & les fibres char-

nuës, & en partie parmi les mêmes fibres. Elle remplissoit presque toute la cavité. On y observoit seulement une ouverture de figure presque circulaire, d'environ une ligne de diametre qui répondoit par en haut à la cavité des deux rigoles, & par en bas à celle du reste de l'Oesophage proprement pris. C'étoit donc par cette petite ouverture par où passoit de la bouche à l'Estomach le peu de nourriture que cette Demoiselle retiroit des aliments qu'elle prenoit.

Pour ce qui est de l'arrête qu'elle avoit avalée, je n'y en remarquai aucun vestige; apparemment parce que depuis 14 mois que la malade l'avoit avalée, les contractions réitérées des fibres charnuës de l'Oesophage, ou les aliments en descendant par ce conduit, l'en avoient détachée ou en entiere ou par morceaux, & l'avoient poussée dans l'Estomach, l'Estomach dans les intestins, & ceux-ci hors du corps par le fondement.

J'ouvris ensuite le Ventre pour voir, si à l'occasion de la maladie, il étoit survenu quelque dérangement aux parties qui y sont contenues.

*Premiere Observation.* Les ligaments suspensoirs du Foye étoient relâchés, & ce viscere se trouvoit éloigné du Diaphragme d'environ 10 lignes.

*Seconde Observation.* La Ratte & les autres viscères naturellement contenus en tout ou en partie dans la region Epigastrique, étoient en partie situés dans la region Om bilicale.

*Troisième Observation.* L'Estomach étoit presque différent en tout de celui des autres cadavres. Dans les autres cadavres l'Estomach ressemble à une cornemuse; & dans celui-ci, il avoit la forme d'un simple tuyau. Dans les autres cadavres l'Estomach approche de la figure demi-circulaire; & dans celui-ci, il étoit de figure droite. Les autres Estomachs sont situés en travers dans la region Epigastrique; & celui-ci étoit situé en long, suivant la direction du corps, en partie dans la region Epigastrique, & en

partie dans l'Ombilicale. Dans les autres cadavres l'Estomach a une grande capacité & un volume considerable ; & dans celui-ci il n'avoit qu'un pouce & demi de largeur sur 9 de longueur. L'Estomach de cette Demoiselle étoit beaucoup plus libre que dans les autres cadavres ; on le pouffoit fort aisément d'un côté & d'autre. Ses parois étoient incomparablement plus minces , & il n'y paroissoit aucun vestige de fibres charnuës. Je ne trouvai point la Valvule qu'on trouve ordinairement au Pilote dans l'Estomach des autres cadavres. Enfin , on observe dans la cavité des autres Estomachs quelque liqueur ou autre matiere ; & il n'y avoit rien dans la cavité de celui-ci.

*Quatrième Observation.* L'Epiploon avançoit beaucoup moins du côté droit du Ventre que dans les autres cadavres , & on y remarquoit plusieurs plis qui étoient d'une grandeur considerable.

*Cinquième Observation.* Les intestins grêles étoient de moitié plus menus que dans l'état naturel. Les gros avoient aussi beaucoup diminué de grosseur , mais un peu moins à proportion que les grêles. Les uns & les autres contenoient dans leur cavité un peu de matiere , qui étoit en partie sereuse & en partie bilieuse.

*Sixième & dern. Observ.* Les Reins , & principalement le droit , avoient une situation beaucoup plus basse qu'ils ne l'ont ordinairement. Le droit étoit notablement applati dans sa partie superieure.

Voilà ce que j'ai observé de plus considerable dans le cadavre de cette Demoiselle. Voici quelques reflexions que ces observations m'ont donné lieu de faire.

On ne sçauroit douter , que l'Arrête , que cette Demoiselle avoit avalée , n'ait donné naissance à sa maladie. Peu de temps après qu'elle l'eut avalée , elle commença à avoir de la peine à avaler , ce qu'elle n'avoit point auparavant , & à sentir de la douleur à l'endroit de l'Oesophage , où j'ai précisément trouvé l'obstruction. On ne peut pas non plus douter , que cette obstruction n'ait causé à la malade sa dif-

ficulté d'avaler , & les accidents dont elle a été accompagnée , & qu'elle ne lui ait enfin causé la mort , en empêchant son corps de recevoir une quantité de nourriture suffisante pour vivre.

Il est aisé de comprendre que cette Arrête en descendant par l'Oesophage , a pû se presenter assez obliquement aux parois de ce conduit , principalement à l'endroit où de bien large , il devient fort étroit ; s'y engager à la faveur de sa pointe , étant poussée par les aliments & par le mouvement peristaltique du conduit ; en picotter & irriter les fibres nerveuses ; y exciter une fluxion ; faire engorger peu à peu les glandes ; en fomentier l'engorgement jusqu'à le rendre enfin incurable. D'autant plus que l'Arrête a constamment agi sur la partie affectée pendant un temps considerable , la malade ayant senti durant six semaines à peu près le même picottement qu'elle y avoit senti pendant les premiers jours.

Les glandes engorgées ont insensiblement augmenté de volume , & jusqu'au point de former une tumeur considerable , d'autant plus fâcheuse , qu'elle a pris son accroissement beaucoup plus du côté de la cavité du conduit que du côté opposé , & qu'elle l'a presque comblée en cet endroit. L'accroissement de la tumeur s'est plutôt fait du côté du dedans que du côté du dehors , vrai-semblablement , parce que la resistance y étoit moindre. En effet , il n'y avoit qu'une seule membrane qui pût s'opposer à l'accroissement du côté interne ; au lieu que du côté externe , il pouvoit être arrêté par la membrane externe , par deux plans de fibres charnuës , & outre cela par les parties solides , dont l'Oesophage est environné.

L'obstruction de ce conduit étant ainsi supposée , il est aisé d'en déduire tous les accidents qui sont survenus durant la maladie. En voici la preuve.

On comprend facilement , que le diametre de l'Oesophage , de l'Estomach & des intestins doit avoir diminué à l'occasion de cette obstruction. L'experience nous ap-

prend, que le diametre de la cavité des conduits de nôtre corps augmente ou diminuë selon qu'il y passe beaucoup ou peu de liqueur ou d'autre matiere. Or après la production de la tumeur dans l'Oesophage, il ne pouvoit passer que peu de chose de la bouche à l'Estomach, ni conséquemment de l'Estomach dans les intestins. Je compte pour peu de chose, ce qui se porte d'ailleurs dans la cavité de ces viscères, principalement dans cette Demoiselle qui recevoit si peu de nourriture de ses aliments. Le diametre de ces conduits devoit donc diminuer, d'autant plus que l'indisposition avoit été longue.

Il n'est pas difficile de concevoir, que la même obstruction de l'Oesophage a donné lieu à l'augmentation de la cavité du Pharinx & à l'épaississement de ses parois.

Pendant que les aliments & la boisson trouvent leur cours libre du Pharinx le long de l'Oesophage proprement pris, ils ne s'arrêtent point dans le Pharinx, & par conséquent sa capacité n'a pas occasion d'augmenter. Tout au contraire lorsque ce cours est intercepté en quelque endroit de l'Oesophage proprement pris, pour lors les aliments & la boisson doivent necessairement s'arrêter dans le Pharinx, s'y amasser, en étendre & dilater peu-à-peu les parois, & en augmenter par conséquent la capacité. Les mêmes parois étendus & dilatés doivent insensiblement s'épaissir : car leurs vaisseaux, à force d'être extraordinairement & alternativement allongés & raccourcis, deviennent de plus en plus susceptibles d'une plus grande extension, c'est-à-dire, capables de recevoir & de contenir à la fois plus de sang & par conséquent plus de suc nourricier. Il devoit donc s'en échapper davantage par les pores agrandis de ces vaisseaux, se répandre abondamment dans les interstices des fibres qui les composent, fournir à ces fibres plus de nourriture & augmenter leurs dimensions. Par conséquent les parois du Pharinx devoient acquérir plus d'étendue, plus d'épaisseur & de fermeté qu'ils n'en ont dans l'état naturel.



C'est aussi de l'épaisseur, de la fermeté & de la grandeur extraordinaires du *Pharinx*, & sur-tout de l'épaisseur & de la fermeté que dépendoit la grosseur extraordinaire de la Gorge de cette Demoiselle. Car les parois de ce conduit étant excessivement épais & fermes, ils le pouvoient tenir ouvert, repousser le *Larinx* en devant, le soutenir dans cette situation, & par conséquent faire paroître la Gorge plus grosse. Les parois au contraire du *Pharinx* dans les autres cadavres sont minces, mols & lâches, par conséquent hors d'état de se soutenir eux-mêmes, & moins encore de repousser le *Larinx* en devant & de l'y soutenir; aussi le trouvons-nous affaissé dans les cadavres. Nous sçavons par expérience, que l'action donne de la force aux parties de notre corps, & que leurs dimensions en augmentent, en leur procurant d'un côté une nourriture plus abondante, & de l'autre, en faisant transpirer les humeurs mauvaises & superflues. Or le *Pharinx* de cette Demoiselle étoit souvent & fortement en action, à cause de ses fréquents & violents vomissemens.

C'est encore par l'épaississement des parois du *Pharinx* que ce conduit avoit acquis assés de force pour chasser de sa cavité les aliments que la malade rejettoit par la bouche. Et ce qu'il y a de particulier, c'est que le *Pharinx* exécutoit lui seul cette espece de vomissement; au lieu que le vomissement ordinaire dépend de plusieurs sortes de parties qui sont chacune d'une grandeur incomparablement plus considérable que le *Pharinx*. En effet l'*Oesophage* proprement pris, l'*Estomac*, le *Diaphragme* & les muscles du *Ventre*, qui produisent les vomissemens ordinaires, ne contribuoient en rien à celui de cette Demoiselle. Toute leur action portoit à faux, & il n'y avoit que l'action seule du *Pharinx* qui produisoit le vomissement, dont il s'agit ici.

La malade rejettoit par la bouche les aliments environ demi-heure après les avoir pris. Vrai-semblablement dans cet espace de temps, il se développoit & s'exaltoit de ces

aliments des parties salines, qui irritant fortement les fibres nerveuses du Pharynx, déterminoient les fibres charnuës à se mettre dans de fortes contractions, à chasser les aliments de sa cavité, & à les pousser, non dans l'Oesophage proprement pris, intercepté par la tumeur qui y étoit, mais dans la bouche, dont la cavité étoit libre.

L'obstruction de l'Oesophage proprement pris peut avoir aussi donné lieu à la formation des rigoles du Pharynx; d'autant qu'après la dilatation excessive des membranes du Pharynx, occasionnée par l'amas des aliments dans sa cavité, les fibres charnuës incomparablement plus fortes que de coutume, venant à se contracter avec beaucoup de force à différentes reprises, & peut-être inégalement, ont pu faire détacher en quelques endroits la membrane interne des autres membranes, & les parties détachées de cette membrane ont pu s'approcher les unes des autres, se doubler, se coler entre elles, & former enfin les rigoles.

On peut à peu-près penser la même chose touchant la formation des sacs que j'ai observés à la partie inférieure interne du même Pharynx.

Pour l'enfoncement que j'ai remarqué au Ventre à la région Epigastrique, on peut l'attribuer à la grande diminution du volume de l'Estomach, & à ce que cette région ne contenoit point toutes les parties qu'elle devoit contenir. Ainsi les teguments du Ventre n'étant pas soutenus par ces parties, devoient être affaîlés & enfoncés dans la cavité en cet endroit; d'autant plus que ces teguments étant fort extenués & flasques dans ce cadavre, ils n'étoient nullement en état de se soutenir d'eux-mêmes.

A l'égard du déplacement de ces mêmes parties, on peut l'attribuer sans difficulté aux fréquents & violents efforts que la malade a faits durant sa maladie.

Quant à l'élevation extraordinaire du Ventre, située à la région Ombilicale, la raison en est fort aisée à rendre, puisque cette région, outre les parties qu'elle a coutume de

de contenir , contenoit encore une partie de celles de la region Epigastrique.

Avant que de proposer quelques conjectures sur les causes qui ont pû produire les changements si extraordinaires de l'Estomach de cette Demoiselle , & sur la maniere dont ils ont pû se faire , je pense qu'il est à propos d'examiner si ces vices existoient dès la premiere conformation, ou bien s'ils étoient un effet de la maladie , dont elle est morte.

Cette Demoiselle avant sa maladie mangeoit & buvoit autant & dans le même espace de temps qu'une autre personne ; elle digeroit parfaitement ses aliments ; elle se portoit bien ; elle avoit de l'embonpoint , & elle étoit forte & vigoureuse, avantages dont elle n'auroit pû jouir, si son Estomach avoit été aussi petit & conformé comme je l'ai trouvé dans son cadavre.

Les aliments en general, pour être bien digérés dans l'Estomach, doivent y séjourner même un temps considerable ; autrement ce viscere n'auroit pas le temps de les travailler. En effet ils y doivent être macérés , amollis , dissous , divisés en des parties fines & déliées , &c. . . & poussés ensuite dans les intestins grêles , ou après avoir été affinés encore davantage , la partie nourrissiere , séparée de l'excrementeuse , s'insinuë dans les veines lactées. De-là elle se distribue à toutes les parties du corps , & fournit à chacune de quoi se nourrir & se conserver. C'est sans doute à cause de la nécessité du séjour des aliments dans l'Estomach , que les deux orifices ne sont jamais directement placés , l'un au dessous de l'autre dans l'état naturel , & que la partie de ce viscere où tombent les aliments de l'Oesophage , & qu'on appelle communément le fond de l'Estomach , est vaste , ample & plus basse que l'orifice , par où ils en doivent sortir pour passer dans les intestins.

Or l'Estomach , dont il s'agit , ayant la forme d'un simple tuyau de figure droite , situé suivant la direction du corps , & d'ailleurs manquant de Valvule , les aliments n'a-

voient pas lieu d'y séjourner, sur-tout lorsque la Demoiselle étoit debout ou assise, mais passer à mesure dans les intestins sans être digérés ou fort imparfaitement. D'où il auroit dû s'ensuivre des cours de Ventre, des coliques, une maigreur universelle, &c. ce qui n'est nullement arrivé à cette Demoiselle avant sa difficulté d'avaler. Outre cela, l'enfoncement extraordinaire des reguments du Ventre arrivé seulement pendant la maladie, prouve assez, que les changements de l'Estomach s'étoient faits dans ce temps-là. Donc les vices de conformation de cet Estomach n'existoient point avant la maladie.

A l'égard des causes qui ont pû produire les changements extraordinaires de ce viscere, il est difficile d'en imaginer d'autres que les muscles, qui sont destinés à la respiration. Quant à la maniere dont ces changements se sont pû faire, il y a lieu de croire que ces muscles par le grand nombre de mouvements differents & toujours violents, tantôt alternatifs, tantôt simultanés, tantôt contraires, &c. qu'ils ont été obligés de faire pour vomir durant la maladie, ont pû forcer les ligaments, les membranes & les fibres musculieuses de l'Estomach, serrer, presser, pousser, élargir, retrecir, allonger & racourcir ce viscere de tant de manieres differentes & avec tant de violence, qu'ils ont pû enfin lui donner la forme, les dimensions, la situation, &c. si extraordinaires, que je lui ai remarquées.



## MANIERE DE GREFFER

*les Arbres de fruits à Noyaux sans perdre aucun temps ; en sorte qu'un Arbre qui aura fait de très mauvais Fruit l'année précédente , en pourra porter de très bon l'année suivante.*

Par M. DE RESSONS.

**L**Es manieres de greffer sont si connües , que les <sup>23 Mai 1716.</sup> moindres Jardiniers en ont la pratique ; d'ailleurs plusieurs Auteurs en ont si amplement traité , qu'il seroit superflu d'en parler ; mais comme la vie est courte , & qu'il est bon de jouir , j'ai crû qu'on apprendroit avec quelque plaisir un expédient qui fait jouir d'une année à l'autre des Fruits , que les procédés ordinaires font attendre pendant l'espace de quatre années : au reste je ne le propose qu'après l'avoir tenté un grand nombre de fois , & toujours avec succès.

Il n'arrive que trop souvent qu'on est trompé dans l'achat des Arbres fruitiers ; & il est certainement bien triste , après avoir planté un Arbre , & en avoir attendu trois années de suite la production , de ne voir meurir que de mauvais Fruits , au lieu des Fruits excellents qu'on s'étoit promis (inconvenient qui réduit dans la nécessité ou de garder ces Arbres tels qu'ils sont , ou de les greffer pour en substituer de bons en leur place). Or pour les greffer , on n'a scû rien faire de mieux jusques à present que de couper la tête aux Arbres , & de leur laisser repousser de jeune bois pour greffer dessus ( procédé qui retarde considérablement le temps de la jouissance ). Mais avant de dire comment on peut l'abréger , on ne fera peut-être pas fâché que nous expliquions pourquoi les Marchands d'Arbres fruitiers trompent & greffent de

mauvais Fruits ; car naturellement il ne leur coûteroit pas plus d'appliquer un écusson de Pêche mignonne sur un Amandier ou sur un Prunier qu'un écusson de Pêche de Vigne, ou d'une autre mauvaise espece, comme ils l'ont ordinairement. La raison pour laquelle ils le font, est que l'expérience leur a fait connoître que les Arbres qui donnent de bons fruits, sont plus délicats que les autres ; la délicatesse qui d'ailleurs semble annexée à la beauté, en fait d'Arbre, s'étend à la bonté du fruit ; s'ils greffoient des Pêches délicates, comme Mignonnes, Chancelieres, Chevreuses & autres, outre qu'une partie de ces greffes manqueroient, celles qui échapperoient croîtroient si foiblement, qu'elles ne pousseroient pas en deux années autant que la greffe d'un fruit rustique pousse en un an ; au lieu que les Arbres greffés de mauvais fruits font des jets vigoureux qui previennent favorablement l'acheteur, & qui font que l'Arbre est plutôt en état d'être vendu, outre que cette supercherie met dans la nécessité de racheter continuellement des Arbres nouveaux ; c'est pourquoi je conseillerai toujours à ceux qui ont de grands Jardins d'établir chez eux des Pepinieres, parce qu'ils y feront greffer les fruits qu'il leur plaira, & les especes qui conviendront le mieux à la nature de leur terrain. Voyons presentement le moyen de gagner du temps, lorsqu'on est obligé de greffer un Arbre fruitier à Noyau, car nous parlerons ensuite des Arbres à Pepins.

Il y a quelques années qu'ayant reflechi sur l'union des Seves dans les greffes, je compris que l'Ecorce n'avoit en cela d'autre fonction que de recevoir l'Ecusson. Je fûs confirmé dans cette pensée par l'usage des greffes en poupée que l'on fait dans les Vergers sur des Arbres de trente ans & plus pour changer la qualité du fruit, d'où je conclus que pourvu que l'Ecorce pût encore obéir, & qu'elle ne fût pas absolument endurcie & d'une épaisseur à ne pouvoir fléchir sans s'éclater, qu'il étoit indifférent de greffer sur le vieux ou sur le nouveau bois, puisque la seve

passé également dans l'un & dans l'autre. Sur ce principe je fis quelques expériences, qui m'ont parfaitement confirmé la vérité de ce raisonnement.

Jusques-à-présent l'on a été dans l'erreur, de croire qu'il falloit absolument greffer sur le jeune bois ; & cela est si vrai, que lorsqu'on veut regreffer un Arbre, on lui coupe la tête, & on lui laisse repousser des jets nouveaux, pour appliquer les Ecussons dessus, ce qui fait perdre du temps; au lieu qu'en regreffant sur vieux bois à œil dormant en Automne dans le temps même que l'Arbre est en fruit & encore en sève sans couper aucunes branches, la greffe se soude dessus par l'union des sèves, sans pousser en aucune façon ; & coupant au Printemps suivant les branches au dessus des greffes, ces mêmes Ecussons antés de l'Automne précédent poussent vigoureusement ; & comme ils se trouvent sur bois de même genre, le fruit en vient plus gros & plus beau. La raison de cela est qu'une Amande ou une Prune, dont l'Arbre fournit la première sève à notre Pêcher, ne sont pas naturellement des fruits si gros qu'une Pêche, en sorte que greffant sur les branches du même Pêcher qui avoit produit de mauvais fruit, il reste toujours une disposition plus favorable à l'œilleton que celle qui est dans le Prunier ou dans l'Amandier : mais ce n'est pas là encore le grand point, car cet Arbre ainsi greffé ne donneroit des fruits que la troisième année, le grand point est de jouir promptement, & voici le moyen d'y parvenir.

Il est bon de sçavoir que dans chaque Arbre à fruit il y a des branches de trois especes, qu'on appelle, les unes *branches à fruits*, les autres *branches à bois*, improprement appellées *gourmandes* ; les ignorants Jardiniers retranchent souvent trop de celles-ci, & sans aucune considération, ce qui est la cause du peu de durée des Espaliers. Dans ces sortes de branches il y a une remarque à faire, car la capitale de ces branches à bois doit être regardée comme le corps de l'Arbre, & les plus grosses ensuite qui partent

de ce tronc comme les membres dont le tout ensemble forme l'Arbre, les branches à fruit ne doivent être regardées que comme les petites parties de ces membres qui donnent le fruit, lesquelles étant foibles d'elles-mêmes & fatiguées de la continuelle & peut-être plus abondante fermentation de la seve, sont de très peu de durée.

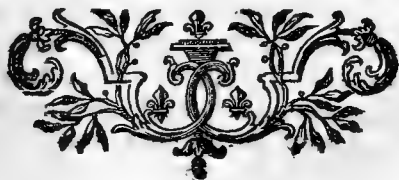
Il y a encore une autre nature de branche qui pourroit former une troisième classe, & qu'il est important de faire connoître ici, on peut les appeller des *demi* ou *moyennes branches à bois*; comme elles sortent des plus fortes branches à bois, elles conservent le caractère de ces branches, & elles doivent pousser en deux années des branches à fruit; or ce sont sur celles-ci qu'il faut choisir les Ecussons. Il est aisé de les connoître, en ce qu'elles sont plus grosses que les branches à fruit, & moins que les branches à bois. Elles portent deux, trois, & quelquefois quatre feuilles en chaque œilleton, même quelquefois cinq, & les œilletons en sont plus distants les uns des autres que ceux des branches à fruits dont les yeux sont très serrés, mais leurs œilletons sont aussi moins éloignés que ceux des branches à bois, dont les yeux sont fort distants les uns des autres. Cette observation faite sur la branche dont on doit tirer les Ecussons, il faut encore remarquer sur cette même branche les yeux qui sont triples, ce qui se connoît en cette maniere; l'œil destiné pour branche à bois, y est situé entre les deux feuilles, & avance plus que les deux autres qui sont placés en dehors des deux feuilles, lesquels sont pour former branche à fruit. Ce sont justement ces sujets qu'il faut choisir pour écussonner, & il est certain que l'œil du milieu poussera à bois, & les deux autres feront chacun une fleur, ne pouvant former branche à fruit, où qu'ils ont été interrompus dans leur route naturelle, de maniere que par cette méthode posant douze Ecussons sur l'Arbre, plus ou moins selon sa force, l'année suivante l'on est assuré d'avoir du bon fruit sur le même Arbre qui en portoit de mauvais l'année précédente: mais comme



la quantité du fruit emporteroit une partie de la seve pour sa nourriture, la prudence veut qu'on n'en laisse qu'à proportion de la force de l'Arbre, & de ce qu'il en peut nourrir sans alterer les branches à bois.

Il y a cependant une observation à faire, qui est que dans les beaux Jardins où l'on doit plus observer la régularité que le profit, l'on ne doit point laisser de fruit dessus l'Ecusson, parce que la seve étant employée à sa nourriture, n'en donne point ou très peu à la branche à bois, & ainsi laisseroit du vuide à l'Espalier, au lieu qu'abbatant les fleurs des Ecussons, la muraille sera tapissée l'année même.

Il est aussi très bon, lorsque la branche de l'Ecusson à poussé de la longueur de 8 à 9 pouces, de la pincer par le bout, parce qu'elle jettera un nombre d'autres petites branches qui feront abondamment du fruit l'année suivante. Par cette methode un Espalier se trouvera aussi garni qu'il étoit, & l'on aura du fruit la deuxième année, au lieu qu'il en auroit fallu attendre quatre, en suivant l'usage jusques à présent pratiqué. Mais dans les grands Jardins l'on pourra laisser venir dès la premiere année quelques fruits sur les Ecussons. Il faudra sur-tout avoir soin de ne laisser pousser que les yeux des Ecussons que l'on aura appliqué, & d'abattre avec le doigt tous les autres qui pourroient pousser d'ailleurs.



# T H E O R I E

## D U M O U V E M E N T

### D E S S A T E L L I T E S D E S A T U R N E .

Par M. C A S S I N I .

16 Juillet  
1716.

**L**Es inégalités particulières qui peuvent se rencontrer dans le mouvement propre de chaque Satellite de Saturne, ne sont pas les seules que nous y appercevons.

Comme ils font leurs révolutions autour de Saturne pendant qu'il est entraîné autour du Soleil, toutes les inégalités qui dépendent du mouvement de Saturne autour du Soleil, & de son mouvement apparent à l'égard de la Terre, y doivent être aperçues, ce qui fait voir que leur théorie suppose d'abord celle de Saturne parfaitement connue.

On sçait que l'Anneau de Saturne forme à notre égard des aspects différents; que dans les temps où il paroît le plus large, il a la figure d'une Ellipse dont le grand diamètre est à peu-près le double du plus petit; qu'il se retressit ensuite pendant l'espace de sept années & demie, après lequel il disparoît entièrement; qu'il reprend ensuite sa première forme, & renouvelle les mêmes Phases deux fois dans l'espace de près de 30 années. Cette apparence résulte de l'inclinaison du plan de cet Anneau à l'égard du plan de l'Ecliptique, qui est d'environ 31 degrés.

Lorsque les rayons du Soleil se rencontrent dans le plan de cet Anneau prolongé, ce qui arrive dans le temps que Saturne vû du Soleil est au 22<sup>me</sup>. degré de la Vierge & des Poissons, alors il cesse de paroître, n'étant éclairé que par son épaisseur qui est trop étroite pour pouvoir être aperçue de la Terre. Il en arrive de même lorsque Sa-  
turne

turne vû de la Terre se trouve aux mêmes degrés du Zodiaque. Car alors le plan de son Anneau prolongé passant par le centre de la Terre, elle ne peut l'appercevoir, quoi-qu'il puisse être alors éclairé du Soleil.

C'est dans la direction du plan de cet Anneau que sont situés les Orbes des quatre Satellites qui sont les plus près de Saturne, lesquels paroissent par consequent décrire des routes semblables à la figure extérieure de l'Anneau.

A l'égard du 5<sup>me</sup>. Satellite nous avons reconnu que son Orbe étoit incliné au plan de l'Ecliptique de 15 à 16 degrés, & à celui des autres Satellites, à peu-près de la même quantité, & que ses nœuds étoient au 5<sup>me</sup>. degré de la Vierge & des Poissons éloignés de 17 degrés de ceux des autres Satellites, d'où il suit qu'il doit décrire pour l'ordinaire une Ellipse inclinée à celle des autres Satellites. Cette Ellipse se transforme en une ligne droite, lorsque ce Satellite est arrivé à l'un de ses nœuds, après quoi on le voit décrire une Ellipse dont la déclinaison à l'égard de Saturne qui est le centre de son mouvement est contraire à celle qu'elle avoit auparavant, & qui est telle que ce Satellite paroît en certains temps avoir un mouvement directement opposé à celui des quatre autres Satellites.

Le mouvement propre de tous les cinq Satellites autour de leurs Orbes se fait de même que celui de toutes les Planetes, suivant la suite des Signes, en sorte qu'ils paroissent dans la partie supérieure de leurs Orbes qui est la plus éloignée de nous, aller de l'Occident vers l'Orient, & dans la partie inférieure qui est la plus proche de l'Orient vers l'Occident. On peut dans chaque Satellite considérer quatre sortes de revolutions.

La premiere est le temps qu'il employe à retourner à l'une de ses conjonctions ou de ses plus grandes digressions apparentes qu'on détermine immédiatement par les Observations.

La seconde est sa révolution à l'égard du Soleil, lequel

202 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
est le principe du mouvement de Saturne.

La troisième se considère par rapport au centre du moyen mouvement. Elle s'accorde à la révolution apparente, lorsque le mouvement vrai de Saturne est égal à son moyen mouvement.

La quatrième est sa révolution à l'égard d'un point fixe dans le Ciel, tel que celui du Bellier qu'on prend pour le terme de tous les mouvements célestes. Cette dernière révolution ne diffère de la précédente que du temps que le Satellite emploie à parcourir le mouvement moyen de Saturne qui s'est écoulé pendant chaque révolution. Elle s'accorde à l'apparente, lorsque Saturne est stationnaire, & c'est celle qu'on emploie pour la construction des Tables.

Pour la déterminer, on trouve par l'Observation le temps précis que le Satellite arrive à sa conjonction supérieure avec Saturne, ou dans quelque autre endroit de son Orbe éloigné de sa Conjonction d'un certain nombre de degrés. On calcule pour ce temps le vrai lieu de Saturne à l'égard de la Terre qui est le même que celui du Satellite, lorsqu'il est dans sa Conjonction supérieure, & auquel il faut ajouter les degrés de la distance du Satellite à sa Conjonction, lorsqu'il est dans un autre lieu. Ayant ensuite observé le temps auquel ce Satellite arrive à la même conjonction ou au même endroit de son Orbe, on calcule pour ce temps le vrai lieu de Saturne, auquel l'on ajoute, s'il est nécessaire, les degrés de la distance du Satellite à sa conjonction pour avoir le vrai lieu du Satellite. Lorsque ce lieu est le même que le premier, on divise l'intervalle du temps entre les deux Observations par le nombre des révolutions que le Satellite a parcouru pour avoir le temps de chaque révolution du Satellite à l'égard du point du Belier. Mais comme il arrive rarement que Saturne n'ait point eu de mouvement à l'égard de la Terre pendant plusieurs révolutions que l'on veut comparer ensemble, il faut faire cette proportion comme le nombre des révolutions observées, qui sont chacune de 360 de-

grés plus ou moins les degrés du mouvement vrai de Saturne sont à 360 degrés, ainsi l'intervalle du temps qui s'est écoulé entre les deux Observations est au temps d'une révolution moyenne à l'égard du Belier. Cette révolution étant connue, on fera comme ce temps est à 24 heures, ainsi 360 degrés sont aux degrés minutes & secondes que le Satellite parcourt dans son Orbe dans l'espace de 24 heures. Le mouvement journalier étant connu, on aura celui des années, des heures, minutes & secondes, qui étant ajouté à l'époque du mouvement du Satellite, qui est son vrai lieu au temps de la première Observation, donne son vrai lieu pour le temps cherché.

Par exemple, le 29 Octobre de l'année 1704 à 7<sup>h</sup> 61' du soir on a observé la Conjonction inférieure du 3<sup>me</sup>. Satellite avec Saturne. Le 21 Octobre de l'année suivante à 9 heures du soir on a observé la même Conjonction du 3<sup>me</sup>. Satellite qui a fait 79 révolutions apparentes pendant cette intervalle de temps qui est de 357 jours une heure & 44 minutes. Le vrai lieu de Saturne au temps de la première Observation étoit à 2<sup>d</sup> 20' du Taureau, & son vrai lieu au temps de la seconde étoit à 17<sup>d</sup> 44' du même Signe. Le mouvement vrai de Saturne pendant cet intervalle a donc été de 15<sup>d</sup> 24' qu'il faut ajouter aux 79 révolutions, qui sont chacune de 360 degrés, & on fera comme 79 révolutions plus 15<sup>d</sup> 24' ou 1707324 minutes sont à 357 jours 1<sup>h</sup> 44' ou 514184 minutes, ainsi 360 degrés ou 21600 minutes sont à 6505 minutes & 8 secondes, ou 4 jours 12<sup>h</sup> 25' 8", révolution moyenne du 3<sup>me</sup>. Satellite à l'égard du point du Belier, d'où l'on tirera le mouvement moyen de ce Satellite, & tout ce qui est nécessaire pour la construction des Tables.

On a négligé dans la comparaison de ces deux Observations de réduire le temps vrai au temps moyen, à cause qu'elles ont été faites dans la même saison de l'année, auquel temps l'équation du temps est à peu-près la même.

*Du Premier Satellite de Saturne.*

Après avoir rapporté ce qui convient en general à tous les Satellites. Nous examinerons ce qui concerne chaque Satellite en particulier.

Le premier qui est ainsi nommé, parce que l'Orbe qu'il décrit est le plus près de Saturne, ne s'éloigne de l'extrémité de l'Anneau que d'environ la moitié de son grand diamètre. Il est très difficile de déterminer cette distance dans la dernière précision; car on n'apperçoit ce Satellite qu'avec des Lunettes de 30 à 40 pieds de longueur auxquelles il est impossible d'appliquer un Micrometre, qui est la manière la plus exacte pour mesurer dans le Ciel les petits intervalles.

Au défaut des Micrometres on employe une autre méthode, qui est de compter le temps qui s'écoule entre le passage du centre de Saturne & celui du Satellite par le même Cercle horaire; & comme l'on peut mesurer assez exactement le diamètre de Saturne, on a la proportion de ce diamètre à la distance du Satellite au centre de Saturne pour le temps de l'Observation. Mais cette méthode n'est bonne que pour les Satellites qui sont les plus éloignés. Car pour le premier Satellite dont le demi-diamètre de l'Orbe, vû de la Terre, n'employe qu'environ trois secondes à passer par un vertical, une demi-seconde d'erreur qu'il est impossible d'éviter dans ces sortes d'Observations causeroit une différence trop considérable dans la détermination de sa distance à Saturne.

Il n'y a donc que l'œil qui puisse être le juge de la distance de ce Satellite à l'égard de Saturne, & on la détermine en la comparant au diamètre de l'Anneau, ou bien aux autres Satellites, lorsqu'ils sont dans leurs plus grandes digressions, ou dans quelque autre situation connuë.

Suivant nos Observations comparées à celles qui ont été faites par mon Pere, nous trouvons que dans ses plus

grandes digressions il s'éloigne du centre de Saturne d'un demi-diametre de l'Anneau plus  $\frac{1}{17}$  de ce demi-diametre.

Pour ce qui est de la révolution moyenne de ce Satellite, on peut la déterminer avec beaucoup plus de précision. Il fut découvert par mon Pere le 21 Mars de l'année 1684 à 10 heures du soir, étant à peu-près dans la ligne qui passe par le centre de Saturne & l'extrémité des Anses de l'Anneau, c'est-à-dire, vers sa plus grande digression. Mais comme dans cette situation il est impossible de déterminer à quelques degrés près le lieu qu'il occupe dans son Orbe, à cause qu'il paroît alors stationnaire, & que son mouvement qui se fait dans la direction de nôtre œil ne nous est point sensible, nous prenons pour époque de son mouvement une Observation qui fut faite le 31 Mars 1685 à 10<sup>h</sup> 15' du soir, dans laquelle ce Satellite fut trouvé dans la partie supérieure de son Orbe vers l'Occident éloigné de l'extrémité de l'Anneau de la longueur du tiers de l'Anse. La proportion du demi-diametre de l'Orbe du premier Satellite au demi-diametre de l'Anneau étant comme 193 à 100, celle de l'Anneau au globe comme 9 à 4, & du demi-diametre du globe à une des Anses comme 4 à 5; on trouvera par le moyen des sinus que ce Satellite étoit alors éloigné de 37<sup>d</sup> 53' de sa Conjonction supérieure à laquelle il n'étoit pas encore arrivé. Le vrai lieu de Saturne tiré des Tables pour le temps de l'Observation étoit de 5 Signes 11<sup>d</sup> 42', dont retranchant 37<sup>d</sup> 53' à cause que ce Satellite étoit vers l'Occident, reste le vrai lieu du Satellite à l'égard d'Aries de 4 signes 3<sup>d</sup> 49' pour le 31 Mars 1685 à 10<sup>h</sup> 15' du soir temps vrai. Y ajoutant l'équation du temps qui étoit alors de 4 minutes additives, on aura le vrai lieu du premier Satellite à l'égard d'Aries de 4 signes 3<sup>d</sup> 49' pour le 31 Mars 1685 à 10<sup>h</sup> 19' temps moyen que nous prenons pour époque des moyens mouvements de ce Satellite.

Le 21 Mars de l'année suivante 1686 à 9<sup>h</sup> 46' du

soir temps vrai, &  $9^h 53'$  temps moyen, le premier Satellite fut observé dans le même endroit de son Orbe que dans l'Observation précédente, c'est-à-dire, à la distance de  $37^d 53'$  de sa Conjonction supérieure vers l'Occident, après avoir achevé 188 révolutions entières. Le vrai lieu de Saturne étoit le 21 Mars 1686 de 5 signes  $26^d 7'$  & le 31 Mars de 5 signes  $11^d 42'$ , de sorte que cette Planete avoit parcouru dans cet intervalle  $14^d 25'$  qu'il faut ajouter aux 188 révolutions, & l'on fera comme 188 révolutions de 360 degrés chacune plus 14 degrés 25 minutes, sont à 355 jours moins 26 minutes, temps qui s'est écoulé entre les deux Observations; ainsi 360 degrés sont à 2718 minutes & 27 secondes, ou un jour  $21^h 18' 27''$  révolution moyenne du premier Satellite à l'égard d'Aries.

Cette révolution s'accorde affés exactement à celles qui resultent de la comparaison de diverses autres Observations plus éloignées entre elles; & pour la déterminer avec plus de précision, nous avons employé principalement une Observation qui a été faite le 18 Avril de l'année 1714 à  $9^h 37'$  où le premier Satellite paroissoit vers l'Occident dans la partie inférieure de son Cercle à la distance d'une Anse de l'extrémité de l'Anneau de Saturne. Cette Observation est d'autant plus favorable pour déterminer le moyen mouvement de ce Satellite que dans l'espace de 29 années & quelques jours qui se sont écoulées depuis la première époque; Saturne est arrivé à la distance de 6 à 7 degrés du lieu où il étoit alors, de sorte que les inégalités qui peuvent dépendre de la situation de cette Planete dans son Orbe se compensent les unes les autres, & ne changent rien dans la quantité de son mouvement, joint à ce que ces deux Observations ont été faites aussi dans la même saison de l'année dans laquelle les inégalités qui resultent du mouvement du Soleil sont les mêmes.

Ayant donc déterminé par cette dernière Observation



la situation du premier Satellite, nous avons trouvé que le 18 Avril 1714 à 9<sup>h</sup> 37' temps vrai, & 9<sup>h</sup> 36' temps moyen, il étoit à la distance de 53<sup>d</sup> 0' de sa conjonction inférieure, allant vers l'Occident. Le vrai lieu de Saturne étoit alors de 5 signes 4<sup>d</sup> 55', qui étant ajoutés à 7 signes 23<sup>d</sup>, distance du Satellite à l'Apogée, donne son vrai lieu le 18 Avril 1714 à 9<sup>h</sup> 36' du soir, de 0 signe 27<sup>d</sup> 55', qui comparé à l'Observation du 31 Mars 1685, nous a servi à dresser les Tables du premier Satellite de Saturne suivant lesquelles sa révolution moyenne à l'égard d'Aries s'acheve en un jour 21 heures 18 minutes & 27 secondes, & le moyen mouvement journalier est de 6 signes 10<sup>d</sup> 41' 51".

Comme dans l'intervalle compris entre ces deux Observations il y a plus de 5000 révolutions, & qu'il est à craindre de tomber dans l'inconvenient de diviser cet espace de temps par un nombre de révolutions plus grand ou plus petit que celui que ce Satellite a parcouru; on a eu soin d'examiner toutes les Observations qui en ont été faites en divers temps, lesquelles s'y accordent assez exactement. Nous rapporterons ici quelques-unes de celles qui ont été déterminées avec le plus d'exactitude, afin de faire voir la précision que l'on en peut esperer.

Le 20 Juin 1687 à 9<sup>h</sup> 54' temps vrai, le premier Satellite étoit dans la partie inférieure de son Orbe en conjonction avec l'extrémité de l'Anse Orientale de Saturne, ce qui donne sa distance à son Apogée, ou sa conjonction supérieure de 4 signes 28<sup>d</sup> 48' plus petite de 1<sup>d</sup> 8' que suivant les Tables. Cette Observation est celle où l'on a vû le premier Satellite le plus près de Saturne, & est très propre pour régler son mouvement.

Le 11 Juin 1690 à 10<sup>h</sup> 20' la distance du premier Satellite à son Apogée fut trouvée d'un signe 14<sup>d</sup> 39' plus petite de 21' que suivant les Tables.

Le 17 Septembre 1696 à 7<sup>h</sup> 30' la distance du premier Satellite à son Apogée fut trouvée de 4 signes 22<sup>d</sup>

208 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
12' plus grande seulement de 5 minutes que celle qui  
resulte des Tables.

Le 30 Novembre 1703 à 8<sup>h</sup> 50' la distance du premier  
Satellite à son Apogée fut trouvée de 3 signes 29<sup>d</sup> 18' plus  
grande de 40 minutes que suivant les Tables.

Le 23 Octobre 1705 à 8<sup>h</sup> la distance du premier Sa-  
tellite à son Apogée fut trouvée de 3 signes 25<sup>d</sup> 0' plus  
grande de 1<sup>d</sup> 5' que suivant les Tables.

Enfin le 6 Mai 1714 à 9<sup>h</sup> 30' la distance du premier  
Satellite à son Apogée fut trouvée de 2 signes 5<sup>d</sup> 0' plus  
grande de 28' que suivant les Tables.

Ces Observations jointes à plusieurs autres qui ont été  
faites dans des intervalles d'années différents les uns des  
autres servent à confirmer l'exactitude des Tables qui les  
representent avec si peu de difference, qu'on peut aisé-  
ment l'attribuer à la difficulté qu'il y a de déterminer la  
situation de ce Satellite dans son Orbe dans la dernière  
précision. Ces differences peuvent être aussi causées en  
partie par quelques inégalités particulieres dans le mou-  
vement de ce Satellite semblables à celles que l'on observe  
dans ceux de Jupiter.

#### *Du Second Satellite de Saturne.*

Suivant les Observations que nous avons faites pour  
déterminer le demi-diametre de l'Orbe du second Satel-  
lite de Saturne, nous trouvons qu'il ne s'éloigne du centre  
de cette Planete que d'un diametre & un quart de la lon-  
gueur de l'Anneau, de sorte que le demi-diametre de son  
Orbe comparé à celui du premier Satellite est comme 5  
à 4, ou plus précisément comme 23 à 18.

Ce Satellite fut découvert par mon Pere de même que  
le premier le 21 Mars 1684 vers sa digression Occiden-  
tale, un peu au dessous en apparence de la ligne qui passe  
par la direction des Anses. Mais, comme nous avons déjà  
remarqué, cette situation n'est pas propre pour détermi-  
ner son mouvement. Ainsi nous employerons une Obser-  
vation

vation qui fut faite le 24 Avril 1685 à 8<sup>h</sup> 46' du soir dans laquelle ce Satellite parut dans la partie inferieure de son Cercle éloigné de l'extremité Orientale de l'Anneau de la longueur du tiers d'une Anse.

La proportion du demi-diametre de l'Orbe de ce Satellite au demi-diametre de l'Anneau étant comme 247 à 100, on trouve que ce Satellite étoit alors éloigné de son Perigée de 28 degrés 40' vers l'Orient, de sorte que sa longitude prise depuis sa conjonction superieure étoit de 5 signes 1<sup>d</sup> 20'. Y ajoutant le vrai lieu de Saturne qui étoit de 5 signes 10<sup>d</sup> 36', on aura le vrai lieu du Satellite de 10 signes 11<sup>d</sup> 56' le 24 Avril 1685 à 8<sup>h</sup> 40' du soir temps vrai, & 8<sup>h</sup> 38' temps moyen, que nous prenons pour époque des moyens mouvements de ce Satellite.

Pour déterminer la periode de sa révolution, nous avons employé une Observation qui a été faite le 7 Mai de l'année 1714 à 9<sup>h</sup> 30' du soir, dans laquelle ce Satellite parut vers l'Occident dans sa partie superieure éloigné de son Apogée de 44 degrés 27 minutes. Le vrai lieu de Saturne étoit alors de 5 signes 4<sup>d</sup> 37', dont retranchant 44 degrés 27 minutes, à cause que le second Satellite étoit vers l'Occident, reste le vrai lieu du Satellite de 3 signes 20<sup>d</sup> 10' pour le 7 Mai 1714 à 9<sup>h</sup> 30' temps vrai, & à 9<sup>h</sup> 26' temps moyen.

Ayant comparé cette Observation avec celle du 24 Avril 1685, nous avons déterminé la révolution moyenne de ce Satellite à l'égard d'Aries de 2 jours 17<sup>h</sup> 41' 22", & son moyen mouvement journalier de 4 signes 11<sup>d</sup> 32' 5" dont nous nous sommes servis pour construire les Tables du second Satellite, qui representent assez exactement les Observations qui en ont été faites, comme on le verra par celles que nous rapporterons ici.

Le 8 Avril 1686 à 11<sup>h</sup> 10' temps vrai, le second Satellite étoit dans la partie superieure de son Cercle, presque en conjonction avec l'extremité Occidentale de Saturne

*Mem 1716.*

D d

dont il n'étoit éloigné que de deux de ses diametres. Suivant cette Observation la distance de ce Satellite à son Apogée étoit de 11 signes  $5^d 37'$ , plus petite de  $1^d 15'$  que suivant les Tables.

Le 14 Avril 1687 à  $10^h 20'$  le second Satellite étoit dans la partie inferieure de son Cercle en conjonction avec l'extrémité de l'Anse Orientale de Saturne, ce qui donne sa distance à son Apogée de 5 signes  $8^d 13'$ , plus petit de  $2^d 6'$  que suivant les Tables.

Le 6 Mai 1690 à minuit la distance du second Satellite à son Apogée fut trouvée de 10 signes  $5^d 56'$ , plus petite de 4 minutes que suivant les Tables.

Le 18 Octobre 1703 à  $10^h 34'$  la distance du second Satellite à son Apogée fut trouvée d'un signe  $20^d$ , plus grande de  $2^d 45'$  que suivant les Tables.

Dans la comparaison de ces Observations avec les Tables on trouve de plus grandes inégalités dans le mouvement du second Satellite que dans celui du premier, lesquelles ( si on ne les attribue pas à la difficulté de déterminer son vrai lieu dans son Orbe ) paroissent avoir quelque analogie avec le second Satellite de Jupiter, dont les mouvements sont plus difficiles à régler que ceux du premier.

#### *Du Troisième Satellite de Saturne.*

Le troisième Satellite de Saturne a été découvert par mon Pere le 23 Decembre de l'année 1672 à 7 heures du soir.

Dans ses plus grandes digressions il s'éloigne du centre de Saturne d'un diametre & trois quarts de la longueur de l'Anneau, desorte que le demi-diametre de son Orbe comparé à celui du second est comme 7 à 5, & à celui du premier comme 7 à 4.

Sa grandeur apparente excède celle des deux Satellites interieurs, & on l'apperçoit quelquefois pendant toute sa révolution, ce qui donne la facilité de déterminer son

mouvement avec plus d'exactitude que celui des deux premiers. Il parut le 23 & le 30 Decembre 1672 à 7 heures du soir vers sa plus grande digression. Mais comme ces Observations ne sont pas les plus exactes pour déterminer sa situation, nous avons choisi pour époque celle qui fut faite le 25 Juillet 1673 à minuit, dans laquelle ce Satellite étoit vers l'Orient dans la partie supérieure de son Cercle, éloigné de l'extrémité de l'Anneau de la longueur d'une de ses Anses à 28 degrés 45' de distance de son Apogée.

Le vrai lieu de Saturne étoit alors de 0 signe 15<sup>d</sup> 17', qui étant ajouté à 28<sup>d</sup> 45', distance du Satellite à son Apogée, donne son vrai lieu d'un signe 14<sup>d</sup> 2' pour le 25 Juillet 1673 à minuit temps vrai, & à 12<sup>h</sup> 5' 46" temps moyen.

Cette époque étant ainsi établie, nous avons employé une Observation qui a été faite le 4 Avril de l'année 1714 à 10<sup>h</sup> du soir temps vrai, & à 10<sup>h</sup> 3' temps moyen, dans laquelle ce Satellite parut dans la partie inférieure de son Cercle presque en conjonction avec l'extrémité Occidentale de l'Anneau de Saturne éloigné de son Périgée de 18<sup>d</sup> 36'. Le vrai lieu de Saturne étoit alors de 5 signes 5<sup>d</sup> 32', qui étant ajouté à 6 signes 18<sup>d</sup> 36', distance de ce Satellite à son Apogée, donne son vrai lieu de 11 signes 24<sup>d</sup> 8' pour le 4 Avril 1714 à 10<sup>h</sup> 3' temps moyen. Cette Observation étant comparée avec celle du 25 Juillet 1673, on trouve la révolution moyenne du 3<sup>me</sup>. Satellite à l'égard d'Aries de 4 jours 12<sup>h</sup> 25' 12", & son moyen mouvement journalier de 2 signes 19<sup>d</sup> 41' 25". Sur ce fondement nous avons construit les Tables de ce Satellite, qui représente assez exactement toutes les Observations qui en ont été faites, dont nous rapporterons ici quelques-unes de celles qui paroissent avoir été faites avec le plus d'évidence.

Le 16 Avril 1684 à 9<sup>h</sup> 18' le 3<sup>me</sup>. Satellite parut au dessus de l'Anse Orientale de Saturne éloigné de son Apo-

gée de  $7^{\text{d}} 30'$  vers l'Occident, ce qui donne sa longitude de  $11$  signes  $22^{\text{d}} 30'$ , plus petite d'un degré  $2'$  que suivant les Tables.

Le 18 Avril 1686 à  $10^{\text{h}} 24'$  le  $3^{\text{me}}$ . Satellite parut au dessous de l'Anse, sous laquelle il étoit avancé d'un cinquième de l'Anse, ce qui donne sa distance à son Apogée de  $0$  signe  $14^{\text{d}} 48'$ , plus grande de  $1^{\text{d}} 1'$  que suivant les Tables.

Le 13 Mai 1689 à  $10^{\text{h}}$  le  $3^{\text{me}}$ . Satellite parut dans son Apogée en conjonction avec le centre de Saturne. Suivant les Tables sa longitude étoit alors de  $11$  signes  $27^{\text{d}} 24'$ , plus petite de  $2^{\text{d}} 36'$  que suivant l'observation.

Le 28 Aoust 1696 à  $9^{\text{h}} 8'$  la distance du  $3^{\text{me}}$ . Satellite à son Apogée fut trouvée de  $5$  signes  $20^{\text{d}} 20'$ , précisément de même que suivant les Tables.

Le 22 Octobre 1704 à  $11^{\text{h}} 0'$  la distance du  $3^{\text{me}}$ . Satellite à son Apogée fut trouvée de  $11$  signes  $22^{\text{d}} 32'$ , précisément de même que suivant les Tables.

Le 29 Octobre 1704 à  $7^{\text{h}} 16'$  le  $3^{\text{me}}$ . Satellite parut dans son Perigée en conjonction avec le centre de Saturne. Suivant les Tables sa longitude étoit alors de  $5$  signes  $28^{\text{d}} 23'$ , plus petite de  $1^{\text{d}} 37'$  que suivant l'Observation.

Le 21 Octobre 1705 à  $9^{\text{h}} 0'$  le  $3^{\text{me}}$ . Satellite n'étoit éloigné de son Perigée que d'un degré. Suivant les Tables sa longitude étoit alors de  $5$  signes  $28^{\text{d}} 9'$ , plus petite de  $51$  minutes que suivant l'Observation.

Il est à remarquer que dans routes ces Observations le vrai lieu du Satellite ne differe au plus que de deux ou trois degrés de celui qui a été déterminé par les Tables; d'où l'on peut conclure que les inégalités particulieres de ce Satellite ne montent pas à plus de trois degrés.

#### *Du quatrième Satellite de Saturne.*

Le quatrième Satellite de Saturne a été découvert par M. Huygens en 1655; ainsi il y a plus de 60 années qu'on observe ses révolutions.

Le demi-diametre de son Orbe est huit fois plus grand que celui de l'Anneau ; ce que l'on a déterminé plusieurs fois par son passage, & celui du centre de Saturne par un même vertical, lorsqu'il est dans ses plus grandes digressions.

Il est beaucoup plus gros en apparence que les autres Satellites, ce qui donne la facilité de l'observer en tout temps, & même avec des Lunettes dont le foyer n'excede pas 10 à 12 pieds.

Pour déterminer l'époque de son mouvement nous avons employé une Observation qui est rapportée par M. Huygens dans son système de Saturne, par laquelle ce Satellite parut le 14 Mars 1659 à minuit, presque au dessous de Saturne, dont il déclinait un peu vers l'Occident. Suivant cette Observation le Satellite avoit passé dans sa conjonction inférieure le 14 Mars à 8<sup>h</sup> temps vrai, & à 8<sup>h</sup> 9' 20" temps moyen.

Le vrai lieu de Saturne pour ce temps-là étant de 6 signes 29<sup>d</sup> 37', on aura le vrai lieu du Satellite qui étoit à l'opposite de 0 signe 29<sup>d</sup> 37' que nous avons pris pour époque de ses mouvements.

Nous avons ensuite examiné plusieurs Observations de la conjonction précise de ce Satellite avec Saturne, & nous nous sommes servis principalement de celle du 11 Février de l'année 1714, où il se trouva dans son Périgée à 10<sup>h</sup> du soir temps vrai, & à 10<sup>h</sup> 14' 53" temps moyen.

Le vrai lieu de Saturne étoit alors de 5 signes 9<sup>d</sup> 18', & par conséquent celui du Satellite de 11 signes 9<sup>d</sup> 18', qui comparé avec celui du 23 Juillet, donne la révolution du quatrième Satellite à l'égard d'Aries de 15 jours 22<sup>h</sup> 41' 12", & son mouvement journalier de 22<sup>d</sup> 34' 38"  $\frac{1}{3}$ .

M. Huygens dans son Traité du système de Saturne, imprimé en 1659, donne le mouvement journalier de ce Satellite de 0 signe 22<sup>d</sup> 34' 44" à 7 secondes près de celui que nous venons de déterminer, ce qui est d'une assez

grande précision, eu égard au peu de temps qu'il avoit employé à le régler, mais qui dans la suite causeroit des erreurs considerables dans la situation de ce Satellite. Car 7 secondes de difference dans le mouvement journalier en font une de 42 minutes dans une année, & de plus de 40 degrés en 59 ans, depuis l'année 1655 que ce Satellite a été découvert jusqu'en l'année 1714.

Si l'on compare presentement les Tables de ce Satellite avec les Observations qui en ont été faites en divers temps, on y trouvera une très grande correspondance. Car le 24 Juillet 1673 à 3<sup>h</sup> du matin, la distance du 4<sup>me</sup>. Satellite à son Apogée fut trouvée de 2<sup>d</sup> 35', précisément de même que suivant les Tables.

Le 4 Juin 1684 le 4<sup>me</sup>. Satellite étoit en conjonction avec l'extremité Occidentale de l'Anse dans la partie inferieure de son Cercle, ce qui donne sa longitude de 6 signes 7<sup>d</sup> 11', plus petite de 4' que suivant les Tables.

Le 21 Mai 1685 à 10<sup>h</sup> 56 le 4<sup>me</sup>. Satellite étoit en conjonction dans son Perigée. Suivant les Tables, sa longitude étoit alors de 6 signes 1<sup>d</sup> 3', plus grande de 1<sup>d</sup> 3' que suivant l'Observation.

Le 7 Mars 1687 à 12<sup>h</sup> 8' le 4<sup>me</sup>. Satellite étoit en conjonction dans son Perigée éloigné seulement de 11 minutes de la situation qu'il devoit avoir suivant les Tables.

Le 19 Janvier 1691 à 6<sup>h</sup> 14' du matin le 4<sup>me</sup>. Satellite étoit en conjonction dans son Apogée, éloigné seulement de 8 minutes de la situation qu'il devoit avoir suivant les Tables.

Le 25 Aoust 1697 à 10<sup>h</sup> 45' le 4<sup>me</sup>. Satellite étoit presqu'en conjonction dans son Apogée dont il étoit éloigné seulement d'un degré, précisément de même que suivant les Tables.

Le 27 Octobre 1704 à 11<sup>h</sup> 12' le 4<sup>me</sup>. Satellite étoit en conjonction dans son Apogée, éloigné seulement des Tables de 54 minutes.

Le 6 Mars 1706 à 7<sup>h</sup> 50' le 4<sup>me</sup>. Satellite étoit en



conjonction dans son Apogée, éloigné des Tables d'un degré.

Ces Observations jointes à plusieurs autres, qu'il seroit trop long de rapporter, s'accordent aux Tables avec plus d'exactitude que celle des trois Satellités interieurs, ce qu'on peut attribuer en partie à la commodité qu'il y a de l'observer, & de choisir des temps propres pour déterminer son mouvement.

On pourroit aussi conjecturer que ce Satellite a quelque analogie au 4<sup>me</sup>. Satellite de Jupiter, qui comme mon Pere l'a remarqué dans ses Tables, est sujet à moins d'inégalités que les autres; à quoi on peut ajouter que son volume qui est beaucoup plus gros que celui des autres Satellites, peut contribuer à rendre son mouvement plus régulier, étant moins sujet à être dérangé par la rencontre des tourbillons des autres Satellites qui environnent Saturne.

#### *Du cinquième Satellite de Saturne.*

Le 5<sup>me</sup>. Satellite a été découvert par mon Pere le 25 Octobre de l'année 1671 avec une Lunette de 17 pieds au milieu de plusieurs Etoiles fixes qui sont dans la sinuosité de l'eau d'Aquarius. Ayant décrit la configuration de ces Etoiles, on s'aperçût qu'il y en avoit une qui changeoit de situation à l'égard des autres, ce qui fit reconnoître que c'étoit une véritable Planete.

Il s'éloigne de Saturne dans ses plus grandes digressions d'un peu plus de 23 demi-diametres de l'Anneau. Il paroît souvent plus gros que le 3<sup>me</sup>. Satellite, mais dans de certains temps il diminue de grandeur & de clairté, & se perd entierement, suivant une periode qui n'est pas encore bien connue, ce qui arrive pour l'ordinaire lorsqu'il est dans la partie Orientale de son Orbe à l'égard de Saturne.

Pour déterminer sa révolution & son moyen mouvement, nous avons employé une Observation qui a été

faite le 16 Juillet 1673 à minuit temps vrai, & à  $12^h 5' 20''$  temps moyen dans laquelle ce Satellite parut vers l'Occident éloigné de son Perigée de  $6^d 40'$ .

Le vrai lieu de Saturne étoit alors de 0 signe  $15^d 10'$ , qui étant ajoûté à la distance de ce Satellite à son Apogée, donne son vrai lieu le 16 Juillet 1673 à minuit de 6 signes  $21^d 50'$ . Cette époque étant ainsi établie, nous avons employé une Observation qui a été faite le 5 Mai 1714 à  $9^h 30'$  temps vrai, & à  $9^h 26'$  temps moyen, dans laquelle ce Satellite étoit éloigné de l'extrémité Occidentale de Saturne d'un peu moins d'un diametre de l'Anneau, allant vers sa conjonction superieure avec Saturne qui devoit être presque centrale. Suivant cette Observation la longitude de ce Satellite étoit de 11 signes  $23^d 30'$ , à laquelle ajoûtant le vrai lieu de Saturne qui étoit alors de 5 signes  $4^d 37'$ , on aura le vrai lieu du 5<sup>me</sup>. Satellite pour le 5 Mai 1714 à  $9^h 30'$  du soir de 4 signes  $28^d 7'$ , qui étant comparé à celui du 16 Juillet de l'année 1673, donne son mouvement journalier de  $4^d 32' 18''$ , & sa révolution moyenne à l'égard du Belier de 79 jours  $7^h 47$  minutes.

Sur ce fondement nous avons dressé les Tables du 5<sup>me</sup>. Satellite, que nous avons comparées aux Observations de la maniere qui suit.

Le 6 Fevrier 1680 à  $7^h \frac{1}{4}$  le 5<sup>me</sup>. Satellite étoit en conjonction dans son Perigée. Sa distance à son Apogée devoit être suivant les Tables de 6 signes  $0^d 20'$ , plus grande seulement de 20 minutes que suivant l'Observation.

Le 26 Avril suivant à 9 heures le 5<sup>me</sup>. Satellite étoit aussi en conjonction dans son Perigée. La distance à son Apogée devoit être suivant les Tables de 6 signes  $1^d 19'$ , plus grande de  $1^d 19'$  que suivant l'Observation.

Le 29 Mars 1685 à  $7^h 45'$  le 5<sup>me</sup>. Satellite étoit éloigné de son Apogée de  $5^d 50'$  vers l'Occident, ce qui donne sa longitude de 11 signes  $24^d 10'$  plus grande de  $34'$  que

que suivant les Tables le 7 Mai suivant la distance du 5<sup>me</sup>. Satellite à son Apogée fut trouvée de 5 signes 24' 14", plus grande que suivant les Tables de 1<sup>d</sup> 48'.

Le 5 Février 1688 à 5<sup>h</sup> du matin le 5<sup>me</sup>. Satellite étoit fort près de son Apogée, dont il n'étoit éloigné que de 30 minutes vers l'Orient. La distance de son Apogée devoit être suivant les Tables de 0 signe 1<sup>d</sup> 22', plus grande seulement de 52' que suivant l'Observation.

Le 16 Mai 1691 à 11<sup>h</sup> le 5<sup>me</sup>. Satellite n'étoit éloigné de son Apogée que de 15 minutes vers l'Orient, précisément de même que suivant l'Observation.

Le 23 Octobre 1704 à 6<sup>h</sup> 50' le 5<sup>me</sup>. Satellite étoit en conjonction dans son Perigée à quelques minutes près de sa situation suivant les Tables.

Enfin le 9 Mars 1710 à 10<sup>h</sup> 40' le 5<sup>me</sup>. Satellite étoit en conjonction dans son Apogée, éloigné seulement de 12 minutes de sa situation suivant les Tables.

Quelques autres Observations s'éloignent des Tables jusqu'à 5 ou 6 degrés, ce qui donne lieu de conjecturer qu'il y a dans le mouvement propre de ce Satellite des inégalités plus grandes que dans celui du 4<sup>me</sup>.

*Rapports des Diametres des Orbes des Satellites avec les Temps qu'ils employent à faire leurs Révolutions.*

Les temps des révolutions de chaque Satellite de Saturne ayant été déterminés avec tout le soin possible, nous sommes presentement en état de les comparer à leurs distances à l'égard de Saturne, qui est le centre de leur mouvement.

On sçait que les Planetes qui tournent autour du Soleil observent entr'elles une certaine proportion découverte par Kepler, qui est telle que les quarrés des révolutions sont comme les cubes de leurs distances au Soleil; c'est-à-dire, que prenant le quarré du temps de chaque révolution, & tirant la racine cubique de ces quarrés, ces

racines sont entr'elles dans la même proportion que les distances. Cette règle s'est trouvée depuis observée dans les Satellites de Jupiter & dans ceux de Saturne, & mon Pere l'a employée pour trouver leur mouvement, en attendant qu'on eut un assez grand nombre d'Observations pour les déterminer immédiatement.

A present que leurs mouvements sont connus assez exactement, nous les employerons à déterminer leurs distances à Saturne, ce qui, suivant ce que j'ai déjà remarqué, est une des parties des plus difficiles de la Theorie de ces Satellites, & en même temps des plus nécessaires, n'étant pas possible de déterminer exactement leur situation hors des conjonctions sans connoître le demi-diametre de leur Orbe.

Pour comparer les distances des cinq Satellites entre elles, nous avons choisi celle du 4<sup>me</sup>. Satellite qui a été mesurée dans ses plus grandes digressions de huit demi-diametre de l'Anneau. Ayant ensuite pris le quarré du temps de chaque révolution, nous en avons extrait la racine cubique, & nous avons trouvé que la distance du 4<sup>me</sup>. Satellite au centre de Saturne étant de 8 demi-diametres de l'Anneau, celle du 5<sup>me</sup>. étoit de 23 &  $\frac{23}{100}$ , celle du 3<sup>me</sup>. de 3 &  $\frac{45}{100}$ , celle du second de 2 &  $\frac{47}{100}$ , & celle du premier de 1 &  $\frac{93}{100}$ . Cette proportion s'accorde si exactement à celle qui a été déterminée par les Observations immédiates, que l'on peut s'en servir pour trouver la situation de chaque Satellite dans son Orbe, sans crainte de tomber dans quelque erreur sensible.

*Comparaison des Orbes des Satellites de Saturne avec ceux de Jupiter & celui de la Lune.*

Suivant nos Observations les plus exactes le plus grand diametre apparent de Jupiter est de 50 secondes de degrés, & celui du globe de Saturne de 24 secondes; & comme alors Saturne se trouve éloigné de la Terre un peu

plus de deux fois que Jupiter, il suit que les diametres du globe de ces deux Planetes sont à peu-près égaux entre eux. La proportion du diametre du Soleil à celui de la Terre ayant été déterminée comme 100 à 1, & la proportion de la distance de la Terre au Soleil & aux Planetes superieures étant connue, on trouve que les diametres de Jupiter & de Saturne sont aux diametres de la Terre environ comme 10 à 1.

Sur ce fondement il est aisé de connoître les distances réelles des Satellites de Jupiter & de Saturne au centre de leur mouvement.

Le premier Satellite de Jupiter, par exemple, s'éloigne du centre de Jupiter de 5 demi-diametres de cette Planete & deux tiers, qui font 57 demi-diametres de la Terre. Cette distance est à peu-près égale à celle de la Lune à la Terre dont la moyenne a été trouvée de 58 de ces demi-diametres. Mais les temps dans lesquels ils achevent leurs révolutions sont bien differents, puisque ce Satellite l'acheve en un jour 18<sup>h</sup> 28' 36", au lieu que la Lune y emploie près d'un mois.

A l'égard de Saturne le demi-diametre du globe de cette Planete étant à celui de l'Anneau comme 4 à 9, ou 1 à  $2\frac{1}{4}$ , & le demi-diametre de l'Anneau étant à celui de l'Orbe du premier Satellite comme 1 à 2, ou plus exactement comme 1 à 1 &  $\frac{91}{100}$ , il suit que la proportion du demi-diametre de l'Orbe de ce Satellite est à celui de l'Anneau comme 1 à 4 &  $\frac{34}{100}$ . Le demi-diametre du globe de Saturne étant donc à celui de la Terre, à peu-près comme 10 à 1, on aura la distance du premier Satellite de Saturne au centre de son mouvement de 43 demi-diametres de la Terre. Ce Satellite est donc plus près de Saturne que le premier Satellite de Jupiter ne l'est de la Planete qu'il accompagne, & cependant il emploie 2 heures & 42 minutes de plus à achever sa révolution, ce qui fait voir que le premier Satellite de Saturne se meut réellement avec moins de vitesse que celui de Jupiter; &

comme les Satellites d'une même Planete observent entre eux une même proportion entre leurs distances & leurs révolutions, il suit que les Satellites de Saturne se meuvent plus lentement dans leurs Orbes que ceux de Jupiter, à proportion de leurs distances.

On ne peut pas attribuer le plus ou le moins de vitesse dans le mouvement des Satellites au plus ou moins de distance de leurs Planetes à l'égard du Soleil. Car la Lune faisant son mouvement autour de la Terre, qui est beaucoup plus près du Soleil que ne sont Saturne & Jupiter, il s'ensuivroit qu'elle devoit achever sa révolution en moins de temps que le premier Satellite de Jupiter, ce que nous venons de montrer être contraire à l'expérience. Ainsi il y a beaucoup plus d'apparence que ces divers degrés de vitesse dépendent en partie du temps que les Planetes principales employent à faire leur révolution autour de leur Axe, qui s'achevant plus promptement dans Jupiter que dans la Terre, entraîne ses Satellites avec beaucoup plus de vitesse.

Si cette conjecture a quelque fondement, il suit que Saturne dont les Satellites se meuvent plus lentement que ceux de Jupiter & plus vite que la Lune, doit faire sa révolution autour de son axe un peu plus lentement que Jupiter, mais avec beaucoup plus de vitesse que la Terre, c'est ce qui est encore incertain, n'ayant point eu d'occasion favorable pour s'en assurer, quoi-qu'il y ait eu quelques raisons de conjecturer qu'il tournoit autour de son axe, de même qu'on l'a remarqué dans la plupart des autres Planetes.

## DES TABLES DES MOUVEMENTS des Satellites de Saturne.

Ces Tables sont calculées au Meridien de l'Observatoire Royal de Paris, c'est pourquoi on réduira le temps donné en temps moyen par la Table du temps moyen au Midi vrai, qui est calculée dans la Connoissance des Temps de chaque année.

On prendra ensuite dans les Tables ci-jointes les mouvements des Satellites de Saturne pour les années, mois, jours, heures, minutes & secondes du temps moyen, dont on retranchera un jour dans les années Bissextiles depuis le premier Janvier jusques & y compris le dernier Fevrier; observant que le Titre qui est vis-à-vis les minutes, marque les degrés, minutes & secondes qui conviennent au mouvement des Satellites, & que le Titre qui est vis-à-vis les minutes, marque les minutes, secondes & tierces qui conviennent au mouvement des Satellites.

On rangera les signes, degrés, minutes & secondes du mouvement des Satellites sous des colonnes différentes, & on les ajoutera ensemble, pour avoir la longitude des Satellites depuis le point du Belier. Retranchant de cette longitude le vrai lieu de Saturne que l'on trouvera dans les Ephemerides ou la Connoissance des Temps, on aura la distance des Satellites à leur conjonction supérieure, ou la plus éloignée de la Terre.

### E X E M P L E I.

On cherche le lieu du premier Satellite de Saturne le 6 Mai de l'année 1714 à 9<sup>h</sup> 30' du soir temps vrai.

On trouvera dans la Connoissance des Temps de l'année 1714 que le 6 Mai le temps moyen au midi vrai étoit de 11<sup>h</sup> 56' 15", & le 7 Mai de 11<sup>h</sup> 56' 10", en sorte que le 6 Mai à 9 heures & demie du soir le temps moyen

E e iij.

# 222 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE

retardoit à l'égard du vrai de  $3^{\circ} 47''$  qu'il faut retrancher de  $9^h 30'$  pour avoir le temps moyen à  $9^h 26' 13''$ .

On prendra ensuite dans la Table des Epoques la longitude du Satellite pour l'année 1714 qui est de 7 signes  $26^d 17' 21''$ , & dans les Tables suivantes sa longitude pour le mois de Mai qui est de 6 signes  $23^d 42' 0''$ , pour 6 jours, qui est de 2 signes  $4^d 11' 6''$ , pour 9 heures qui est de 2 signes  $11^d 30' 42''$ , pour 26 minutes qui est de  $3^d 26' 35''$ , & pour 13 secondes qui est de  $1' 43''$ . Les ajoutant ensemble, la longitude du premier Satellite à  $9^h 30'$  temps vrai, & à  $9^h 26' 13''$  temps moyen de 7 signes  $9^d 9' 27''$ , dont retranchant le vrai lieu de Saturne qui étoit alors de 5 signes  $4^d 37'$ , reste la distance du premier Satellite de Saturne à sa conjonction supérieure de 2 signes  $4^d 32' 27''$ ,

$7^c 26^d 17' 21''$  Longitude du premier Satellite pour l'année 1714.

6 23 42 0 pour le mois de Mai.

2 4 11 6 pour 6 jours.

2 11 30 42 pour 9 heures.

3 26 35 pour 26 minutes.

1 43 pour 13 secondes.

---

7 9 9 27 Longitude du premier Satellite le 6 Mai 1714 à  $9^h 26' 13''$  temps vrai.

5 4 37 0 Vrai lieu de Saturne.

---

2 4 32 27 Vrai lieu du premier Satellite où la distance à sa conjonction supérieure le 6 Mai 1714 à 9 heures  $30'$  du soir.

## E X E M P L E I I.

On cherche le lieu du cinquième Satellite de Saturne

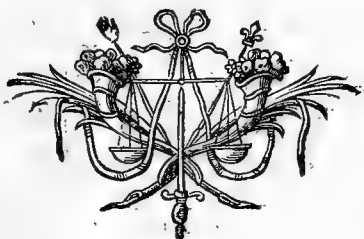


le 9 Mars 1710 à 10<sup>h</sup> 40' du soir. On trouvera dans la Connoissance des temps de l'année 1710 que le 9 Mars à 10<sup>h</sup> 40' du soir le temps moyen anticiroit à l'égard du vrai de 10' 50" qu'il faut ajouter à 10<sup>h</sup> 40' pour avoir le temps moyen à 10<sup>h</sup> 50' 50".

4 <sup>c</sup>	28 <sup>d</sup>	42'	26"	Longitude du cinquième Satellite pour l'année 1710.
8	27	45	22	pour le mois de Mars.
1	10	50	39	pour 9 jours.
	1	53	26	pour 10 heures.
		9	36	pour 50 minutes & 50 secondes.

3	9	21	29	Longitude du cinquième Satellite le 9 Mars 1714 à 10 <sup>h</sup> 50' 50" temps moyen.
3	9	33	30	Vrai lieu de Saturne.

11	29	48	0	Distance du cinquième Satellite à sa conjonction supérieure le 9 Mars 1710 à 10 <sup>h</sup> 40'.
----	----	----	---	---



224 *Table des Epoques des Mouvements des Satellites de Saturne.*

Années	I. Satellite.				II.				III.				IV.				V.			
	Longitude.				Longitude.				Longitude.				Longitude.				Longitude.			
	S.	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.
1672	4	7	20	12	3	12	47	55	7	10	43	45	3	22	10	16	5	17	0	0
1676	3	6	23	3	1	5	1	40	0	8	13	30	11	7	13	20	10	17	22	12
1680	2	5	25	54	10	27	15	25	5	5	43	15	6	22	16	24	3	17	44	24
1684	1	4	28	45	8	19	29	10	10	3	13	0	2	7	19	28	8	18	6	36
1688	0	3	31	36	6	11	42	55	3	0	42	45	9	22	22	32	1	18	28	48
1692	11	2	34	27	4	3	56	40	7	28	12	30	5	7	25	36	6	18	51	0
1696	10	1	37	18	1	26	10	25	0	25	42	15	0	22	28	40	11	19	13	12
1700	2	19	58	18	7	6	52	5	3	3	30	35	7	14	57	6	4	15	3	5
1701	6	24	33	33	11	17	2	30	0	20	27	40	6	5	34	13	11	21	30	34
1702	10	29	8	48	3	27	12	55	10	7	24	45	4	26	11	20	6	27	58	2
1703	3	3	44	3	8	7	23	20	7	24	21	50	3	16	48	26	2	4	25	30
1704	1	19	1	9	4	29	5	50	8	1	0	20	3	0	0	10	9	15	25	17
1705	5	23	36	24	9	9	16	15	5	17	57	25	1	20	37	17	4	21	52	46
1706	9	28	11	39	1	19	26	40	3	4	54	30	0	11	14	23	11	28	20	14
1707	2	2	46	54	5	29	37	5	0	21	51	35	11	1	51	30	7	4	47	42
1708	0	18	4	0	2	21	19	35	0	28	30	5	10	15	3	14	2	15	47	29
1709	4	22	39	15	7	1	30	0	10	15	27	10	9	5	40	21	9	22	14	58
1710	8	27	14	30	11	11	40	25	8	2	24	15	7	26	17	27	4	28	42	26
1711	1	1	49	45	3	21	50	50	5	19	21	20	6	16	54	34	0	5	9	54
1712	11	17	6	51	0	13	33	20	5	25	59	50	6	0	6	18	7	16	9	41
1713	3	21	42	6	4	23	43	45	3	12	56	55	4	20	43	25	2	22	37	10
1714	7	26	17	21	9	3	54	10	0	29	54	0	3	11	20	31	9	29	4	38
1715	0	0	52	36	1	14	4	35	10	16	51	5	2	1	57	38	5	5	32	8
1716	10	16	9	42	10	5	47	5	10	23	29	35	1	15	9	22	0	16	31	55
1717	2	20	44	57	2	15	57	30	8	10	26	40	0	5	46	29	7	22	59	23
1718	6	25	20	12	6	26	7	55	5	27	23	45	10	26	23	36	2	29	26	52
1719	10	29	55	27	11	6	18	20	3	14	20	50	9	17	0	43	10	5	54	20
1720	9	15	12	33	7	28	0	50	3	20	59	20	9	0	12	27	5	16	54	7
1736	5	11	23	57	10	26	55	50	11	10	58	20	3	0	24	43	1	18	22	57
1752	1	7	35	21	1	25	50	50	6	0	57	20	9	0	36	58	9	19	51	47

*Table*

Années.	I. Satellite.				II.				III.				IV.				V.			
	S.	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.
1	4	4	35	15	4	10	10	25	9	16	57	5	10	20	37	7	7	6	27	28
2	8	9	10	30	8	20	20	50	7	3	54	10	9	11	14	14	2	12	54	57
3	0	13	45	45	1	0	31	15	4	20	51	15	8	1	51	21	9	19	22	25
Bis 4	10	29	2	51	9	22	13	45	4	27	29	45	7	15	3	4	5	0	22	12
5	3	3	38	6	2	2	24	10	2	14	26	50	6	5	40	11	0	6	49	41
6	7	8	13	21	6	12	34	35	0	1	23	55	4	26	17	18	7	13	17	9
7	11	12	48	36	10	22	45	0	9	18	21	0	3	16	54	25	2	19	44	38
Bis 8	9	28	5	42	7	14	27	30	9	24	59	30	3	0	6	8	10	0	44	24
9	2	2	40	57	11	24	37	55	7	11	56	35	1	20	43	15	5	7	11	52
10	6	7	16	12	4	4	48	20	4	28	53	40	0	11	20	22	0	13	39	21
11	10	11	51	27	8	14	58	45	2	15	50	45	11	1	57	29	7	20	6	50
Bis 12	8	27	8	33	5	6	41	16	2	22	29	15	10	15	9	12	3	1	6	36
13	1	1	43	48	9	16	51	40	0	9	26	20	9	5	46	19	10	7	35	4
14	5	6	19	3	1	27	2	5	9	26	23	25	7	26	23	26	5	14	1	33
15	9	10	54	18	6	7	12	30	7	13	20	30	6	17	0	33	0	20	29	2
Bis 16	7	26	11	24	2	28	55	0	7	19	59	0	6	0	12	16	8	1	28	49

## Table des Mois.

Mois.																				
Janvier	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Fevrier	5	1	37	21	3	27	34	35	10	10	23	55	11	9	53	17	4	20	41	8
Mars	3	1	9	9	6	20	32	55	0	21	43	35	8	12	2	42	8	27	45	22
Avril	8	2	46	30	10	18	7	30	11	2	7	30	7	21	56	0	1	18	26	30
Mai	6	23	42	0	10	4	10	0	6	22	50	0	6	9	14	40	6	4	35	20
Juin	11	25	19	21	2	1	44	35	5	3	13	55	5	19	7	57	10	25	16	28
Juillet	10	16	14	51	1	17	47	5	0	23	56	25	4	6	26	37	3	11	25	18
Août	3	17	52	12	5	15	21	40	11	4	20	20	3	16	19	55	8	2	6	26
Septem.	8	19	29	33	9	12	56	15	9	14	44	15	2	26	13	12	0	22	47	33
Octob.	7	10	25	3	8	28	58	45	5	5	26	45	1	13	31	52	5	8	56	23
Novem.	0	12	2	24	0	26	33	20	3	15	50	40	0	23	25	9	9	29	37	31
Decem.	11	2	57	54	0	12	35	50	11	6	33	10	11	10	43	49	2	15	46	21

Mem. 1716.

Ff

Jours.	I. Satellite.				II.				III.				IV.				V.			
	S.	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.
1	6	10	41	51	4	11	32	5	2	19	41	25	0	22	34	37	0	4	32	18
2	0	21	23	42	8	23	4	10	5	9	22	50	1	15	9	15	0	9	4	35
3	7	2	5	33	1	4	36	15	7	29	4	15	2	7	43	52	0	13	36	53
4	1	12	47	24	5	16	8	20	10	18	45	40	3	0	18	29	0	18	9	10
5	7	23	29	15	9	27	40	25	1	8	27	5	3	22	53	7	0	22	41	28
6	2	4	11	6	2	9	12	30	3	28	8	30	4	15	27	44	0	27	13	46
7	8	14	52	57	6	20	44	35	6	17	49	55	5	8	2	21	1	1	46	4
8	2	25	34	48	11	2	16	40	9	7	31	20	6	0	36	59	1	6	18	21
9	9	6	16	39	3	13	48	45	11	27	12	45	6	23	11	36	1	10	50	39
10	3	16	58	30	7	25	20	50	2	16	54	10	7	15	46	13	1	15	22	57
11	9	27	40	21	0	6	52	55	5	6	35	35	8	8	20	51	1	19	55	14
12	4	8	22	12	4	18	25	0	7	26	17	0	9	0	55	28	1	24	27	32
13	10	19	4	3	8	29	57	5	10	15	58	25	9	23	30	3	1	28	59	50
14	4	29	45	54	1	11	29	10	1	5	39	50	10	16	4	42	2	3	32	7
15	11	10	27	45	5	23	1	15	3	25	21	15	11	8	39	20	2	8	4	25
16	5	21	9	36	10	4	33	20	6	15	2	40	0	1	13	58	2	12	36	43
17	0	1	51	27	2	16	5	25	9	4	44	5	0	23	48	35	2	17	9	0
18	6	12	33	18	6	27	37	30	11	24	25	30	1	16	23	12	2	2	41	18
19	0	23	15	9	11	9	9	35	2	14	6	55	2	8	57	40	2	26	13	36
20	7	3	57	0	3	20	41	40	5	3	48	20	3	1	32	26	3	0	45	53
21	1	14	38	51	8	2	13	45	7	23	29	45	3	24	7	4	3	5	18	11
22	7	25	20	42	0	13	45	50	10	13	11	10	4	16	41	42	3	9	50	29
23	2	6	2	33	4	25	17	55	1	2	52	35	5	9	16	19	3	14	22	46
24	8	16	44	24	9	6	50	0	3	22	34	0	6	1	50	56	3	18	55	4
25	2	27	26	15	1	18	22	5	6	12	15	25	6	24	25	33	3	23	27	22
26	9	8	8	6	5	29	54	10	9	1	56	50	7	17	0	10	3	27	59	39
27	3	18	49	57	10	11	26	15	11	21	38	15	8	9	34	48	4	2	31	57
28	9	29	31	48	2	22	58	20	2	11	19	40	9	2	9	25	4	7	4	15
29	4	10	13	39	7	4	30	25	5	1	1	5	9	24	44	3	4	11	36	32
30	10	20	55	30	11	16	2	30	7	20	42	30	10	17	18	40	4	16	8	50
31	5	1	37	21	3	27	34	35	10	10	23	55	11	9	53	17	4	20	41	8

Heures.	I. Satellite.				II.				III.				IV.				V.			
	S.	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.	S.	D.	M.	S.
1	0	7	56	45	0	5	28	50	3	19	13		0	56	26		0	11	20	
2	0	15	53	29	0	10	57	40	6	38	27		1	52	53		0	22	41	
3	0	23	50	14	0	16	26	30	9	57	40		2	49	19		0	34	2	
4	1	1	46	59	0	21	55	20	13	16	54		3	45	46		0	45	23	
5	1	9	43	43	0	27	24	10	16	36	7		4	42	12		0	56	44	
6	1	17	40	28	1	2	53	1	19	55	21		5	38	39		1	8	4	
7	1	25	37	12	1	8	21	51	23	14	35		6	35	6		1	19	25	
8	2	3	33	57	1	13	50	42	26	33	48		7	31	33		1	30	46	
9	2	11	30	42	1	19	19	32	29	53	2		8	27	59		1	42	6	
10	2	19	27	26	1	24	48	22	1	3	12	15	9	24	26		1	35	26	
11	2	27	24	11	2	0	17	12	1	6	31	29	10	20	52		2	4	47	
12	3	5	20	55	2	5	46	2	1	9	50	42	11	17	19		2	16	9	
13	3	13	17	40	2	11	14	52	1	13	9	56	12	13	45		2	27	29	
14	3	21	14	25	2	16	43	42	1	16	29	9	13	10	11		2	38	50	
15	3	29	11	10	2	22	12	32	1	19	48	23	14	6	37		2	50	11	
16	4	7	7	55	2	27	41	23	1	23	7	36	15	3	4		3	1	32	
17	4	15	4	40	3	3	10	14	1	26	26	50	15	59	31		3	12	53	
18	4	23	1	24	3	8	39	4	1	29	46	4	16	55	58		3	24	13	
19	5	0	58	8	3	14	7	54	2	3	5	17	17	52	24		3	35	34	
20	5	8	54	52	3	19	36	44	2	6	24	30	18	48	51		3	46	55	
21	5	16	51	37	3	25	5	34	2	9	43	44	19	45	18		3	58	16	
22	5	24	48	22	4	0	34	24	2	13	2	58	20	41	44		4	9	36	
23	6	2	45	6	4	6	3	14	2	16	22	11	21	38	10		4	20	57	
24	6	10	41	51	4	11	32	5	2	19	41	25	22	34	37		4	32	18	

*Table des Minut.*

IV.	V.
M. S.	M. S.
S. T.	S. T.
29 10	5 52
30 6	6 3
31 3	6 14
32 0	6 26
32 57	6 37
33 54	6 48
34 50	7 0
35 46	7 11
36 42	7 22
37 38	7 34
38 34	7 45
39 30	7 56
40 27	8 8
41 24	8 19
42 20	8 30
43 16	8 42
44 13	8 53
45 10	9 4
46 6	9 16
47 2	9 27
47 58	9 38
48 54	9 50
49 51	10 1
50 48	10 12
51 44	10 23
52 40	10 35
53 37	10 46
54 34	10 58
55 30	11 9
56 26	11 20

	I. Sat.	II.	III.	IV.	V.		I. Sat.	II.	III.	IV.	V.
Min.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.	Min.	D. M. S.	D. M. S.	D. M. S.	M. S.	M. S.
Sec.	M. S. T.	M. S. T.	M. S. T.	S. T.	S. T.	Sec.	M. S. T.	M. S. T.	M. S. T.	S. T.	S. T.
1	0 7 57	0 5 29	0 3 19	0 56	0 11	31	4 6 20	2 49 54	1 42 55	29 10	5 52
2	1 3 53	0 10 58	6 38	1 53	23 32	32	4 14 16	2 55 22	1 46 14	30 6	6 3
3	2 3 50	0 16 27	9 57	2 49	34 33	33	4 22 13	3 0 51	1 49 33	31 3	6 14
4	3 4 47	0 21 56	13 16	3 46	45 34	34	4 30 10	3 6 20	1 52 52	32 0	6 26
5	3 2 44	0 27 24	16 35	4 42	57 35	35	4 38 6	3 11 49	1 56 11	32 57	6 37
6	4 7 40	0 32 53	19 55	5 39	1 8 36	36	4 46 3	3 17 18	1 59 31	33 54	6 48
7	5 5 37	0 38 22	23 14	6 35	1 19 37	37	4 54 0	3 22 47	2 2 50	34 50	7 0
8	1 3 34	0 43 51	26 33	7 31	1 30 38	38	5 1 57	3 28 16	2 6 8	35 46	7 11
9	1 11 31	0 49 20	29 52	8 28	1 42 39	39	5 9 54	3 33 45	2 9 28	36 42	7 22
10	1 19 27	0 54 48	33 12	9 24	1 53 40	40	5 17 50	3 39 14	2 12 47	37 38	7 34
11	1 27 23	1 0 17	36 31	10 20	2 5 41	41	5 25 47	3 44 43	2 16 7	38 34	7 45
12	1 35 21	1 5 46	39 50	11 17	2 16 42	42	5 33 44	3 50 12	2 19 26	39 30	7 56
13	1 43 18	1 11 15	43 10	12 14	2 28 43	43	5 41 40	3 55 41	2 22 45	40 27	8 8
14	1 51 14	1 16 44	46 29	13 10	2 39 44	44	5 49 37	4 1 10	2 26 54	41 24	8 19
15	1 59 11	1 22 12	49 48	14 7	2 50 45	45	5 57 34	4 6 39	2 29 15	42 20	8 30
16	2 7 8	1 27 41	53 7	15 3	3 1 46	46	6 5 30	4 12 8	2 32 44	43 16	8 42
17	2 15 4	1 33 10	56 26	16 0	3 13 47	47	6 13 27	4 17 37	2 36 3	44 13	8 53
18	2 23 1	1 38 39	59 46	16 56	3 24 48	48	6 21 24	4 23 6	2 39 22	45 10	9 4
19	2 30 58	1 44 8	1 3 4	17 52	3 36 49	49	6 29 20	4 28 34	2 42 41	46 6	9 16
20	2 38 55	1 49 37	1 6 24	18 49	3 47 50	50	6 37 17	4 34 2	2 46 0	47 2	9 27
21	2 46 52	1 55 6	1 9 43	19 46	3 58 51	51	6 45 14	4 39 31	2 49 19	47 58	9 38
22	2 54 48	2 0 1	1 13 2	20 42	4 9 52	52	6 53 10	4 45 0	2 52 58	48 54	9 50
23	3 2 45	2 6 4	1 16 22	21 38	4 21 53	53	7 1 7	4 50 29	2 55 57	49 51	10 1
24	3 10 42	2 11 33	1 19 41	22 35	4 32 54	54	7 9 4	4 55 58	2 59 16	50 48	10 12
25	3 18 39	2 17 1	1 23 0	23 31	4 43 55	55	7 17 1	5 1 27	3 2 35	51 44	10 23
26	3 26 35	2 22 30	1 26 19	24 27	4 55 56	56	7 24 58	5 6 56	3 5 54	52 40	10 35
27	3 34 32	2 27 55	1 29 38	25 24	5 6 57	57	7 32 54	5 12 53	3 9 13	53 37	10 46
28	3 42 29	2 33 28	1 32 57	26 20	5 17 58	58	7 40 50	5 17 54	3 12 32	54 34	10 58
29	3 50 25	2 38 57	1 36 16	27 17	5 29 59	59	7 48 47	5 23 22	3 15 52	55 30	11 9
30	3 58 23	2 44 25	1 39 36	28 13	5 40 60	60	7 56 44	5 28 50	3 19 12	56 26	11 20



## OBSERVATIONS

*Sur la Matiere qui colore les Perles fausses, & sur quelques autres Matieres animales d'une semblable couleur; à l'occasion de quoi on essaye d'expliquer la formation des Ecailles des Poissons.*

Par M. DE REAUMUR.

L'ART de faire les Perles fausses, telles qu'on les porte aujourd'hui, est assez nouveau; il n'y a pas plus de 60 ans qu'il est connu; ce n'est pas qu'il n'ait été longtemps cherché. Le prix auquel il a plu de mettre les vraies Perles, a fait tenter bien des moyens de les contrefaire. La plupart des Auteurs à secrets, ou de ces Auteurs qui nous ont donné pour des procédés sûrs & merveilleux ceux qui leur ont été suggérés par une imagination mal réglée, ou par l'envie d'en imposer, ont prétendu nous découvrir des receptes pour composer les vraies Perles. Mais ce qui est de sûr, c'est qu'on est parvenu à les imiter parfaitement: les yeux qui semblent les seuls juges établis de cette espece de beauté, ne peuvent souvent distinguer les Perles qui sont l'ouvrage de la Nature, de celles que l'art a contrefaites; ou s'ils reconnoissent ces dernières, ce n'est souvent que parce qu'elles n'ont pas assez de défauts. Il y a tel fil de Perles fausses que le Joüaillier le plus expert estimeroit à des sommes immenses, s'il le voyoit au col d'une Princesse. Aussi les vraies Perles ont-elles perdu beaucoup de leur prix.

Quoi-qu'on reproche à notre Nation d'être plus propre à perfectionner qu'à trouver, l'invention & la perfection de ce petit art lui sont dûes. Il occupe à present à Paris un grand nombre d'ouvriers. Nous l'avons décrit il

14 Novem-  
bre 1716.

y a plusieurs années dans nos Assemblées particulieres. Nous nous contentâmes alors de faire connoître la matiere dont on se sert pour donner aux grains cette belle couleur appellée d'*Orient*. Nous ne nous arrêta mes point à en examiner la nature, nous l'allons faire aujourd'hui. Nous hazarderons de plus nos conjectures sur son usage dans les Poissons qui la fournissent. Nous parlerons ensuite de quelques autres matieres qui nous paroissent analogues. Mais avant de rechercher ce que c'est que cette matiere argentée, & à quoi la nature l'employe, nous croyons devoir rappeler l'idée de l'usage que l'art en sçait faire.

Les ouvriers appellent *essence d'Orient*, la matiere propre à colorer les Perles, & nous l'appellerons de même avec eux. Un petit Poisson commun dans la Seine & dans quelques autres Rivieres la fournit. Il est nommé *Able*, ou *Ablete* en François, & en Latin *Albula*. Dans la Seine il n'a jamais guere plus de 4 pouces de longueur; il ressemble assez à un Eperlan, à cela près que ses Ecailles ont une couleur argentée plus vive & plus brillante. On retire l'essence d'*Orient* de ses Ecailles, qu'on enleve, en ratissant le Poisson à l'ordinaire; on les met dans un bassin plein d'eau claire, ou on les frotte comme si on vouloit les broyer. La matiere qui s'en détache donne à l'eau une couleur argentée; on verse cette premiere eau dans un grand verre; on en jette de nouvelle sur les Ecailles; on les frotte de nouveau, & l'on verse encore l'eau dans un second verre, lorsqu'elle a pris une couleur brillante. Operation qu'on repete jusqu'à ce que l'eau ne se teigne plus. On laisse rasscoir pendant dix ou douze heures celle qu'on a versée dans les verres. La matiere argentée comme plus pesante se précipite au fond, l'eau qui la surnage reste claire; on la verse par inclination jusqu'à ce qu'il n'y ait plus dans le verre qu'une liqueur épaisse, à peu-près comme de l'huile, & d'une couleur approchant de celles des Perles; c'est aussi ce qu'on nomme essence d'*Orient*.

Pour faire usage de cette liqueur, il ne reste plus qu'à la mêler avec un peu de colle de Poisson, comme nous l'avons expliqué ailleurs. D'abord on s'en servit à vernir extérieurement des grains soit de Cire, soit d'Albâtre, soit de Verre; ils imitoient parfaitement les Perles, mais ils avoient un défaut dont les Dames s'aperçurent. Ce vernix n'étoit pas à l'épreuve de l'humidité : elles ne pouvoient porter leurs colliers dans des temps chauds, sans courir risque de peindre leur peau d'une couleur qu'elles n'ont pas encore crû devoir employer. On trouva un remède simple à ce défaut; on souffla des grains de verre, creux, très minces, & de couleur de Gyrasole, ou de couleur bleuâtre, & on les forme encore de même aujourd'hui. Dans ce grain on fait entrer une petite goutte d'essence d'Orient. Un ouvrier l'y souffle avec un chalumeau. Le même ouvrier prenant ensuite le grain entre deux doigts, l'agite pendant quelques instants, & par ce mouvement fait étendre la liqueur sur toute la surface intérieure des parois; de sorte que l'on ne voit la couleur d'Orient qu'au travers le verre, comme on ne voit l'Étain & le Vif-argent qu'au travers les Glaces étamées. Le verre étant extrêmement mince, il n'ôte presque rien au brillant de l'essence; sa couleur bleuâtre fait même paroître les Perles fausses plus semblables aux véritables. On met ensuite la Perle dans une corbeille où il y en a beaucoup d'autres; & on les y remue ensemble pendant quelques heures, c'est-à-dire, jusqu'à ce qu'elles soient sèches. Enfin pour leur donner plus de poids & plus de solidité, on les remplit de Cire.

Mais après avoir vu l'usage que l'art sçait faire de la matière que les ouvriers appellent essence d'Orient, examinons-en la nature, & comment elle est arrangée sous les Ecaillés. Pour parler plus exactement, nous commencerons par lui ôter le nom d'*essence*. Elle n'est pas plus liqueur que l'est un sable extrêmement fin, ou du Talc pulvérisé délayé avec de l'eau; mais on ne peut bien la

retirer des Ecailles qu'en les lavant ; & pour être employée elle demande, comme beaucoup de terres à peindre, à être mêlée avec l'eau. Si on l'observe au Microscope, ou avec une Loupe forte, il est aisé de la distinguer du liquide, dans lequel elle nage, & de s'assurer qu'elle n'est point liquide elle-même. Mais on est surpris en même temps de voir que cette matiere n'est qu'un amas d'une infinité de petits corps d'une figure très régulière. Ce sont autant de lames, dont la plus grande partie sont taillées très quarrément. Elles forment des rectangles environ quatre fois plus longs que larges. Quelques-unes ont pourtant leurs extrémités arrondies, & quelques autres les ont terminées en pointe. Elles sont toutes extrêmement minces, & à tel point, qu'on ne peut appercevoir leur épaisseur. De-là on peut conclure qu'elles sont d'une matiere qui a beaucoup de solidité. Quoiqu'on employe à dessein des broyements assez forts pour les enlever des Ecailles, on ne les brise, ni on ne les plie, du moins n'en decouvre-t-on point, au Microscope, de brisées & de pliées : elles paroissent toutes de grandeur, à peu-près égale, & toujours coupées en ligne droite, selon leurs grands côtés.

On imagine assez quel brillant elles doivent faire voir avec le secours du Microscope ; l'Argent le mieux bruni n'en a point qui en approche. On voit aussi que minces & taillées régulièrement comme elles le sont, qu'elles sont extrêmement propres à s'arranger sur le verre, à y paroître avec le poli & le brillant des Perles. Elles paroissent dans une agitation continuelle jusqu'à ce qu'elles soient précipitées au fond de l'eau. Elles cedent si aisément au plus legers mouvements, que je ne doute point qu'elles n'eussent été prises pour des insectes, par ceux qui sont disposés à donner ce nom à tout ce qui se meut continuellement dans les liquides.

Nous avons assez dit que c'est en lavant les Ecailles qu'on retire cette matiere, mais nous n'avons point dit encore

encore qu'il n'y en a que par hazard sur leur surface extérieure, & que la surface qui touche le corps du Poisson en est toujours vernie. Pour en être convaincu, on n'a qu'à enlever doucement quelque Ecaille; le doigt ne prend aucune couleur, si on le passe sur sa surface extérieure, & on l'argente si on le passe sur l'autre surface.

La découverte qu'ont fait les Anatomistes modernes d'une liqueur onctueuse qui enduit la surface du corps des Poissons, pourroit donner du penchant à croire que nôtre matiere sert au même usage, mais elle en est très-différente : d'ailleurs la matiere onctueuse est de la couleur & de la consistance d'une vraye gelée, & fournie par des vaisseaux assez considerables, comme je l'ai observé avec plaisir dans la Torpille ou Tremble. On trouve ces deux matieres dans les mêmes Poissons, & elles sont aisées à distinguer l'une de l'autre, soit par leurs usages, soit par leurs qualités.

Qu'on ne soupçonne pas non plus, comme je le pensai d'abord, que la matiere de l'essence d'Orient est celle qui s'échappe du corps des Poissons par la voye de l'insensible transpiration, & qu'elle s'attache aux Ecailles comme à une espece de voûte. Elle n'est point irrégulièrement appliquée comme elle le feroit alors; elle y paroît même arrangée avec beaucoup d'appareil : elle est recouverte par des membranes, elle est contenuë dans des vaisseaux. Si avec la pointe d'une épingle on tâche à l'enlever quelque part de dessus l'Ecaille, on ôte souvent à la fois toute celle qui la vernit, ou au moins celle qui en vernit la plus grande partie; & cela, parce qu'on emporte la membrane où elle est contenuë. Si on examine de plus près cette membrane avec le Microscope, ou la Loupe, outre les vaisseaux sanguins dont elle est parsemée, que nous n'avons pas dessein d'examiner ici, on y apperçoit un grand nombre d'especes de grosses fibres toutes paralleles les unes aux autres, & dont la direction traverse perpendiculairement la longueur de l'Ecaille, je prends la longueur de l'Ecaille dans le mê-

me sens que celle du Poisson. Ce que nous venons de nommer des fibres sont des vaisseaux ou des especes de tuyaux dans lesquels est contenuë nôtre matiere argentée. Ayant pressé de ces tuyaux vers leur milieu, j'ai souvent vû avec plaisir à leurs extremités des paquets de ces petites lames arrangées les unes sur les autres comme le sont les cartes à jouter, commencées à rassembler pour faire un jeu. La longueur de chaque lame étoit dans le même sens que celle du tuyau.

Comme l'Ecaille n'est pas également large, ces vaisseaux ne sont pas également longs; les plus proches des extremités superieures ou inferieures sont plus courts que ceux du milieu. On voit souvent les deux bouts de ces tuyaux, dont l'un se termine à un bord de l'Ecaille, & l'autre à l'autre bord. Ceux qui sont entre les deux extremités de l'Ecaille n'ont pourtant pas à beaucoup près autant de longueur que l'Ecaille a de largeur, on distingue les extremités de differents tuyaux en differents endroits. Au reste, qu'on ne soupçonne pas que nous prenons les endroits où ces tuyaux ont été brisés, pour les endroits où ils se terminent naturellement. Leur figure naturelle feroit aisément démêler ce qui auroit été fait par déchirement. Ils sont chacun cilindriques dans la plus grande partie de leur longueur, & se terminent en pointe vers leurs extremités.

Voyons à present si ce que nous avons dit de la nature de cette matiere argentée, des vaisseaux où elle est contenuë, de leur position, ne suffira pas pour nous faire connoître quels en sont les usages. Si on se rappelle ce que nous venons de faire observer, il semble qu'on ne pourra guere s'empêcher de croire que les Ecailles du Poisson doivent à cette matiere leur formation & leur accroissement. La dureté des petites lames & leur transparence font voir que leur nature est toute autre que celle des chairs, qu'elle semble être la même que celle des Ecailles. Enfin quand on ne feroit attention qu'à la figure

des lames argentées , ne sembleroit il pas qu'elles ont été taillées comme autant de petites briques de la maniere la plus convenable pour bâtir l'Ecaille. Les vaisseaux dans lesquels elles sont contenuës achevent la preuve ; leurs extremités ouvertes sont disposées de telle sorte qu'ils fournissent des lames , non seulement pour étendre tout le contour de l'Ecaille ; il y en a une infinité dont les extremités se terminent dans tous les autres endroits : desorte que si l'on veut dire avec Levenhoek , que chaque Ecaille est composée d'une infinité de petites Ecailles posées les unes sur les autres , ou plus simplement , qu'elles sont composées d'une infinité de couches , dont les plus proches du corps du Poisson sont les plus grandes , on trouvera par-tout des vaisseaux qui fournissent de la matiere pour les former.

Ces couches sont paroître sur les Ecailles un fort joli travail. Si on les examine à la Loupe ou au Microscope , on les voit sculptées avec un art merveilleux ; on apperçoit un nombre prodigieux de canelures ou de cordons concentriques. Ces canelures sont si fines & si proches les unes des autres , qu'il n'est pas aisé de les compter ; la dernière suit le contour de l'Ecaille , les autres ont une courbure semblable. Elles sont formées par le bord de chaque couche , elles en marquent les bornes ; elles marquent en même temps les differents degrés d'accroissement des Ecailles ; comme nous avons fait voir ailleurs que des canelures analogues montrent les termes d'accroissement des Coquilles.

Il suit de-là que ces canelures doivent être en dessus des Ecailles , mais les Ecailles sont si minces & si transparentes , qu'on seroit fort embarrassé à déterminer de quel côté elles sont canelées , si on ne les observoit que près de leurs bords. Mais où l'Ecaille est la plus épaisse , vers son milieu , on ne découvre point ou presque point les canelures en dessous , quoi-qu'elles soient très sensibles en dessus. Enfin si on observe le dessus de l'Ecaille en deux po-

sitions différentes, en mettant, dans l'une, le bord vers lequel on regarde plus proche de l'œil que le milieu de l'Ecaille, & dans l'autre, le milieu plus proche de l'œil que le bord vers lequel on regarde; on distingue quelle est la disposition des canelures, les unes par rapport aux autres: vûës dans la première position, elles paroissent plus élevées; on apperçoit une plus grande partie de chacune: alors on fait la même chose lorsqu'on regarde les marches d'un escalier de bas en haut, au lieu que dans l'autre position les canelures sont placées comme les marches d'un escalier regardé de haut en bas.

Les canelures précédentes sont croisées par d'autres qui partent du centre de l'Ecaille. Ce que j'en nomme le centre n'est pas précisément le milieu, c'est un point qui est entouré par les canelures, dont la courbure est la même que celle du contour de l'Ecaille. Celles qui partent du centre sont beaucoup plus grosses que les autres; leur nombre est déterminé, il y en a dix dans l'Able, dont six, disposées comme des bâtons d'éventail, vont se terminer à la partie de l'Ecaille la plus proche de la queue, & quatre disposées comme les précédentes, aboutissent à la partie de l'Ecaille la plus proche de la tête. Ces canelures droites sont creuses, au lieu que les courbes ont du relief; elles me paroissent destinées à loger des vaisseaux sanguins.

Il y a des Ecailles, & même dans l'Able, qui sont encore plus travaillées. On voit sur ce Poisson deux lignes qui semblent ponctuées; elles partent l'une & l'autre de la partie de l'ouïe la plus proche du dos, & chacune, formant une concavité qui regarde le ventre du Poisson, va se terminer au milieu de la queue. Les Ecailles sur qui passent ces deux lignes ont chacune de plus que les autres, sur leur surface extérieure, un petit tuyau fort singulier. Ces tuyaux, mis au bout les uns des autres, tracent les deux lignes ponctuées dont nous avons parlé. Chaque petit tuyau est un peu relevé en dessus de l'Ecaille. Il a la figure d'un cône tronqué, ayant plus de diamètre à un



des bouts qu'à l'autre. Le gros bout est le plus proche de la tête, il commence où l'Ecaille cesse d'être couverte par celle qui la précède. Sa longueur est à peu-près dans le même sens que celle du Poisson. Ces petits tuyaux ajustés bout à bout forment un canal continu, qui sert apparemment à conduire quelque matiere; peut-être analogue à cette matiere onctueuse dont nous avons parlé ci-devant, qui enduit le corps de divers Poissons.

Au reste, ce n'est pas sur les Ecailles seules que se rencontre la matiere argentée. Il y en a dans les Poissons deux autres amas considerables, où peut-être elle se prépare. Lorsqu'on a écaillé l'Able, il n'en est pas moins brillant. Aussi immédiatement au dessous de la peau que touchent les Ecailles, il y a une membrane pareille à celle qui recouvre ces Ecailles, & remplie de même de nos lames argentées. C'est apparemment la source qui la fournit aux tuyaux des Ecailles. Mais par quelle route s'y rendent-elles? c'est ce que je n'ai point observé, & que nos sçavants Anatomistes découvriront mieux que moi, s'ils veulent s'en donner le soin. Je ne sçai si ce seroit pour les recevoir & les distribuer que seroient faites cinq à six ouvertures que j'ai remarquées dans la membrane qui recouvre les Ecailles. Ces ouvertures sont formées en pavillons d'entonnoir, elles sont composées de trois à quatre cordons, posés les uns sur les autres.

L'autre endroit où l'on trouve une grande quantité de matiere argentée est dans la capacité du ventre du Poisson; la membrane qui enveloppe les intestins, & l'estomac en est toute brillante. J'ai examiné au Microscope les lames qui y étoient contenues, je leur ai trouvé la même figure qu'à celles des Ecailles, mais il m'a semblé qu'elles étoient plus petites; je n'oserois pourtant les donner pour telles, je crains de ne m'être imaginé que je voyois ce que je cherchois à voir.

J'ai pourtant fait une remarque assez propre à prouver que les feuilles argentées n'ont pas dans la capacité du

ventre autant de solidité , autant de consistance que sous les Ecailles. J'ai voulu en retirer la matiere argentée en frottant entre les doigts dans de l'eau la membrane qui les recouvre , & j'ai vû alors qu'un frottement tel que celui qu'on employe contre la membrane des Ecailles , ou même plus fort , ne tiroit rien d'argenté de cette membrane , quoi-qu'elle ne soit pas sensiblement plus épaisse que l'autre. Elle se plisoit entre mes doigts ; elle devenoit un rouleau , ou une petite boule ; je n'en tirois rien , à moins que je ne m'y prisse d'une autre maniere pour la déchirer. Ne semble-t-il pas suivre de-là que les lames contenues dans cette membrane , n'ont pas encore autant de dureté qu'ailleurs ; qu'elles sont plus souples , elles se laissent plier comme la membrane qui les enveloppe ; au lieu qu'ailleurs , où elles ont acquis une consistance approchante de celle des Ecailles , elles percent les tuyaux qui les renferment , si on les presse contre leurs parois. En un mot , l'une ne contient , pour ainsi dire , que les embrions de nos lames , & l'autre contient celles qui sont à terme.

La generalité des loix de la nature demande que les Ecailles de tous les Poissons se forment de la même maniere. Ils doivent donc avoir tous une matiere composée d'une infinité de petites lames dures , semblables à celles que nous avons observées dans les Ales , si ces lames ont veritablement l'usage que nous leur avons attribué. Aussi ai-je cherché à les voir dans plusieurs especes de Poissons , & je les y ai trouvées. Je dirai plus , je les ai toujours trouvé de même figure , & toujours minces , & toujours d'un brillant argenté , même dans les Poissons d'une autre couleur , comme , par exemple , dans des Carpes qui paroissent le mieux dorées.

Une experience , que les faiseurs de Perles font beaucoup plus souvent qu'ils ne voudroient , pourroit paroître une difficulté considérable contre ce que nous avons dit de la nature écailleuse des petites lames argentées. S'ils gardent plusieurs jours , & sur-tout en Eté , l'essence d'O-

rient, elle se corrompt, elle prend un odeur très-puante, semblable à celle du Poisson pourri. Sa couleur s'altère en même temps ; elle commence par devenir jaunâtre, & enfin tout l'argenté dispaçoit : dans des temps d'orage ces changements se font d'une heure à l'autre. Or les Ecailles ne sont pas d'une nature à se corrompre si aisément, elles sont à l'épreuve de l'humidité & de la chaleur de l'air. Aussi ne faut-il pas penser que nos lames argentées soient altérées quand l'essence l'est. L'essence qu'employent les faiseurs de Perles n'est pas seulement composée des lames brillantes, elle contient de plus beaucoup des parties charnuës qui formoient les tuyaux & les membranes qui enveloppoient la matiere argentée. Il n'est pas possible par les lotions de l'enlever seule. Mais ces chairs minces & transparentes ôtent peu à la couleur de l'essence. Si pendant qu'elles sont fraîches encore, on employe cette essence, elles séchent sur le grain, & alors elles n'alterent pas plus sa couleur que la Colle de Poisson qu'on est obligé d'y mêler. On sçait que quand on a fait sécher des Poissons, qu'ils se conservent un temps infini. Mais si les chairs se corrompent dans l'eau, elles perdent leur blancheur : en se corrompant elles deviennent gluantes, elles s'attachent les unes aux autres & aux petites lames, qui, sans se corrompre, doivent s'amollir dans l'eau, comme font les Ecailles de Poisson beaucoup plus épaisses ; elles forment des grumeaux qui n'ont ni brillant ni transparence. On ne voit plus que de ces petits grumeaux dans le fond du verre où étoit l'essence. L'eau qui les surnage est claire, & n'a rien ou presque rien d'argenté.

J'ai voulu tenter si ce ne seroit pas un moyen de conserver l'essence que de la faire bouillir, mais tout s'est mis en grumeaux opaques comme dans l'essence corrompue depuis long-temps ; c'est un effet qui, ce semble, devoit être prévu. L'eau bouillante rend bientôt visqueuses les chairs minces, il s'en fait une espece de Colle de Poisson opaque qui embarrasse les parties argentées.

L'esprit de Vin m'a paru un moyen plus sûr pour conserver l'essence, il empêche les chairs de se corrompre. J'en ai versé sur mon essence. Il en a pourtant un peu altéré la couleur, il l'a rendu plus blanchâtre, un peu moins transparente. Aussi a-t'il dû racornir les mêmes parties charnuës. Mais il ne s'est point fait de grumeaux, les lames argentées ont resté séparées, & quand je les ai observées au Microscope, je les ai toujours vûes avec leur premier brillant, même après plusieurs mois. Mais si on verse beaucoup d'eau sur l'essence qui a été conservée par le moyen de l'esprit de Vin, au bout de quelques jours on voit les grumeaux se former; l'eau a ramolli les chairs, elle les a renduës gluantes. A la vûe simple ces grumeaux sont opaques; regardés au Microscope, ils ne sont qu'un amas de petites lames qui ont leur figure naturelle, & presque tout leur brillant.

Cela même sert à refoudre la difficulté qu'on pourroit faire sur ce que les Ecailles ne sont point brillantes, quoique nous les prétendions formées d'une matiere qui l'est. Nos grumeaux qui ne sont qu'un amas de lames n'ont point de brillant. Il est vrai qu'il y a avec elles des parties charnuës; mais peut-être entre-t-il dans la composition de l'Ecaille, quelque matiere visqueuse qui colle les petites lames les unes contre les autres. Quoi-qu'il en soit, il suffit que les surfaces de l'Ecaille soient raboteuses, pour qu'on n'y trouve pas le brillant des lames.

A l'égard de la transparence de l'Ecaille, plus grande que celle de l'essence d'Orient, il ne seroit pas difficile d'en rendre raison, & même il n'est pas étonnant que la couleur de l'Ecaille soit un peu différente de celle de cette matiere. Quelques faits pareils en feront de reste entendre la cause. Le diamant blanc est de tous les corps le plus transparent, la poudre qu'on forme en l'égrissant est opaque, & qui plus est grise. Le Sucre Candi de Hollande est jaunâtre: pilé, il donne une poudre très blanche. Entre les Emaux noirs dont se servent les Peintres

& les Emaillleurs, les uns étant broyés donnent une poudre bleuë, & les autres une poudre caffé clair.

Rien n'égale la vivacité des couleurs de certains Poissons qui viennent d'être pechés; ils la doivent encore à notre matiere argentée. Aucun vernix n'est propre à donner plus de brillant. Cette même matiere sert de plus à varier leurs couleurs, elle entre dans leur composition; par exemple, ce qui ne paroîtroit que d'un jaune rougeâtre, avec le secours de cette matiere devient couleur d'Or. C'est ce que j'ai vû souvent dans les Ables: le dessous des grandes Ecailles qui recouvrent leurs oüyes, est revêtu comme le reste d'une membrane argentée, & est par conséquent très blanc; mais quand quelque vaisseau brisé laissoit épancher du sang sous cette membrane, tous les endroits où le sang s'étoit étendu, devenoient couleur d'Or. On sçait, & nous l'avons expliqué ailleurs assez au long, que tout ce qu'on nomme Tapisseries de Cuir doré ne sont que des Cuirs argentés sur lesquels on a appliqué un vernix d'une couleur rougeâtre. L'argent vû au travers du vernix rougeâtre paroît Or. La même chose se fait ici, quoi-que dans un ordre contraire: la couleur du sang vûe au travers de notre matiere argentée, devient couleur d'Or. Ainsi, si dans certaines especes de Poissons une couche mince & transparente de notre matiere argentée est étenduee sur des lacis de vaisseaux sanguins dont les parois sont minces, les Ecailles seront dorées. Si les parois des vaisseaux qui forment ce lacis sont épaisses, alors les vaisseaux ont une couleur bleuë, comme nos veines, & le Poisson paroît d'un bleu brillant. Peut-être qu'un mélange de vaisseaux, propre à faire paroître le jaune, ou la couleur d'Or, avec des vaisseaux propres à faire paroître le bleu, donnent à certains Poissons des couleurs vertes. Au moins est-il toujours sûr que la vivacité de ces couleurs vient de notre matiere argentée, mais la plupart de ces couleurs durent peu. Après que le Poisson a été tiré de l'eau, les vaisseaux en se séchant, se

plissent, ils perdent de leur transparence, nôtre matiere ne peut plus faire son effet.

Nous avons vû l'usage que l'art & la nature font de la matiere argentée des Poissons; il nous reste seulement à dire quelque chose de diverses matieres animales qui semblent analogues. Nous commencerons par celle que donne un insecte qui se loge volontiers dans les Livres rarement feüilletés: il ressemble fort aux Ables par sa couleur argentée, il en a aussi quelque air par sa figure, à ses jambes près. Hooke l'a fait graver dans sa Micrographie. Pour peu qu'on le touche avec les doigts, on les rend brillants comme si on les avoit frottés avec de l'essence d'Orient. Ce petit insecte est entierement recouvert d'Ecailles, il en a jusqu'au bout des jambes. Elles tiennent si peu, que le plus leger frottement les détache. Ce sont ces Ecailles qui teignent les doigts. Vûës à la Loupe, elles ont une figure réguliere & semblable à celle d'Ecailles de Poissons. Mais ont-elles elles-mêmes le brillant qu'elles donnent? ne le tiennent-elles point d'une matiere argentée semblable à celle des Poissons? Il est naturel de croire qu'elles doivent leur couleur à une pareille matiere; mais il n'est pas possible d'appercevoir ces lames dans des Ecailles, qui sont elles-mêmes presque aussi petites que les lames qui argentent les Ecailles des Poissons.

Quelques especes de Papillons ne sçauroient aussi être touchés qu'ils ne laissent sur les doigts une poussiere qui les argente; & en general les couleurs si belles & si merveilleusement variées des aîles de la plupart de ces insectes consistent en des poussières qu'on emporte aisément. Depuis que l'usage des Microscopes est familier, on sçait que ces poussières meritent attention, qu'elles ont des figures régulières & très remarquables, qu'elles sont différentes dans différentes especes de Papillons, & même dans différents endroits d'une même aîle. Celles qui colorent les aîles des Papillons, les plus communs ressemblent à une fleur soutenuë par un court pedicule; & cette fleur

est tantôt semblable à une Tulipe qui n'auroit que trois feuilles, tantôt à une qui en auroit quatre, & tantôt à une qui en auroit cinq. Dans les Papillons appelés Pan, elles ressemblent à une feuille de Plante, ou plutôt à un éventail qui auroit quatre à cinq découpures extrêmement profondes & très larges. Les poussieres qui bordent les ailes sont beaucoup plus longues; elles forment des especes de cônes, dont la base se divise en deux autres branches coniques. La pointe du principal cône est engagée dans la membrane de l'aile. Ce sont ces poussieres longues qui forment les franges dont les ailes sont bordées.

Ces sortes de poussieres ont été appellées des Plumes par plusieurs Auteurs, mais il semble que le nom d'Ecaille leur conviendrait mieux. Ce n'est pas que les Cornes, les Ecailles, les Plumes paroissent d'une nature fort differente. Mais les barbes ont jusques ici entré dans le caractere des plumes, & nos poussieres n'en ont point. Quelques Papillons à la verité ont des plumes; j'en ai même observé une espece dont les ailes sont chacune composées de cinq plumes, parfaitement semblables par leur figure à celles des oiseaux. Mais ces plumes sont differentes des poussieres qui recouvrent les ailes; celles-ci doivent donc être distinguées par un nom particulier.

Aussi l'usage des poussieres est-il le même que celui des Ecailles des Poissons, sans avoir rien de commun avec celui des plumes. Elles sont simplement destinées à couvrir les ailes. Elles y sont arrangées de la même maniere que les Ecailles sur le corps du Poisson, c'est-à-dire, en quelque sorte comme les Tuiles sur les toits; avec cette difference pourtant que chaque poussiere a un pedicule qui est engagé dans la membrane qui forme l'aile. Elles sont disposées par rang. Celles d'un rang recouvrent en partie celle du rang qui suit. Si on les enleve de dessus l'aile, on voit d'espace en espace de petits trous plus noirs que le reste & bien alignés, dans lesquels entroient les pedicules de ces poussieres. Voilà bien du travail pour la

244 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 seule aîle d'un Papillon, mais pour peu qu'on ait observé  
 les ouvrages de la Nature, on n'est plus surpris de voir  
 par tout des merveilles prodiguées.

## S U I T E

### DU TOURBILLON CILINDROÏDE

Par M. SAULMON.

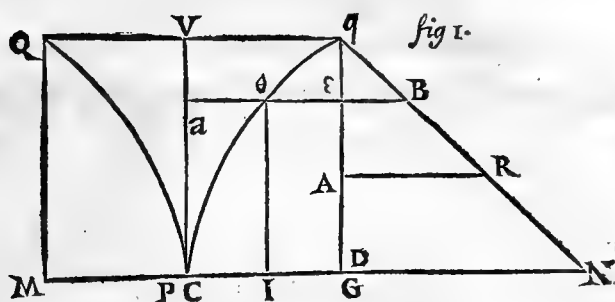
C'EST la suite du Memoire du 25 Mai en l'an 1715 sur la Courbure du Tourbillon cilindroïde. Comme il est l'unique qui puisse être observé sur la Terre, étant à découvert, j'ai crû qu'il convenoit d'en poursuivre la recherche, tant par rapport à lui-même, que par rapport aux autres choses que l'on pourroit en déduire. J'ajouterai d'abord quelques corollaires sur la structure de ce Tourbillon; ensuite je déterminerai l'effort horisontal qu'il fait contre les parois verticales du vase.

FIG. I.      Nommant encore  $x$  les abscisses  $Ci$  de la Courbe  $c\theta q$   
               I. generatrice de la surface superieure du Tourbillon;  $y$ , ses  
               III. ordonnées  $i\theta$ ;  $H$ , la hauteur déterminatrice de la vitesse  
 uniforme des filers liquides circulaires horisontaux concentriques à l'axe du Tourbillon, l'on trouve dans le Memoire cité, que l'équation de cette Courbe est  $y = 2fHx^{-1}dx$ .

#### COROLLAIRE II.

Les Ordonnées  $i\theta = y$  de la Courbe  $C\theta q$  generatrice du Tourbillon sont les mêmes que les Abscisses  $Ca$  de la Courbe generatrice de l'entonnoir, prises sur son Axe  $CV$ , continué, s'il en est besoin, au dessous du fond  $MG$  du vase, selon la teneur de son équation, comme il arrive en la 3<sup>me</sup>. Figure. Semblablement les Abscisses  $Ci = x$  de





la même Courbe  $C\theta q$  generatrice du Tourbillon, sont les mêmes que les Ordonnées  $a\theta$  de la Courbe generatrice de l'entonnoir, ce qui donne la resolution du problème suivant.

#### PROBLEME IV.

*L'équation des temps periodiques étant donnée, selon les Ordonnées d'une Courbe quelconque, trouver l'équation de l'entonnoir; & au contraire l'équation de l'entonnoir étant donnée selon les Ordonnées d'une Courbe quelconque, trouver l'équation des temps periodiques.*

#### COROLLAIRE III.

Si en l'équation  $y = 2\int Hx^{-1} dx$  de la Courbe generatrice du Tourbillon, l'on prend l'integrale de  $2\int Hx^{-1} dx$ , & que l'on y mette le rayon donné  $r = CD$  de la base du vaisseau, à la place de  $x = Ci$ , abscisse de la Courbe generatrice de l'entonnoir, l'on aura l'Ordonnée  $y = Dq = CV$ , axe de l'entonnoir: c'est-à-dire,

#### PROBLEME V.

*L'équation des temps periodiques & la largeur du vase étant données, trouver l'axe de l'entonnoir.*

## COROLLAIRE IV.

Si l'on appelle encore  $r$  le rayon de la base du vaisseau; &  $c$  sa circonférence, l'on aura  $\frac{cxy}{r} =$  à la surface verticale cylindrique décrite par l'indéterminée  $i\theta$  autour de l'axe du Tourbillon. Si je la multiplie par  $dx$ , le produit  $\frac{cxydx}{r}$  est la différentielle du solide formé par la révolution du triangle mixte rectangle indéterminé  $Ci\theta C$  autour de l'axe du Tourbillon: & puisque  $y$  est donnée en des  $x$  par son équation, cette intégrale le fera aussi. C'est pourquoi si en cette intégrale l'on met  $r$  à la place de  $x$ , l'on aura le solide formé par la révolution du triangle mixte rectangle  $CDq\theta C$ : c'est-à-dire,

## PROBLEME VI.

*Les temps periodiques & la largeur du vase étant donnés; trouver le solide courbe liquide terminé par la voute de l'entonnoir & par le plan horizontal qui touche la pointe de l'entonnoir.*

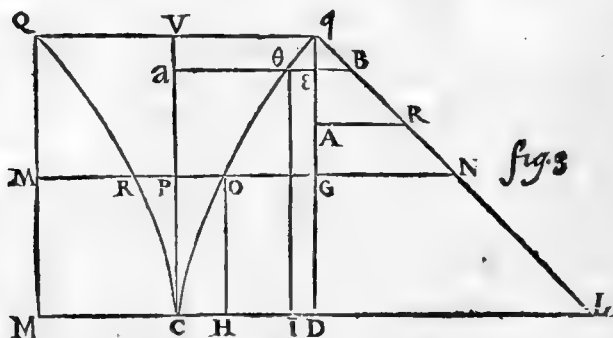
## COROLLAIRE V.

L'eau du vase étant en repos, l'on peut en mesurer la hauteur ou profondeur. Que cette hauteur soit  $h$  donnée,  $\frac{rch}{2}$  sera le volume de toute l'eau du vase, c'est-à-dire, le volume de chaque Tourbillon dans l'hypothèse que l'eau est constante; & si  $r$  est donnée, ce que je suppose, le volume le fera aussi. Or si le solide courbe trouvé par le problème 6 est comparé avec ce volume, il faut nécessairement, ou que ce solide soit égal à ce volume, ou qu'il soit plus petit, ou qu'il soit plus grand. S'il lui est égal, c'est une marque certaine que la pointe de l'entonnoir touche alors le fond du vase; s'il est plus petit, elle est au dessus; mais s'il est plus grand, elle est au dessous, dans l'hypothèse que l'entonnoir soit intelligiblement prolongé



FIG. III.

ce fond soit encore nommé  $z$ , l'Ordonnée  $PO$  de la Courbe generatrice de l'entonnoir, lorsqu'il occupe une largeur sur ce fond, pourra être designée par l'inconnuë  $m$ , je le suppose. Si dans l'integrale de la valeur de  $y = 2 \int Hx^{-1} dx$  prise de l'équation de l'entonnoir sur l'Abscisse  $y$ , & l'ordonnée  $x$ , je mets  $m$  à la place de  $x$ , j'aurai  $y = HO = CP$ , qui fera par consequent donnée en



des  $m$ ; mais j'ai fait aussi la même droite  $CP$  égale à  $z$  par l'hipothese, j'aurai donc  $z$  donnée en des  $m$ ; ainsi  $m$  étant dégagée, sera donnée en des  $z$ . Si en l'integrale de  $\frac{cxydx}{r}$  tirée du corol. 4, la valeur de  $m$  exprimée en des  $z$  est mise à la place de  $x$ , ce qui en resulte est le solide formé par la révolution du triangle mixte rectangle  $CHO$  autour de  $CP$ , & par consequent ce solide sera donné en constantes affectées de  $z$ .

Le grand cylindre droit qui a pour hauteur  $CP = z$ , &  $CD = r$ , pour le rayon de sa base, est  $\frac{rcz}{2}$ ; le petit cylindre droit qui a pour hauteur la même  $CP = z$ , &  $CH = PO = m$ , pour le rayon de sa base, est  $\frac{mmc z}{2r}$ . Si en cette dernière équation la valeur de  $m$  exprimée en des  $z$ , est mise à la place de  $m$ , le petit cylindre sera donné aussi en constantes affectées de  $z$ .

Si

Si du grand cylindre  $\frac{rcz}{2}$  j'en retranche le moindre  $\frac{mmcz}{2r}$  exprimé en constantes affectées de  $z$ , le reste sera le cylindre creux formé par la révolution du parallélogramme rectangle  $HODG$  autour de l'axe  $CP$ , & il sera donné en constantes affectées de  $z$ . A ce reste j'ajoute le solide formé par la révolution du triangle mixte rectangle  $CHOC$  autour du même axe  $CP$ , & que l'on vient de trouver exprimé en des  $z$ , le tout qui en résulte est égal au solide formé par la révolution du quadrilatère mixte rectangle  $CDGOC$  autour du même axe  $CP$ ; & il sera exprimé en constantes affectées de  $z$ . Si ce tout est retranché du solide formé par la révolution du triangle mixte rectangle  $CDqC$ , trouvé en grandeurs constantes par le corol. 14, le reste sera donné en grandeurs constantes affectées de  $z$ ; mais ce reste est le solide formé par la révolution du triangle mixte rectangle  $OGqO$  autour de l'axe du Tourbillon, & ce solide est le volume même du Tourbillon; donc le volume de ce Tourbillon est donné en grandeurs constantes affectées de  $z$ ; mais ce même volume est aussi donné en grandeurs toutes connues, & nullement affectées de  $z$  par le corol. 5; donc si l'on fait une égalité des deux valeurs de ce volume, & que l'on en dégage  $z$ , cette inconnue sera donnée, c'est-à-dire, l'intervalle entre la pointe de l'entonnoir & le fond du vase est donné, quand cette pointe est au dessous de ce fond. Mais par l'article premier cet intervalle est aussi donné, quand la pointe de l'entonnoir est au dessus de ce fond, & dans le corol. 5 il est démontré quand elle doit le toucher. J'aurai donc en general la résolution du problème suivant.

### PROBLEME VIII.

*L'eau du vase & les temps periodiques étant donnés, trouver l'intervalle qui est entre la pointe de l'entonnoir & le fond du vase, soit que cette pointe soit au dessus ou au dessous de ce fond, soit qu'elle le touche.*

*Mem. 1716.*

*Ii*

## COROLLAIRE VII.

FIG. II. L'on peut encore trouver ainsi le même intervalle. Car quand la pointe de l'entonnoir est élevée au dessus du fond, si l'on mesure la hauteur  $Gq$  du Tourbillon, & que l'on en retranche la verticale  $Dq = CV$  trouvée par le corol. 3 ; le reste  $DG = CP = z$  sera l'intervalle entre la

FIG. III. pointe & le fond. Au contraire, quand la pointe est au dessous du fond, si de la verticale  $Dq$  trouvée par le corol. 3, l'on retranche la hauteur observée  $Gq$  du Tourbillon, le reste est encore  $DG = CP = z$ , qui sera par conséquent donnée ; c'est-à-dire,

## PROBLEME IX.

*Les temps periodiques & la hauteur du Tourbillon étant donnés, trouver l'intervalle qui est entre la pointe de l'entonnoir & le fond du vase.*

## COROLLAIRE VIII.

FIG. III. Si la valeur de  $CP = z$  connuë par le probl. 8, est mise à la place de  $y$  en l'équation  $y = 2fHx - \frac{1}{2}dx$  après avoir pris l'intégrale du second membre, & qu'ensuite l'on dégage  $x$ , l'on aura l'Ordonnée  $CH = PO = m$ , dont le double est  $RO$  donnée ; c'est-à-dire l'on aura,

## PROBLEME X.

*L'eau du vase & les temps periodiques étant donnés ; trouver la largeur de l'entonnoir au fond du vase.*

## COROLLAIRE IX.

FIG. I. Si du Cilindre droit qui a  $i\theta = y$  pour hauteur, &  $Ci$   
 II.  $= x$ , pour le rayon de sa base, l'on retranche le solide  
 III. formé par la révolution du triangle mixte rectangle  $Ci\theta c$  autour de l'axe du Tourbillon, & trouvé par le corol. 4 ; le reste est la capacité indéterminée de l'entonnoir comprise entre sa pointe & le Cercle horifontal, dont le

rayon est  $a\theta = Ci = x$ . Si en l'expression de ce reste je mets à la place de  $x$  la donnée  $r$ , ou la valeur de  $m$  exprimée en des  $z$  connuë par le corol. 6 & par le problème 8, j'aurai d'une part l'entonnoir entier, soit que sa pointe soit au dessus ou au dessous de ce fond; & de l'autre part j'aurai la portion de l'entonnoir continuée au dessous de ce fond, & si je la retranche de l'entonnoir entier, le reste est la capacité du tronc de l'entonnoir, ou du creux formé dans l'eau. J'aurai donc en general la resolution du problème suivant.

### PROBLEME XI.

*L'eau du vase & les temps periodiques étant donnés, trouver la capacité du creux formé dans l'eau.*

Si en l'équation de ces problèmes, au lieu de mettre la valeur de  $H$  exprimée en temps periodiques, l'on met celle qui désigne les vitesses ou les hauteurs déterminatrices des vitesses tirées du lemme de l'autre Memoire, & qu'en l'énoncé de ces problèmes, au lieu de mettre les temps periodiques, l'on mette les vitesses ou les hauteurs déterminatrices des vitesses, respectivement, l'on aura autant d'autres problèmes.

Je passe à la seconde partie où il s'agit de déterminer l'effort horisontal du Tourbillon contre les parois verticales du vase.

### LEMME.

*Si un vase cylindrique droit plein d'une eau en repos est posé sur un plan horisontal, l'effort horisontal de l'eau contre les parois verticales du vase est égal à la moitié du poids d'un prisme d'eau, dont la base est égale au quarré de la hauteur de l'eau, & dont la hauteur est égale à la circonférence interieure du vase.*

Soit le parallelograme rectangle  $QMGqQ$  une sec- Fig. II.  
tion verticale faite dans le vase. La droite horisontale

Ii ij

$MG$  represente le fond de l'eau, & la droite horisontale  $Qq$  en represente la surface superieure horisontale. Je prolonge  $MG$  indéfiniment de  $M$  vers  $G$ , & je prends  $GN$  égale à la verticale  $Gq$ , qui désigne la hauteur ou profondeur absolue de l'eau, & je tire la droite  $qN$ . Sur l'axe  $VP = \epsilon$  du vase, je prends l'indéterminée  $VE = u$ , & je tire  $EH$  parallele à  $PG$ ; je tire encore  $eh$  parallele à  $EH$ , & infiniment près d'elle.

Soit  $CD = EH = PG = r$ , rayon de la base du vaisseau, & que  $c$  represente la circonference décrite autour de ce rayon. L'effort horisontal de l'eau contre le point  $H$  du vase sera égal au poids du filet liquide vertical  $qH = VE = u$ , & l'effort horisontal qui se fait en toute la circonference horisontale décrite par le point  $H$  autour du rayon  $EH$  est  $cu$ , que je multiplie par  $Ee = du$ , & j'ai  $cud u$  égal à la différentielle de l'effort de l'eau contre les parois verticales du vase, dont l'integrale  $\frac{c u^2}{2}$  est égale à l'effort horisontal de l'eau contre les parois verticales du vase, contenues sur la hauteur indéterminée  $Hq$ . Or quand  $VE$  devient  $VP$ , alors  $u$  devient  $\epsilon$ , ce qui donne  $\frac{c \epsilon^2}{2}$  égal à l'effort horisontal de toute l'eau contre les parois verticales du vase; c'est-à-dire, que cet effort est égal à la moitié du poids d'un prisme d'eau, dont la base seroit le quarré  $\epsilon\epsilon$  de la hauteur  $\epsilon$  de l'eau du vase, & dont la hauteur seroit la circonference interieure  $c$  du même vase.

Soit  $a$  un filet d'eau d'un pied de longueur;  $a^3$  sera un pied cubique d'eau. Or l'experience fait connoître qu'un pied cubique d'eau pese 72 livres, je le suppose. C'est pourquoi si l'on appelle  $P$  le poids de 72 livres, & que l'on fasse cette proportion,  $a^3 : \frac{c \epsilon^2}{2} :: P :$  est à un 4<sup>me</sup>.

terme  $\frac{c \epsilon^2 P}{2a^3}$ ; ce 4<sup>me</sup>. terme fera l'effort de toute l'eau con-

tre les parois verticales du vase, c'est-à-dire, que cet effort est égal à la moitié du poids d'un prisme droit d'eau, dont



la base est égale au quarré de la hauteur de l'eau, & dont la hauteur est égale à la circonference interieure du vase.

## PROBLEME XII.

*La largeur du vase & la hauteur d'un Tourbillon cylindrique quelconque étant données, trouver l'effort horisontal du Tourbillon contre les parois verticales du vase.*

Ou l'entonnoir occupe une largeur sur le fond du vase, comme en la Figure 3<sup>me</sup>. ou la pointe touche ce fond, comme en la Figure premiere; ou elle est au dessus, comme en la Figure 2<sup>me</sup>.

1<sup>o</sup>. Soit pour les deux premiers cas un point quelconque  $\theta$  de la Courbe  $q\theta c$  generatrice de l'entonnoir, & l'horizontale  $\theta e$ . Il est clair que le poids du filet liquide vertical  $qe$  est continuellement en équilibre, avec la force centrifuge du filet liquide ou petit secteur horisontal  $\theta e$ ; donc l'effort horisontal soutenu par le point  $e$  du vase est égal à ce poids. Il en est de même de tous les autres points  $e$  du vase, qui correspondent à quelque point  $\theta$  pris sur la voute du Tourbillon, en un plan horisontal qui passe par la droite  $\theta e$ . Ce qui renferme les deux premiers cas. FIG. III.

2<sup>o</sup>. Pour le 3<sup>me</sup>. c'est-à-dire, lorsque la pointe de l'entonnoir est élevée au-dessus du fond du vase; soit  $E$  un point quelconque du filet liquide vertical  $CP$ , & soit  $EH$  parallele à  $MG$ . Tous les points d'une même couche verticale quelconque cylindrique achevent leur révolution en un même temps, comme je l'ai démontré dans le theoreme de l'autre Memoire, donc la force centrifuge du petit filet liquide, ou petit secteur horisontal  $EH$  est continuellement égale à celle du filet horisontale  $CD$ , qui passe par la pointe de l'entonnoir, comme je l'ai démontré dans le theoreme de l'autre Memoire. Or par l'article précédent la force centrifuge de  $CD$  est égale au poids du filet vertical  $qD$ ; donc celle de  $EH$  est égale aussi au même poids. Deplus le filet vertical  $CE$ , pris dans le FIG. II.

prolongement de l'axe  $CV$  du Tourbillon, est continuellement en équilibre avec le filet  $DH$  qui touche le vase au point  $H$ ; donc sous cette vûë la force centrifuge du filet horizontal  $EH$  persevere la même. Mais le filet  $DH$  ne peut contrebalancer le filet  $CE$  qu'en agissant de  $H$  vers  $E$  avec toute la force de son poids, & il ne peut agir ainsi, qu'il n'agisse également en sens contraire, c'est-à-dire de  $H$  contre le vase; donc sous cette autre vûë le point  $H$  est encore poussé horizontalement de  $E$  vers  $H$  avec une force égale au poids du filet  $DH$ ; c'est pourquoi sous les deux vûës l'effort total dont le point  $H$  est poussé horizontalement, est égal au poids du filet vertical  $qH$ , c'est-à-dire, que l'effort horizontal soutenu par le point  $H$  est continuellement égal encore au poids du filet liquide vertical correspondant, comme il arrive quand l'eau du vase est en repos, & que sa profondeur est  $Gq$ ; mais l'on a démontré la même chose aussi à l'égard du point  $\epsilon$  par l'article premier; donc l'effort horizontal de ce Tourbillon contre les parois verticales du vase est le même que l'effort trouvé par le lemme premier. C'est pourquoi si l'on appelle encore  $c$  la circonference interieure du vase; & que  $\epsilon$  represente la hauteur  $Gq$  du Tourbillon, il est clair par ce lemme que l'effort horizontal de tout ce Tourbillon contre les parois verticales du vase sera  $\frac{c^2 \epsilon P}{2a^3}$ ; ce qu'il falloit démontrer.

### PROBLEME XIII.

*La largeur du vase & l'intervalle entre la pointe de l'enfonnoir & le fond du vase étant donnés, former un Tourbillon cilindroïde dont l'effort horizontal contre les parois verticales du vase soit égal à une force quelconque donnée.*

Puisque la largeur du vase est donnée, la circonference interieure du vase l'est aussi. Soit  $c$  cette circonference, &  $F$  la force donnée.  $n$  un nombre quelconque entier ou rompu, rationel ou irrationel, &  $P$  un poids égal à 72

livres. Il est clair que le poids indéterminé  $nP$  pourra représenter la force  $F$ , en concevant  $F = nP$ , c'est-à-dire, en faisant  $n = \frac{F}{P}$ . Je le suppose. Soit  $\epsilon$  la hauteur inconnue  $Gq$  de ce Tourbillon. L'effort du Tourbillon contre les parois verticales du vase sera  $\frac{\epsilon^3 P}{2a^3}$  par le problème 12. FIG. II.

Mais il est aussi  $F$  ou  $nP$  par l'hypothèse, j'aurai donc  $\frac{\epsilon^3 P}{2a^3} = nP$ ; ce qui donne  $\epsilon = \sqrt[3]{\frac{2na^3}{c}}$  pour la hauteur

du Tourbillon. C'est pourquoi dans le cas où la pointe de l'entonnoir est au dessus du fond du vase, je fais la verticale  $Gq$  égale à cette hauteur, sur laquelle je prends la droite  $GD = z$ , égale à l'intervalle donné entre la pointe de l'entonnoir & le fond du vase; puis je tire la droite horizontale  $D\delta$ , que je divise en deux parties égales au point  $c$ ; je prends la droite  $Ci$  pour la ligne indéterminée des Abscisses, &  $i\theta$  perpendiculaire à  $Ci$  pour l'ordonnée correspondante, prise à discrétion, selon les Ordonnées d'une Courbe quelconque, mais qui aillent en augmentant, à mesure qu'elles s'éloignent de leur origine  $C$ , & qui soient nulles en cette origine. J'aurai donc la Courbe  $C\theta q$  pour la Courbe generatrice du Tourbillon, dont je cherche les temps periodiques par le problème 3<sup>me</sup>. Mais par le problème 6<sup>me</sup>. je cherche le solide courbe terminé par la voute de l'entonnoir & par le plan horizontal qui touche la pointe de cet entonnoir. Je cherche aussi le cylindre droit qui a la donnée  $PG$  pour le rayon de sa base &  $GD$  pour hauteur. J'ajoute en une somme ce cylindre & le solide courbe qui le precede, le tout qui en résulte est égal au volume de l'eau du Tourbillon. C'est pourquoi sur la largeur donnée  $MG$ , je construis un vase cylindrique droit, dont la hauteur soit  $Gq$  trouvée ci-devant. J'y verse un volume d'eau égal à celui qui vient d'être trouvé. Je conçois ensuite que cette eau tourne selon les temps periodiques qui ont été trouvés; & j'ai un Tourbillon ci-

256 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 lindroïde dont l'effort horifontale contre les parois verticales du vase, est égal à la force donnée, lorsque la pointe de l'entonnoir est au dessus du fond du vase.

Dans le cas où la pointe de l'entonnoir tombe au dessous de ce fond, la construction est la même, excepté qu'il faut prendre la droite  $GD=z$  donnée dans le prolongement de  $Gq$  au dessous du fond du vase, & que du solide formé par la révolution du triangle mixte rectangle  $CDq$   $hoC$  autour de l'axe du Tourbillon, trouvé par le corollaire 6<sup>me</sup>. il faut retrancher le solide formé par la révolution du quadrilatere mixte rectangle  $CDGoC$  autour du même axe, trouvé par le même corollaire, car le reste est le volume de l'eau qu'il faut verser dans le vase; & concevant qu'elle tourne selon les temps periodiques qui auront été déterminés par la Courbe generatrice du Tourbillon prise à volonté, l'on aura le Tourbillon requis pour le cas où la pointe de l'entonnoir tombe au dessous du fond du vase.

Dans le cas où la pointe de l'entonnoir touche le fond du vase, alors  $z$  devient zero, ce qui n'est qu'un cas particulier des deux autres.

#### P R O B L E M E X I V.

*La largeur du vase & l'intervalle entre la pointe de l'entonnoir & le fond du vase étant donnés; & de plus la largeur & la position d'un anneau contenu entre deux plans horifontaux dans les parois verticales du vase, étant aussi données, former un Tourbillon cilindroïde, dont l'effort horifontal contre l'anneau soit égal à une force quelconque donnée.*

Soit  $A \varepsilon = K$  la largeur donnée de l'anneau. Il est clair que les plans horifontaux qui le contiennent, passent, l'un par le point  $A$ , & l'autre par le point  $\varepsilon$  du vase; & puis-que par l'hipothese la position de cet anneau est donnée, il faut que l'intervalle  $GA=g$ , entre le fond du vase & le  
 bord

bord inférieur de cet anneau le soit aussi; donc  $G^e = GA + A^e = g + K$  est donné. Soit  $Gq = e$  la hauteur inconnue du Tourbillon. Je suppose  $GN = Gq$ , & je tire la droite  $qN$ , & les droites  $B$ ,  $AR$ , parallèles à  $GN$ , prolongement de la droite  $MG$  qui rase le fond du vase. Si l'on conçoit que le trapeze  $A^e BR$  soit de l'eau, le poids de ce trapeze est égal à l'effort horizontal, dont la droite  $A^e$  est poussée par le Tourbillon: cela est démontré par le problème 12 & par le lemme. Le poids de ce trapeze étant multiplié par la circonférence intérieure du vase, donne un produit égal à l'effort horizontal dont l'anneau entier est poussé par le Tourbillon. Or puisque par l'hypothese la largeur du vase est donnée, c'est-à-dire le diamètre de sa base, il est évident que la circonférence du Cercle décrit autour de cette largeur prise comme diamètre le sera aussi. Qu'elle soit  $c$ , il est clair qu'elle est égale aussi à la circonférence qui fait le bord inférieur ou supérieur de l'anneau.

Le triangle rectangle isoscele  $qAR$  moins le triangle rectiligne isoscele  $q^e B$  est égal au trapeze  $A^e BR$ .  $qA = Gq - GA = e - g$ .  $q^e = Gq - G^e = Gq - GA$

$- A^e = e - g - K$ . J'aurai donc  $\frac{qA}{2} - \frac{q^e}{2} =$  au tra-

peze  $A^e BR$ , c'est-à-dire,  $\frac{+e-g}{2} - \frac{+e-g-K}{2}$ , ou

$\frac{+2K^e - 2Kg - KK}{2} = A^e BR$ ; je le multiplie par  $c$ , & pour

trouver le poids du produit qui en résulte, je fais cette proportion.  $a^3 : P :: \frac{2K^e c - 2Kgc - KKc}{2}$  est à un 4<sup>me</sup>.

terme  $\frac{+2K^e c P - 2Kgc P - KKc P}{3}$  qui est égal à l'effort ho-

risontal du Tourbillon contre l'anneau proposé. Que la force donnée soit  $B$ , &  $M$  un nombre quelconque entier ou rompu, rationnel ou irrationnel, &  $P$  encore égal à un poids de 72 livres comme ci-devant, je puis faire  $B$

*Mem. 1716.*

*Kk*

=  $MP$  en prenant  $M = \frac{B}{P}$  ; j'aurai donc

$$\frac{+2K\epsilon cP - 2Kg cP - K K cP}{2a^3} = MP ; \text{ ce qui donne } \epsilon =$$

$\frac{+2a^3M + 2Kg c + K K c}{+2K c}$  , qui est la hauteur cherchée du Tourbillon. La construction est la même que celle du probl. 12 pour chacun des cas. Ce qu'il falloit trouver.

*PROPRIETES ET DESCRIPTION*  
*d'une Machine de nouvelle Invention , servant à réduire*  
*les Os cassés & demis ; ensemble la maniere de s'en*  
*servir.*

Par M. PETIT.

**L**Es Os se cassent & se démettent si souvent , qu'il y a lieu de s'étonner que le traitement de ces maladies ait été pendant plusieurs siècles abandonné à des charlatans & ignorants : ce n'est que depuis cent cinquante années ou environ , que les Chirurgiens méthodiques ont recommencé de s'y attacher , & qu'ils s'y sont si-bien perfectionnés , qu'ils ont surpassé de beaucoup les Grecs , de qui nous tenons les premières notions de la Chirurgie.

Pour traiter ces maladies il faut sçavoir parfaitement l'Anatomie & les Mécaniques. La première science nous sert à connoître la situation étrangère des Os démis ou cassés. La seconde nous fournit des machines pour les remettre. Celle que je présente aujourd'hui à l'Académie , plus utile qu'aucune de celles qui ont paru , est moins embarrassante que le fameux Banc d'Hippocrate , qui est la plus parfaite machine que nous ayons , sur-tout depuis qu'elle a été corrigée par feu M. Michau , Chirurgien-Juré de Paris. Celle-ci est non-seulement plus commode & portative , mais elle a beaucoup plus de force , & cause

moins de douleur. On peut par son moyen se rendre maître des forces qui tirent, & les proportionner à la force ou à la foiblesse des sujets & à celles des muscles ou tendons des parties que l'on veut remettre. Deplus comme il est nécessaire que la force qui retient le corps soit égale à celle qui tire le membre déboëté, sans quoi le plus fort l'emporteroit, l'extension seroit imparfaite, laborieuse & sans fruit. Cette machine par l'emploi d'une même corde, tire le membre & pousse le corps, ce qui partage également les forces, & ce qui rend l'opération plus sûre, plus prompte & moins douloureuse, ainsi qu'il sera montré dans un moment. Toutes les machines qui ont paru jusques à ce jour n'ont été employées qu'aux luxations de l'épaule & qu'à celle de la hanche qui se font en haut, & dans lesquelles les membres sont raccourcis; mais celle-ci sert aux fractures comme aux luxations, non-seulement à celles où les membres sont raccourcis, mais même à celles où les membres sont plus longs, comme je vais le démontrer, après en avoir fait la description.

Cette machine est composée de deux Jumelles de bois de Chêne paralleles entre elles de 5 pieds de longueur & de 2 pouces de largeur sur un pouce 2 lignes d'épaisseur *A, A, A, A.*

Ces Jumelles sont éloignées l'une de l'autre de 7 pouces.

Pour entretenir ces deux Jumelles il y a à un de leurs bouts deux petites entre-toises, ou traverses de bois *BB*, distantes de 2 pieds l'une de l'autre, & mises à fleur du dessus des Jumelles.

Ces traverses ont 2 pouces de largeur sur un pouce d'épaisseur, & sont arrêtées à tenons & mortaises dans les Jumelles. A deux pieds & demi de distance de la plus haute traverse se trouve un Cintre de bois *C* qui sert à entretenir les Jumelles, comme font les traverses ou entre-toises, & qui n'est ainsi cintré que pour le passage d'un Moufle.

Au long des deux Jumelles dans leur épaisseur, où il n'y a point de traverses, sont pratiquées deux rainures ou coulisses *DD* plus bas que les traverses, dans lesquelles rainures glisse un Moufle de bois quarré *E* à 4 Poulies mises deux à deux d'un pouce 8 lignes de diametre.

A l'autre bout des Jumelles il y a un autre Moufle dormant *F* aussi à 4 Poulies d'un pouce 8 lignes de diametre, lequel est arrêté par une des traverses qui est à tenons & mortaises dans les Jumelles.

Au milieu des Jumelles sont posés en mortaises deux montans *GG* de 4 pouces de hauteur, de même largeur & épaisseur que les Jumelles.

Dans les montants passe un Essieu de Fer *H* de 4 lignes de diametre, dont les deux bouts qui sont quarrés excèdent les montants de 2 pouces pour y recevoir une Manivelle de 5 pouces de rayon *I*.

Cet Essieu porte entre les montants un Cilindre ou Treüil *L* de 3 pouces de diametre, à l'extrémité duquel il y a une Roüe de Fer *M* dont les dents, qui sont en rocher, sont arrêtées par un Cliquet *N* qui y est poussé par un Ressort *O* attaché sur une des Jumelles.

L'on passe une corde d'environ 2 lignes de diametre autour de ces quatre Poulies, dont un bout est arrêté au point *P* de la traverse *B*, *P*, & l'autre au Treüil.

Au Moufle mouvant est attaché un Cordon *Q* qui tient les Lacs *R* de la partie démise.

Aux extrémités des Jumelles qui n'ont point de traverses, on applique un croissant de cuir *S* ou une serviette qui arc-boute contre le corps du blessé, ce qui le retient pendant que la partie déboëtée est tirée par le Moufle mobile.

A ces mêmes extrémités des Jumelles on applique suivant les cas deux Croissants *TT* servants d'arc-boutants en deux points differents d'une même partie, pendant que l'on tire un autre point, & cela selon les cas. La démonstration que j'en vais faire, le fera mieux comprendre que toutes les descriptions.



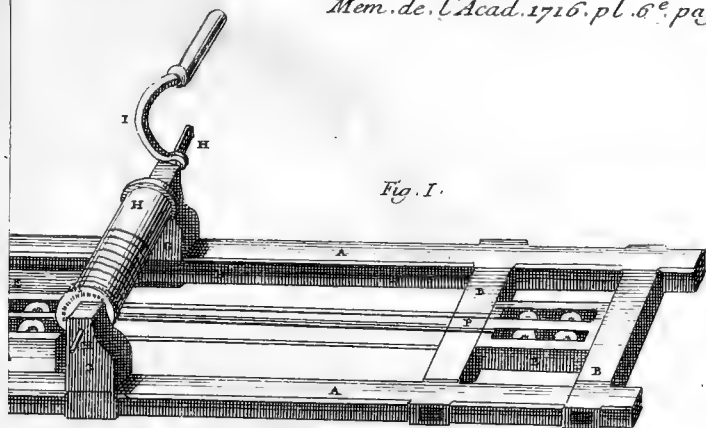


Fig. I.

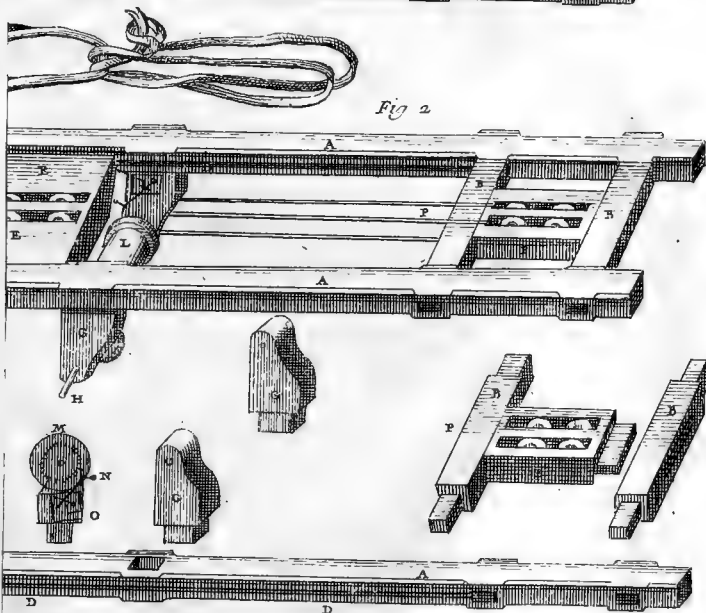
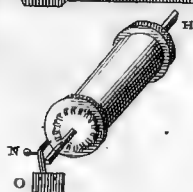
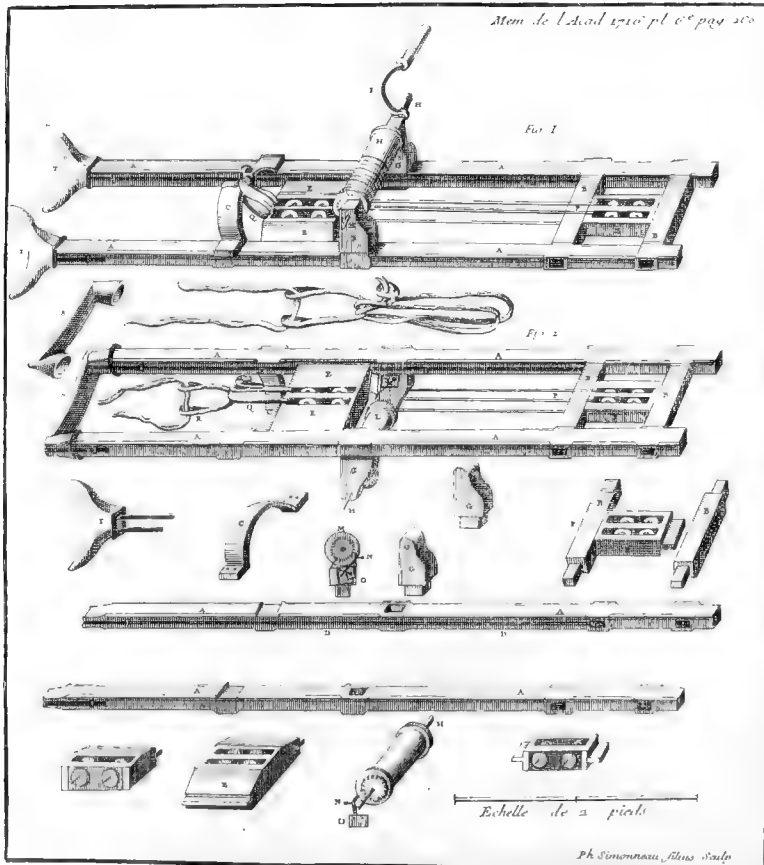


Fig 2



Echelle de 2 pieds



Quand on veut s'en servir au bras, on place la machine comme elle est dans la Figure seconde, le point *S* sous le milieu de l'aisselle. On attache le bras au dessus du coude avec le Lac *R*, lequel est attaché par le Lac *Q* au Moufle *E*: ensuite on met la Manivelle au bout *H* de l'Essieu, & en la tournant on employe la corde du Moufle autour du Treuil *L*, ce qui porte le Moufle *E* vers le Moufle *F*, & tire le bras de ce même côté, pendant que l'épaule & tout le corps du malade sont tenus fixes au point *S*, ce qui ne peut arriver que la tête de l'Os du bras ne soit éloignée du lieu contre nature dans lequel elle étoit tombée pour s'approcher de l'épaule qui est son logement naturel, & dans laquelle on tâche de la conduire.

Pour les fractures, en plaçant à propos ces deux mêmes parties de la machine, on fera les extensions & contre-extensions suffisantes, & par ce moyen on operera tout ce qu'operoit le Glossocome des Anciens, mais avec plus d'efficacité & de facilité.

Pour la cuisse luxée en haut, en devant & en derriere, on s'en servira comme au bras, mais quand la luxation sera inferieure, la tête de l'Os étant logée sur le trou ovulaire. Comme pour lors le membre malade est plus long d'un bon pouce que le membre sain, on voit bien qu'il seroit desavantageux de faire des extensions capables de l'allonger, puisqu'il l'est déjà trop; c'est pour cela que j'ai imaginé de faire faire à ma machine trois mouvements; sçavoir, pousser la hanche & le bas de la cuisse malade du côté du membre sain, pendant que l'on tire la partie supérieure de la cuisse de dehors en dedans. Ces trois mouvements s'exécutent en appliquant la machine comme elle est dans la Figure premiere, un des Croissants *T* sur la hanche malade, & l'autre sur la partie inferieure de la cuisse luxée pour les deux premiers mouvements; & pour exécuter le troisiéme, on passera un mouchoir ou une serviette fine dans l'interieur de la cuisse le plus près de l'aîne qu'il sera possible, on en réunira les bouts pour les atta-

262 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
cher au Lac *Q* du Moufle *E*. Pour lors en tournant le  
Treüil avec la Manivelle, on approchera le Moufle mo-  
bile du dormant; on poussera la hanche & le bas de la  
cuisse malade vers la saine, pendant que la serviette tirée  
par le Moufle portera la partie supérieure de la cuisse en  
dehors, ce qu'il faut absolument faire pour réduire cette  
espece de luxation pour laquelle aucune des machines usi-  
tées jusqu'à present n'avoit été convenable.

---

## E X P E R I E N C E S S U R L E S O N.

Par M. DE LA HIRE.

22 Aoust  
1716.

**O**N doit distinguer le Son qui se forme par la ren-  
contre de deux corps sonores qui se choquent d'avec  
le ton qu'il a en le comparant à un autre ton de la même  
nature. Le Son d'un corps qui est choqué ne dépend point  
des vibrations du corps, comme on a remarqué pour les  
tons, mais seulement d'un fremissement des parties du  
corps, ce que M. Perault avoit reconnu, & que j'ai con-  
firmé ensuite dans ce que j'en ai publié; & M. Carré qui  
avoit entrepris de traiter à fond de la Musique, adopta  
aussi ce sentiment.

L'expérience que je rapporte ici a quelque chose de  
fort singulier. J'ai pris plusieurs cylindres de différents bois  
& de différentes longueurs & grosseurs; & les ayant tenus  
sur les doigts par leur milieu ou suspendus, mais non pas  
ferrés entre les doigts, je les ai frappés avec un corps dur,  
ou même avec un morceau de bois dans toute leur lon-  
gueur successivement, seulement par curiosité pour en re-  
connoître le Son, mais je me suis aperçu que dans tous  
ces morceaux de bois le son n'étoit pas le même dans toute

leur longueur, ce que j'ai d'abord attribué aux différentes parties du bois qui devoit être plus dense ou plus lâche en différents endroits. Mais ayant considéré plus attentivement ces différents Sons, j'ai observé que lorsque je frappois ces cilindres à la distance de leurs extrémités d'un huitième à peu-près de leur longueur, le Son qu'ils rendoient en étoit fort sourd par rapport à celui qu'ils donnoient par-tout ailleurs, & même à leur extrémité, lequel étoit semblable à celui des parties du milieu & aux environs, & c'étoit la même chose à chaque extrémité de ces cilindres, ce qui ne pouvoit pas venir des différences du bois.

J'ai fait ensuite les mêmes expériences sur des verges de Fer, mais quoi-qu'elles ne fussent pas tournées, mais seulement forgées, je n'ai pas laissé d'y trouver la même chose, si ce n'est que les endroits où le Son se changeoit étoit bien plus proche des extrémités que dans les cilindres de bois.

Enfin j'ai fait encore une autre expérience avec une corde de Leton, telle que sont celles dont on se sert pour les Clavecins, & l'ayant tendue sur une planche de Sapin, laquelle avoit 5 pieds  $\frac{1}{2}$  de longueur & 5 pouces de largeur & un pouce d'épaisseur, cette corde étant médiocrement tendue, je l'ai sonnée dans toute sa longueur avec le bec d'une plume, & je n'y ai pas trouvé de différence considérable dans le Son. Cependant comme je sçavois par des expériences que j'avois faites autrefois, que lorsque cette planche qui étoit posée sur le quarré de pierre & appuyée par son autre extrémité contre une grande porte faite de panneaux avec des montants & des traverses plus fortes, le Son que rendoit la corde devenoit beaucoup plus grand & plus fort : j'ai placé celle-ci de même, & elle a fait le même effet.

Cette expérience pourroit faire connoître que les différents Sons des cilindres de bois & de fer ne viennent pas des vibrations différentes de ces corps, puisqu' dans

264 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
la corde tendue on ne remarque pas ces differents Sons;  
quoi-qu'on ne puisse pas douter que son Son ne soit pro-  
duit par ses vibrations.

---

---

CONTINUATION D'EXPERIENCES  
SUR LE SON.

Par M. DE LA HIRE.

5. Septem.  
1716.

**I**L y a quelques jours que je rapportai à l'Academie des Remarques que j'avois faites sur le Son que rendoient des Cilindres de bois & de fer, en les frappant avec quelque corps dur, ce qui servoit à faire connoître que le Son ne dépendoit point des vibrations du corps frappé ou choqué, mais seulement du fremissement des parties de ce corps. Voici encore d'autres observations qui feront voir plus sensiblement la verité de cette proposition.

Dans le Memoire que je donnai à l'Academie, & qui fut imprimé en 1694. au sujet des Sons de la corde de la Trompette marine, je rapportai plusieurs experiences que j'avois faites avec des pincettes ordinaires qui servent au feu. Ces pincettes sont faites de deux branches de fer plat & assés minces, lesquelles se joignent par un arc du même fer plat, mais beaucoup plus large que les branches. Une des plus considerables de ces experiences est celle du Son que font les branches quand on les frappe avec un morceau de fer, & qu'elles sont soutenuës par l'arc avec une petite corde ou sur le bout du doigt, car le Son qu'elles rendent alors est assés clair & net, autant au moins que la matiere le peut permettre; & si l'on soutient cet arc avec la tige d'une clef ou sur le dos d'un couteau, le Son est presqu'entièrement amorti, quoi-que les vibrations de toute la pincette soient les mêmes qu'auparavant,  
ce

ce qui fait connoître que ce ne sont pas ces vibrations qui forment le Son, & l'on entend même un fremissement très sensible qui se fait dans l'arc, & principalement si l'on soutient cet arc avec le tranchant du couteau, & cela dans une certaine position, à cause que ces fremissements sont interrompus. Cela se confirme aussi, en attachant à l'extrémité de chaque branche de la pincette deux petits morceaux de plomb, car alors le Son clair que rendoit la pincette en la frappant, quand elle étoit soutenuë sur le bout du doigt, devient sourd, à cause du fremissement des parties du fer qui est amorti par la mollesse du plomb.

Mais j'ai fait encore depuis peu d'autres expériences qui paroissent assez considérables, & qui pourront servir de preuve à ce système, lorsqu'on soutient ces pincettes par l'arc sur le bout du doigt, & qu'on frappe les branches par leur plat avec un morceau de fer, on entend un Son fort clair, & les branches font leurs vibrations très sensibles, en s'approchant & s'écartant ensemble l'une de l'autre dans le temps même; mais dans la même disposition des pincettes, si l'on en frappe les branches par le côté qui est la partie étroite, on entend aussi un Son très clair, mais beaucoup plus aigu que l'autre, & il m'a semblé dans l'une de ces expériences que les tons de ces Sons faisoient une quinte, quoi-qu'effectivement les vibrations de ces branches dans ces deux manières différentes de les frapper, ne puissent pas être différentes pour la durée, puisque c'est le même ressort qui est mis en mouvement, mais elles sont un peu moins étendues en les frappant par le côté que par le plat, car on ne leur imprime pas un si grand mouvement.

J'ai répété cette expérience avec une règle de fer de 2 pieds 8 pouces de long sur 15 lignes de large & 2 lignes d'épaisseur; & ayant suspendu cette règle par son milieu sur le doigt, je l'ai frappée par son plat, & elle a rendu un Son assez clair, mais l'ayant aussi frappée par le

côté & vers le même endroit, elle a donné un Son beaucoup plus aigu, cependant c'est le même corps qui est frappé, ce qui s'accorde avec l'expérience faite sur les pincettes; cependant il semble qu'il devroit être plus aigu en la frappant par le plat que par le côté, car il se doit faire des vibrations égales des deux côtés du soutien, & qui seront plus courtes que celles qui se font par le côté, l'appui ne leur apportant point d'obstacle dans ce sens; mais aussi d'un autre côté le corps de la regle résiste bien plus au choc, équipollant à un corps plus épais.

C'est ce qui m'a fait penser que je pourrois découvrir quelque chose de nouveau, si je suspendois cette regle par l'une de ses extrémités avec une petite ficelle molle & souple, & dans cette position je l'ai frappée à l'extrémité opposée à la suspension, & d'abord par son plat & ensuite par le côté, & j'ai remarqué très distinctement que le Son par le plat étoit bien plus aigu que celui par le côté, ce qui est le contraire de ce qui arrivoit dans la première expérience où la regle étoit soutenue par son milieu. On remarquoit aussi dans ces expériences l'endroit de la regle où le Son étoit amorti, comme je l'ai observé sur les cylindres dans mon précédent Memoire, soit que la regle fut soutenue par son milieu, ou suspendue par son extrémité.

Mais pour pouvoir découvrir en quelque façon ce qui arrive à ces Sons, il faut expliquer ce que c'est que le frottement, & de quelle manière il se forme dans les corps à ressort, car pour les vibrations de ces corps elles sont si visibles, qu'on ne peut pas douter que ce ne soit un changement de la figure totale du corps.

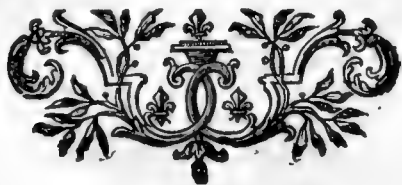
Les vibrations d'un corps à ressort ne produisent pas de Son sensible, quoi-que ces vibrations soient fort grandes, comme on le peut voir dans les pincettes, en serrant avec les doigts les extrémités des branches l'une contre l'autre vers le bas, & les lâchant subitement, ce ne fera donc pas les vibrations du corps qui produiront le Son.



Au contraire, pour peu qu'on touche un corps sonore avec un corps dur, quand le corps touché seroit d'une grandeur & d'une pesanteur presque immense, on entend aussi-tôt le Son, & il me semble que ce Son ne peut venir que du fremissement du corps frappé, qui n'est autre chose que les particules de la matiere de ce corps, lesquelles étant dérangées par le choc dans l'endroit où il est touché, & communiquant leur ébranlement à toutes les parties du corps successivement, font le fremissement, & obligent l'air qui est renfermé dans ses pores d'en sortir, mais aussi-tôt ces pores se rétablissant & devenant même plus grands, reçoivent un nouvel air, & ce sont les fréquentes secousses de cet air qui font une impression sur l'oreille & qui produisent le Son. Cependant on ne peut pas nier que les vibrations du corps d'où naissent des ondulations, ne produisent un mouvement dans l'air qui est renfermé dans les pores du corps, mais ce mouvement est si lent par rapport à celui qui fait le Son, comme je l'ai montré, que l'oreille ne sçauroit l'appercevoir, mais ce mouvement se mêlant avec celui du fremissement, produit différents Sons dans les corps choqués, enforte qu'on peut dire, à ce qu'il me semble, que les vibrations déterminent le ton du Son qui est formé par le fremissement, ainsi les différentes vibrations ou ondulations des corps sonores font les différents tons de leur Son, & même cela arrive dans le même corps, comme les expériences que j'ai rapportées ci-devant nous l'ont fait connoître. C'est aussi pourquoi lorsque dans un corps le mouvement des vibrations peut s'accorder avec celui du fremissement, on entend un Son distinct & qui fera une consonance avec un autre Son du même corps choqué d'une manière différente de la précédente, si le fremissement est le même : car si les vibrations en font différentes, & qu'elles aient un rapport prochain de l'une à l'autre comme de 1 à 2, de 2 à 3, &c. le fremissement s'accordera avec ces vibrations, & produira une consonance. On doit aussi remarquer

que quand même les vibrations du corps ne s'accorderoient pas exactement avec les fremissements, la consonance ne laisseroit pas de paroître, car le mouvement composé des deux s'y accorderoit, comme je l'ai remarqué sur ce que j'ai donné sur les tons de la corde de la Trompette marine. Ces considérations pourront nous conduire à l'explication de l'amortissement du Son produit dans un corps long & sonore, quand il est choqué dans un certain endroit.

On voit facilement dans ce que je viens d'expliquer, que plus la matiere du corps choqué est aigre, plus le corps rend un Son clair & éclatant, à cause du fremissement qui y est plus vif; mais cela n'exclut pas le Son des cordes, soit de métal ou d'autre matiere ferme & bien tenduës, qui étant pincées, comme on dit, reçoivent les mêmes impressions que si elles étoient assés dures & qu'elles fussent choquées, & en quelqu'endroit qu'on les pince dans leur longueur, elles conservent toujours le même ton, puisque leur fremissement se communique aussi-tôt au long de la corde, & que les vibrations se réduisent à celles du milieu où elles persistent, & où elles sont toujours les plus grandes, & non pas aux endroits où elles ont été pincées.



*SCA VOIR SI LE PLACENTA  
est un partie du Chorion épaissi , ou une partie  
particuliere.*

Par M. ROUHAULT.

**J'**AI fait voir dans le Memoire que je donnai le premier Aoust 1714. sur les enveloppes du Fœtus, qu'elles étoient composées de trois membranes distinctes, sçavoir du Chorion, de la membrane moyenne & de l'Amnios.

19 Aoust  
1716.

Le Chorion est une membrane molle, opaque & de couleur rouge, qui semble se terminer à la circonférence du Placenta.

La seconde membrane qui est la moyenne, & que quelques Auteurs ont dit mal à propos être une partie du Chorion est blanche, très fine & transparente, elle est couchée sur le Placenta du côté de l'Enfant, & sur le Chorion auquel elle est adherante. Cette membrane enveloppe exterieurement le Cordon ombilical jusques au Ventre de l'Enfant, & recouvre l'Amnios, qui contient l'Enfant & les eaux. Cette membrane se termine au Cordon au dessus de la division des vaisseaux qui entrent dans le Placenta, elle est presque semblable à la précédente, sinon qu'elle est un peu plus épaisse.

N'ayant point suivi alors le Chorion plus loin que le bord du Placenta, j'ai crû qu'il s'y terminoit, & que le Placenta étoit une partie particuliere : mais un délivre d'une Femme grosse d'un seul Enfant, composé de trois Placenta & d'un seul Cordon, que je fis voir à la Compagnie le 16 Fevrier 1715, me fit soupçonner, comme je l'avançaï dans la description de ce délivre ; que le Placenta

270 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
 n'étoit que le Chorion épaissi ; & dans l'examen que j'eri  
 ai fait depuis, j'ai trouvé que le Chorion proprement  
 pris étoit composé de deux membranes, entre lesquelles  
 rampent les racines des vaisseaux Ombilicaux ; que l'une  
 de ces membranes passe par dessus, & l'autre par dessous  
 le Placenta, de sorte qu'il est enfermé entre ces deux  
 membranes, ce que Ruisch a remarqué avant moi, com-  
 me il paroît à la page 54 de son second cabinet : *Reperi  
 Placentam non solum amictam, membranâ eâ facie, quò  
 Fœtum spectat, & Chorion appellatur, verum etiam facie  
 uterum spectante membranâ analogâ esse obductam.* Et afin  
 de faire voir que cet Auteur n'a entendu parler que du  
 Chorion proprement pris, je rapporterai ce qu'il dit à la  
 page 16 de son cinquième cabinet : *Phiala in liquore con-  
 servans portionem membranæ Chorii Fœtus humani, quam  
 in duas partes inter se discrepantes separavi, harum altera  
 tenuissima & pellucida Fœtum respiciens pseudo-allantois à  
 me vocabitur nomine in posterum, propterea quod vera  
 allantois in homine non reperiatur ; altera autem quæ opaca  
 crassior non extensilis, & utramque faciem Placentæ obduc-  
 ens Chorii nomen retinere poterit.*

Après avoir examiné les enveloppes du Placenta, qui  
 ne sont que les membranes qui entrent en la composition  
 du Chorion, il me reste à examiner le Placenta dépouillé  
 de ces membranes, lequel n'est qu'un amas de vaisseaux  
 sanguins, ce que Ruisch a reconnu, comme il paroît à la  
 page 53. de son second cabinet : *Vasa sanguinea Placen-  
 tam constituentia, tota replevi ceraceâ materiâ rubrâ, ut si  
 quid præter vasa sanguinea in Placenta reperiretur in con-  
 spectum se se daret ; verum nil nisi vasa sanguinea reperi.* Il  
 paroît que Ruisch n'a injecté que les arteres du Placenta ;  
 car s'il avoit injecté les veines, de l'exactitude dont est cet  
 Auteur, il n'auroit pas manqué de dire de quelle couleur il  
 les auroit rempli, & il auroit connu de quelle maniere ces  
 vaisseaux s'accompagnent dans le Placenta. Pour moi j'ai  
 crû qu'il n'étoit pas inutile de voir comment l'artere &

la veine se distribuent dans cette partie, c'est pourquoi j'ai injecté dans les arteres une liqueur d'un violet foncé & dans les veines une liqueur rouge, & j'ai été assés heureux pour pousser mes liqueurs, sçavoir la violette jusques à l'extrémité des arteres capillaires, & la rouge jusques aux extrémités capillaires des veines, qui percent la membrane reticulaire, qui recouvre le Placenta du côté de la matrice; & par ce moyen j'ai vû que les arteres & les veines s'accompagnent comme dans le Cordon, & que la veine passoit tantôt à côté, tantôt par dessus & tantôt par dessous l'artere. Deplus j'ai remarqué que la veine & l'artere percent la membrane reticulaire obliquement, en se traînant quelque peu dans son épaisseur, ce qui fait que cette membrane a changé de couleur & est devenue de couleur violette, parce que l'injection y est parvenue, ainsi j'ai lieu de croire que j'ai poussé l'injection plus loin que l'on a fait jusques à présent. Pour prouver que Ruisch n'a injecté que les arteres du Placenta, je rapporterai ici ce qu'il dit à la page 17 de son cinquième cabinet : *Dicta portio tunica Chorii, quæ mihi villosa aut succosa, uteri cavitatem non solum verum etiam Placentæ uterinæ faciem quæ uterum respicit, obducit, id quod absurdum, & tanquam chimæra plurimis quidem videbitur, attamen veritati consentaneum esse reperient, qui debito modo per arteriam ombilicalem Placentam, ad extremum usque ceracea materia rubra repleverint : nam hoc pacto, tota Placenta ( quæ nihil aliud nisi vasa sanguinea ) summa rubedine perfunditur ; & sic in conspectum venit dicta tunica villosa aut succosa, cinereo colore prædita : quam si accurate perscrutatus fueris lector benevole, reperies illam esse continuam cum tunica villosa, mihi dicta.*

Tous les vaisseaux qui forment le Placenta, partent de dessous les branches, tant des veines que des arteres qui se remarquent à la surface du Placenta, qui regardent l'Enfant, par des troncs plus ou moins gros, selon qu'ils sont plus ou moins éloignés de l'endroit où s'implante le Cor-

don ombilical, pourvû que le Cordon soit concentrique ; car s'il est excentrique, les troncs qui partent de dessous les vaisseaux qui sont au bord du Placenta, du côté que le Cordon se trouve placé, ne sont pas si gros que ceux qui partent de dessous les vaisseaux, qui se trouvent au centre du Placenta, quoi-que plus éloignés du Cordon. Tous ces vaisseaux, sçavoir ceux qui sont à la surface du Placenta, passent dans l'épaisseur de la membrane moyenne qui leur sert d'enveloppe ; & les troncs & les racines capillaires qui forment le Placenta, sont recouverts de gâines jusques à leurs extremités, qui leur viennent de la membrane moyenne ; chaque gaine renferme une veine & une artere, comme je l'ai démontré, ce que personne que je sçache n'avoit fait voir avant moi.

Tous les troncs des vaisseaux, qui composent le Placenta, ne sont point d'égale grosseur ; il y en a de si petits, qu'ils n'ont pas une demi-ligne de diametre, pendant que les troncs qui composent la plus grande partie du Placenta, pour ne pas dire presque tout, ont deux lignes & demie, & trois lignes de diametre y compris ensemble, tant dans les uns que dans les autres l'artere & la veine recouverts de leurs gâines.

Ces petits troncs sont placés entre les gros troncs, & après qu'ils ont fait dans le Placenta une ligne ou une ligne & demie de chemin, ils se divisent en rameaux capillaires qui remplissent en partie les espaces que les gros troncs laissent entre eux ; mais comme le nombre de ces petits vaisseaux ne seroit pas suffisant pour remplir ces espaces, une partie des premiers rameaux capillaires qui sortent des gros troncs, retombe, pour ainsi dire, sur la membrane du Chorion qui recouvre le Placenta du côté de l'Enfant, & acheve de remplir ces espaces. Les rameaux qui sont au dessus & qui partent des mêmes gros troncs, se perdent dans l'épaisseur du Placenta, pendant que ceux qui sont à l'extrémité de ces mêmes gros troncs, se portent vers la membrane reticulaire du Chorion, qui  
couvre

couvre le Placenta du côté de la matrice, la traversent obliquement, par une infinité de rameaux capillaires, qui vont jusques dans la substance de la matrice. Tous les gros troncs de vaisseaux qui composent le Placenta ne se divisent pas de la même manière; ceux qui sont au centre du Placenta distribuent leurs rameaux capillaires comme les Arbres jettent leurs branches, dont les plus basses retombent sur la membrane moyenne, les moyennes restent dans l'épaisseur du Placenta, & celles qui sont à l'extrémité vont à la matrice, ainsi chaque tronc forme son lobe, qui appliqué contre d'autres lobes, forment le centre du Placenta.

Les vaisseaux qui sont au bord du Placenta se divisent autrement; une partie va vers le centre du Placenta, une partie se termine au bord, & l'autre partie se glissant entre les membranes du Chorion, se distribuë dans toute son étenduë.

De tous les rameaux qui sont au bord du Placenta, ceux qui s'y terminent sont les plus courts, ce qui fait que le Placenta est plus solide vers son bord que vers son centre, ce qu'il est bon de remarquer. Il paroît par ce que je viens de dire, & par ce que j'ai démontré, que le Chorion est composé de deux membranes très fines; que l'une de ces membranes passe par dessus, & l'autre par dessous le Placenta.

Ces deux membranes different l'une de l'autre, en ce que celle qui recouvre le Placenta du côté de la matrice est percée dans toute son étenduë pour laisser passer les racines des vaisseaux ombilicaux qui vont ou qui viennent de toutes les parties de la matrice par un nombre innombrable de petits trous.

L'autre membrane qui recouvre le Placenta du côté de l'Enfant & les vaisseaux du Chorion n'est percée à l'endroit du Placenta que par les troncs des racines des vaisseaux ombilicaux & dans le reste de son étenduë par quelques rameaux capillaires qui vont aux membranes mo-

274 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
yenne & Amnios pour leur porter la nourriture. Quoique ces deux membranes ayent à peu-près ( dans la plus grande partie de leur étenduë ) la même consistance , le grand nombre d'ouvertures qui se trouve à la membrane du Chorion du côté de la matrice , est cause que l'on ne la doit regarder que comme une membrane reticulaire , à la difference de celle qui regarde l'Enfant , qui n'étant percée à l'endroit du Placenta , que pour donner passage aux troncs des vaisseaux , & dans le reste de sa longueur par quelque branche capillaire , doit être regardée comme une veritable membrane. Puisque l'on ne remarque point au Placenta d'autres parties que dans le Chorion , sçavoir deux membranes & des vaisseaux communs à l'un & à l'autre , il semble que je peux conclure que le Placenta n'est qu'une partie du Chorion épaissi.

J'ai fait voir que dans l'accouchement les membranes du Fœtus ne s'ouvrent que vers le bord du Placenta , & jamais dans leur milieu.

De plus j'ai fait voir à la Compagnie une petite Pierre de la grosseur de la moitié d'un grain de Navette , d'un blanc mate friable , que j'ai trouvée entre les vaisseaux capillaires du Placenta vers la partie moyenne de son épaissieur.





---

S U I T E  
D E S R E M A R Q U E S

*Sur un Cas singulier du Problème des Tangentes.*

Par M. SAURIN.

DANS un Memoire précédent j'ai examiné ce cas avec soin, & j'en ai fait connoître à fond la nature, en découvrant l'origine & la raison des difficultés qu'il renferme. Mais ce n'est encore là que le premier des quatre articles auxquels j'ai réduit mes remarques sur cette matiere. Le second & le troisiéme vont faire le sujet du Memoire present; j'en destine un autre au quatriéme article.

1 Août  
1716.

Le premier des deux que je dois traiter ici est celui où je promets de faire voir que de quelque principe qu'ayent été tirées les Regles qu'on a formées pour resoudre le cas proposé, il est toujours vrai qu'elles se tirent naturellement du principe propre du Calcul différentiel qui sert de fondement à la methode des Tangentes exposée dans la seconde section de l'*Analyse des Infiniment Petits*.

Je souhaite qu'on fasse attention à la maniere dont je m'exprime dans cet article. Sçavoir de quels principes on a tiré les regles dont il s'agit, est une question de fait où je n'entre point; on leur donnera dans le fait tel fondement & telle origine qu'on voudra. La proposition que j'avance, & qui n'intéresse personne, est, non que ces regles ayent été tirées, mais qu'elles se tirent des principes propres du nouveau Calcul; & elles s'en tirent en effet si naturellement, que le cas se presentant, elles se presentent aussi-tôt d'elles-mêmes.

Mm ij

Comme ce cas est très-singulier, quoi-qu'assez important, & qu'on ne rencontre gueres des cas particuliers de cette sorte que par hazard, ou qu'en cherchant des difficultés exprés, & avec dessein d'en trouver, il ne paroît pas qu'il se soit offert au celebre Auteur de l'*Analyse des Infiniment Petits*; & il n'y a rien en effet dans sa méthode des Tangentes qui l'indique, ou qui y ait quelque rapport. Mais on verra tout-à-l'heure que si le hazard le lui eût présenté, & qu'il eût eu lieu d'y faire attention, les nouveaux principes qu'il appliquoit à la méthode des Tangentes lui eussent mis sous les yeux & sous la main les regles qui en donnent la solution; regles que fournit d'ailleurs l'article 163 de son *Analyse*, à la verité sans application au cas présent des Tangentes auquel il ne pensoit pas, mais cependant pour des cas de même nature. L'universalité de cet article pour la resolution du cas des Tangentes est le second des deux points que je me suis proposé de démontrer dans ce Memoire.

Je commence par le premier. On a déjà dit dans le Memoire précédent que  $\frac{y dx}{dy}$  étant la formule generale des Sourangentes d'une Courbe quelconque qui a  $x$  &  $y$  pour coordonnées, la substitution des valeurs de  $dx$  &  $dy$  prise en  $x$  & en  $y$  par le moyen de l'Equation differentielle de la Courbe proposée, changeoit la formule en une fraction litterale dégagée des differences, qui exprimait en general les Sourangentes de tous les points de cette Courbe, & qu'on déterminoit ensuite la Sourangente d'un tel, ou d'un tel point particulier, en mettant dans l'expression generale les valeurs données de  $x$  & de  $y$  au point proposé. Voyons ici plus particulièrement quelle est cette Equation differentielle d'où l'on tire la valeur des différences  $dx$  &  $dy$ ; car c'est cette Equation qui donne les regles dont il s'agit.

Prenons un exemple; soit proposé celui de la Courbe dont l'Equation est

$$y^4 - 8y^3 - 12xyy + 48xy + 4xx = 0;$$

$$+ 16yy \quad - 64x$$

Et si ayant attaché les noms de  $x$  & de  $y$  aux coordonnées d'un point déterminé de la Courbe, on prend un autre point infiniment proche, les Coordonnées qui croissent seront à ce second point  $x + dx$ , &  $y + dy$ , & mettant dans l'Equation précédente  $x + dx$ ,  $y + dy$ , & leurs puissances à la place de  $x$  & de  $y$  & de leurs puissances, il viendra pour l'Equation qui convient au nouveau point,

$$y^4 + 4y^3 dy + 6yy dy^2 + 4y dy^3 + dy^4 - 8y^3 - 24yy dy - 24y dy^2 - 8dy^3 - 12xyy - 24xy dy - 12x dy^2 - 12yy dx - 24y dx dy - 12dx dy^2 + 16yy + 32y dy + 16dy^2 + 48xy + 48x dy + 48y dx + 48dx dy + 4xx + 8x dx + 4dx^2 - 64x - 64dx = 0.$$

Si l'on range ces termes en plusieurs colonnes, suivant l'ordre des dimensions auxquelles montent les différences  $dx$  &  $dy$ , formant la premiere colonne des termes où elles ne se trouvent pas, & qui sont ceux de l'Equation generale de la Courbe; & mettant dans la seconde colonne ceux où les différences  $dx$  &  $dy$  sont lineaires; dans la 3<sup>me</sup>. ceux où elles ont deux dimensions, soit qu'elles y montent au quarré, soit qu'elles s'y multiplient l'une l'autre; dans la 4<sup>me</sup>. ceux où elles ont trois dimensions, & toujours de même jusqu'à la dernière, cette disposition donnera la suite de colonnes qui est en  $E...$

I.      II.      III.      IV.      V.

$$E... + y^4 + 4y^3 dy + 6yy dy^2 + 4y dy^3 + dy^4 = 0$$

$$- 8y^3 - 24yy dy - 24y dy^2 - 8dy^3$$

$$- 12xyy - 12yy dx - 24y dx dy - 12dx dy^2$$

$$+ 16yy - 24xy dy - 12x dy^2$$

$$+ 48xy + 32y dy + 16dy^2$$

$$+ 4xx + 48y dx + 48dx dy$$

$$- 64x + 48x dy + 4dx^2$$

$$+ 8x dx$$

$$- 64 dx$$

Il est clair que l'Equation differentielle entiere comprend toutes les colonnes hormis la premiere : tous les termes de ces colonnes où les differences se trouvent avec differentes dimensions appartiennent donc à l'Equation differentielle. Mais comme suivant le principe du Calcul differentiel ces colonnes, à cause de leurs differentes dimensions, sont differentes ordres, non de riens absolus, mais d'infiniment petits, la troisième colonne & toutes celles qui viennent après sont nulles par rapport à la seconde, la quatrième & toutes celles qui la suivent, nulles par rapport à la troisième, & ainsi de suite. C'est sur ce fondement que dans l'*Analyse des Infiniment Petits* on ne prend pour l'Equation differentielle que la seconde colonne ; & l'avantage de nos regles de differentiation est de nous donner tout d'un coup les termes de cette seconde colonne sans les autres. C'est donc de cette colonne que la méthode des Tangentes de l'ouvrage déjà cité nous apprend à tirer la valeur de  $\frac{dx}{dy}$  ou de  $\frac{dy}{dx}$  pour la substituer dans la formule.

Mais il est évident que dans le cas singulier des points d'intersection, points à plusieurs tangentes, la substitution des valeurs données de  $x$  & de  $y$ , détruisant également dans la seconde colonne les termes affectés par  $dx$ , & les termes affectés par  $dy$ , cette seconde colonne par rapport à laquelle la troisième étoit infiniment petite, & par conséquent nulle, devient nulle elle-même par rapport à la troisième ; & alors cette troisième devient seule l'Equation differentielle, par le même principe qui l'avoit fait rejeter avec celles qui la suivent. Et de même si la substitution des valeurs données de  $x$  & de  $y$  détruit encore tout dans cette seconde colonne ; par le même principe des *Infiniment Petits* qui ne sont pas des riens absolus, il faut passer à la quatrième, & ainsi de suite, jusqu'à celle où la substitution ne détruit pas tous les termes, & qui devient toujours par-là la seule Equation differentielle. Il n'y a

rien dans tout cela qui ne soit une suite nécessaire du principe propre du Calcul différentiel. En reconnoissant donc que dans la méthode des Tangentes, telle qu'elle est expliquée dans l'*Analyse des Infiniment Petits*, il n'y est fait aucune mention ni du cas en question ni des règles pour le résoudre, on a droit de soutenir en même temps comme une vérité démontrée, que le cas s'offrant, ces règles naissent directement & nécessairement des mêmes principes qui paroissent s'y opposer, ces principes nous obligeant alors de reprendre ce qu'ils nous avoient fait rejeter.

Ces mêmes règles dont il n'est point parlé dans la seconde section de l'*Analyse* nous sont données par l'article 163 du même Livre, non par rapport au cas des Tangentes, ainsi qu'on l'a déjà remarqué, mais par rapport à des cas de même nature.

C'est ce que j'ai encore à démontrer; car l'universalité des règles qu'on a vûes étant reconnue, si je fais voir une identité parfaite entre ces règles, & ce que prescrit l'article 163, j'aurai démontré l'universalité de cet article pour la résolution de tous les exemples qu'on peut proposer sur le cas des Tangentes; ce qui est le second point que je me suis engagé de traiter dans ces remarques.

On ne seroit pas au fait de l'article 163, si je ne faisois d'abord connoître en peu de mots ce que c'est que cet article. Je l'ai fait autrefois dans les Journaux, & je serai obligé de repeter ici une partie de ce que j'en ai dit là. L'article 163 est un de ces problèmes généraux qui s'appliquent à une infinité de cas, & dont les résolutions fournissent autant de méthodes. Une Courbe est telle que la valeur de ses ordonnées, étant exprimée par une fraction, le Numérateur & le Dénominateur deviennent l'un & l'autre égaux à zéro, lorsque l'abscisse devient égale à une quantité donnée; on demande quelle est en ce point la valeur de l'ordonnée.

Il est démontré dans l'article que différentiant le Numérateur & le Dénominateur chacun séparément, la diffe-

rence de l'un divisée par celle de l'autre est une nouvelle fraction qui donne la valeur cherchée, en substituant dans cette nouvelle fraction la valeur donnée de l'abscisse. Voilà quelle est la résolution generale du problème.

S'il se presente donc une fraction litterale qui puisse exprimer les ordonnées d'une Courbe, & que tout se détruise dans le Numerateur & dans le Dénominateur, lorsque quelque inconnue de la fraction est supposée égale à une grandeur connue, on n'aura qu'à la considerer en effet comme l'expression des ordonnées d'une Courbe, & qu'à faire ensuite ce que l'article prescrit. C'est de cette maniere que j'ai resolu quelques exemples du cas des Tangentes qui avoient été proposés.

Venons presentement aux regles qui resolvent generalement ce cas; ce sont les colonnes que nous avons mises en *E*. Elles peuvent se former de maniere. Ayant fait de l'Egalité principale & generatrice de la Courbe la premiere colonne marquée I, il faut la differentier selon nos regles, & les termes differentiés qui viendront formeront la seconde colonne marquée II. Si l'on differentie encore la seconde colonne, en ne differentiant que les  $x$  & les  $y$ , les nouveaux termes differentiés composeront la troisieme marquée III. En continuant de la même maniere, on formera de nouvelles colonnes jusqu'à ce que les  $x$  & les  $y$  de l'Egalité generatrice disparaissent. Si au lieu des  $dx$  & des  $dy$  qu'on voit en *E*, on substitue les expressions  $nz$  &  $nv$ , on aura en *B*... la suite & la forme des Egalités qui sont les nouvelles régles; car il faut regarder les differentes colonnes comme autant d'Egalités.

Maintenant demande-t-on toutes les Tangentes qui conviennent à un point donné de la Courbe exprimée par l'Egalité de la premiere colonne? On substitue d'abord dans la seconde colonne les valeurs données de  $x$  & de  $y$ : & si par la substitution les termes ne se détruisent point, la colonne refout le problème, & le point donné n'a qu'une Tangente; si les termes se détruisent, le point  
donné

donné a plus d'une Tangente, & pour les trouver on passe à la troisième colonne, & on y substitue, comme dans la précédente, les valeurs données; si la colonne ne se détruit pas, c'est cette colonne qui donne les Tangentes, & le point donné n'en a que deux; mais si la substitution détruit tout, le point donné a plus de deux Tangentes, & l'on passe à la quatrième colonne. On va ainsi de l'une à l'autre jusqu'à ce qu'on ait trouvé une colonne où les termes ne soient pas entièrement détruits par la substitution des valeurs données, & cette colonne est toujours la formule qu'on doit prendre pour les Tangentes requises.

De cette sorte la seconde colonne résout le cas où le point donné n'a qu'une seule Tangente; c'est le cas général & ordinaire. La troisième colonne résout le cas où le point donné a deux Tangentes, & n'en a que deux; cas rare & singulier par rapport au précédent. La quatrième colonne résout le cas où le point donné a trois Tangentes, & n'en a que trois; cas plus rare encore & plus singulier, & il en va toujours de même, c'est-à-dire que la résolution du problème dépend toujours d'une colonne plus avancée, à mesure que le point donné a plus de Tangentes.

Cela étant ainsi posé, 1°. il est évident que la seconde section des Infiniment Petits nous donne la seconde colonne, puisque cette seconde colonne n'est que l'égalité différentielle même qui vient immédiatement par la différentiation de l'égalité principale ou generatrice.

2°. Par conséquent il est évident aussi que différentier la seconde colonne, en ne différentiant que les  $x$  & les  $y$ , comme on fait pour former la troisième colonne, est précisément la même chose que différentier suivant l'article 163 le Numérateur & le Dénominateur de la fraction qui dans la méthode de la section 2 exprime le rapport de l'ordonnée à la soutangente, & qui ne présente à différentier que des  $x$  & des  $y$  (condition d'ailleurs qui n'est pas nécessaire) différentier, dis-je, la colonne, & différentier

les termes de la fraction, est parfaitement la même chose, puisque les termes de la fraction sont les termes mêmes de la colonne.

3°. Donc il est encore évident que les nouveaux termes qui viennent de cette différentiation prescrite par l'article 163 sont toujours nécessairement les mêmes termes que ceux de la troisième colonne, & par conséquent que l'application de l'article 163 nous donne toujours nécessairement cette troisième colonne.

Je montrerai tout-à-l'heure comment cet article nous donne de même toutes les autres colonnes ; mais je veux m'arrêter un moment à la troisième, pour rendre sensible & palpable la bonté des solutions que je donnai en 1702 dans le Journal des Sçavans du 3 Aoust, aux trois exemples qui regardoient ce cas des Tangentes.

Les trois exemples proposés, & tous les autres de même nature où le point donné n'a que deux Tangentes, se résolvent par la troisième colonne ; c'est cette colonne qui contient la formule des Tangentes requises dans tous ces exemples. Or cette colonne, cette formule nous est donnée par le moyen de l'article 163, cela est démontré : donc tous ces exemples se résolvent infailliblement, nécessairement par le moyen de cet article. Dans tout cela il n'y a rien de difficile à découvrir, rien qui ne s'offre soi-même aux yeux, rien d'ailleurs qui n'ait été rendu manifeste par l'application actuelle que j'ai faite de l'article aux trois exemples, & par tout ce qui suit cette application, qui en expose les fondements, & qui la démontre dans mon Ecrit de 1702. Ce seroit donc combattre une vérité démontrée & d'une évidence entière de prétendre que les trois exemples ne peuvent pas recevoir une même solution par l'article 163.

Je vais présentement étendre l'article plus loin, en faisant voir qu'il ne s'arrête pas à la troisième colonne, mais qu'il les donne toutes. La chose ne sera pas bien difficile, si l'on se souvient d'un point que j'ai démontré dans le



16<sup>me</sup>. Journal de 1705, pag. 253, num. 4. Ce point est que dans une fraction où tout se détruit, & dont les termes du Numerateur & du Dénominateur que l'on a à différentier sont affectés des premieres differences  $dx$  &  $dy$ , il seroit inutile de différentier ces premieres differences, en prenant selon nos regles les differences du second ordre; c'est ce que la moindre attention est capable de découvrir: car dans le cas d'une fraction égale à zero, les termes qui ont  $dx$  pour multiplicateur commun se détruisant avant la différentiation, ils se détruiroient encore après la différentiation qui ne fait que leur donner pour commun multiplicateur  $ddx$ , au lieu de la premiere difference  $dx$ ; & il en est de même des termes multipliés par  $dy$ . On peut donc obmettre la seconde différentiation des premieres differences, & ne différentier que les  $x$  & les  $y$  dans le cas dont il s'agit.

Cela posé, quand les termes de la seconde fraction qui nous est venuë après la différentiation prescrite par l'article 163 se détruisent encore, nous concevons une nouvelle Courbe dont cette fraction exprime les ordonnées, & appliquant de nouveau l'article 163, nous différentions selon la regle, comme auparavant le Numerateur & le Dénominateur, en ne différentiant que les  $x$  & les  $y$ , en vertu de la remarque que nous venons de faire; & comme les termes de nôtre seconde fraction sont les termes mêmes de la troisième colonne, il est visible que différentier les termes de cette fraction, de la même maniere qu'on a différentié ceux de la troisième colonne, doit produire le même effet; donc il s'en doit former la quatrième colonne, puisqu'on l'a formée en différentiant la troisième. Donc l'article 163 donne la quatrième colonne; mais il en va de même des autres colonnes; donc l'article 163 les donne toutes. Ce qu'il falloit démontrer.

De-là il paroît évidemment qu'on nous proposeroit en vain tous les exemples du monde, soit sous la forme des signes radicaux, soit délivrés des signes, & qu'on se don-

neroit une peine inutile à les embarrasser de difficultés étrangères à la question , car il n'y a que ce mot à dire ; ou les nouveaux exemples , de quelque nature qu'ils soient , peuvent être résolus par les colonnes , ou ils ne le peuvent pas ; s'ils peuvent être résolus par les colonnes , j'ai démontré qu'ils le peuvent être aussi par l'application de l'article 163 , d'où naissent les mêmes colonnes ; s'ils ne peuvent pas être résolus par les colonnes , les nouvelles regles ne doivent donc pas être proposées comme des suppléments à l'insuffisance des nôtres.

Mais , dira-t-on , il ne s'agit point des Tangentes dans l'article 163 : comment l'entend-t-on ? Si l'on veut dire que le nouveau cas des Tangentes n'est pas un de ceux que renferme la regle donnée dans cet article , on avance une chose dont la fausseté est démontrée. Car n'est-il pas vrai , pour ne plus parler des colonnes , que l'article fournit une regle generale pour trouver la valeur d'une fraction litterale dont tous les termes se détruisent dans le Numerateur & dans le Dénominateur , & lorsqu'on y substitue la valeur des inconnues ? Par consequent une fraction litterale qui a ces conditions , est un cas , un exemple de la regle ; mais le cas des Tangentes proposé est celui d'une fraction litterale dont tous les termes se détruisent dans le Numerateur & dans le Dénominateur , lorsqu'on y substitue la valeur des inconnues ; donc le cas proposé des Tangentes est un cas , un exemple de la regle. Il s'agit donc du cas des Tangentes dans l'article 163 aussi veritablement qu'il s'y agit de tous les autres cas dont la solution peut dépendre de celle du problème general résolu dans cet article.

Que si l'on veut dire simplement que dans l'article 163 il n'est fait nulle part mention de ce cas , & qu'il n'y est pas dit un mot des Tangentes , on dit vrai , & nous l'avons reconnu ; mais que peut-on inferer de-là ? La regle ne change pas pour cela de nature : ce silence sur les Tangentes ne l'empêche pas d'être toujours ce qu'elle est en

elle-même une regle generale, qui avec une infinité d'autres cas embrasse encore celui des Tangentes.

Encore un coup que dans l'article 163 l'Auteur de l'Analyse des Infiniment Petits ait pensé, ou n'ait pas pensé aux Tangentes; qu'importe! les méthodes qu'il a données n'en sont pas moins suffisantes. Celle des Tangentes de la sect. 2 nous donne une fraction qui exprime generalement la valeur des Soutangentes dans tous les points de la Courbe; de sorte qu'il ne faut plus que substituer les valeurs des inconnues aux points donnés pour avoir à ces points la valeur des Soutangentes qui leur conviennent. Il y a, il est vrai, un cas extraordinaire auquel d'autres ont le merite d'avoir fait attention: des points singuliers donnent pour les inconnues des valeurs qui substituées dans la fraction, y détruisent tout; mais nous avons dans l'article 163 une regle generale pour tous les cas de cette nature; regle dont on ne sçauroit nous ôter l'usage, ou nous contester l'application, par cette raison qu'il n'y est point parlé des Tangentes, qui n'en font qu'un cas particulier.

Je finirois ici ce Memoire, si je n'étois bien aise par occasion de satisfaire à deux difficultés qui pourroient se presenter contre la suffisance de l'article 163. On pourroit trouver quelque marque d'insuffisance dans le premier exemple qui y est proposé; cet exemple est  $y =$

$$\frac{\sqrt[3]{2ax - x^4} - a}{a - \sqrt[3]{ax^3}}; \text{ on demande quelle est la valeur}$$

de  $y$  dans la supposition de  $x = a$ . Cette supposition détruisant tout dans le Numerateur & le Dénominateur, on differentie l'un & l'autre suivant la regle, & la differentiation donne pour la valeur de  $y$ ,  $\frac{1}{2}a$ , & n'en donne point d'autre; au lieu que dans l'Equation délivrée des signes radicaux la supposition de  $x = a$  donne quatre valeurs de  $y$ , celle qu'on vient de voir, & trois autres. Car les signes radicaux dont l'exposant est pair, tels que sont

ici  $\sqrt[3]{2ax}$ , &  $\sqrt[3]{ax^3}$  pouvant avoir également + ou —, la seule vûe de l'Equation précédente fait connoître évidemment que celle qui en résulte par l'évanouissement des

signes radicaux donne également  $y = \frac{\pm \sqrt[3]{2ax-x-a} \sqrt[3]{aax}}{a \pm \sqrt[4]{ax^3}}$

ou, ce qui revient au même, que ces quatre valeurs de  $y$  que l'on voit en délivrées des signes radicaux, rendent chacune la même Equation, & en sont les racines. Il est visible aussi que faisant  $x=a$ , la seconde donne  $y = \frac{-2aa}{2a} = -a$ , qui marque une ordonnée negative; la troisième  $y = \frac{aa-aa}{2a} = \frac{a-a}{2} = 0$ , ce qui détermine un point où la Courbe rencontre l'axe; & la quatrième  $y = \frac{-2aa}{a-a} = \frac{-2a}{1-1} = \frac{-2a}{0}$ , ce qui désigne une asymptote.

Mais cette difficulté n'est fondée que sur l'injustice que j'ai rendu si sensible dans mon premier Memoire; cette injustice est d'exiger qu'une Equation sous la forme des signes radicaux exprime tout ce qu'exprime l'Equation entière délivrée des signes; c'est-à-dire, qu'une des racines embrasse tout ce que l'Equation entière embrasse; qu'une racine renferme toutes les autres; ce qui est la même chose que si l'on demandoit que dans une Courbe à plusieurs branches, une branche renfermât toutes les autres & fût toute la Courbe.

En effet la difficulté suppose que la premiere racine

$y = \frac{\sqrt[3]{2ax-x-a} \sqrt[3]{aax}}{a - \sqrt[4]{ax^3}}$ , outre la valeur qui lui convient

& qu'elle donne, doit encore donner les trois valeurs des trois autres racines, & que la regle devoit les lui faire donner, ce qui est de la dernière absurdité.

Des 4 racines ou des 4 égalités sous les signes radicaux qui donnent les 4 valeurs de  $y$ , il saute aux yeux qu'il n'y a que la premiere qui ait rapport à la méthode dont

il s'agit, puisqu'il n'est question dans l'article 163 que d'une fraction dont le Numerateur & le Dénominateur deviennent égaux à zero, quand on y substitue la valeur donnée de l'inconnue, & qu'il n'y a que la premiere où en faisant  $x=a$ , tout se détruit dans la fraction.

La seconde difficulté de l'article 163, ou la seconde marque d'insuffisance de la regle qui y est donnée peut être proposée dans l'exemple P. . .

$$P. . . y = \frac{n\sqrt{ax-xx} + b\sqrt{ca-cx}}{\sqrt{ra-rx}}$$

Dans cet exemple la supposition de  $x=a$ , détruit le Numerateur & le Dénominateur; & si l'on veut les différentier suivant l'article 163, tout se détruit encore dans la nouvelle fraction. On auroit beau repeter les différentiations, la même chose arriveroit toujours. Ainsi l'application de l'article 163 à cet exemple est inutile pour trouver la valeur de  $y$ . D'où vient cela? C'est que l'exemple n'est pas un cas de l'article; l'égalité est une égalité fourrée; il n'y a qu'à la délivrer de ce qu'on y a mêlé d'étran-

ger, c'est-à-dire, en ôter le commun diviseur  $\sqrt{a-x}$ ; car il ne faut pas une grande penetration pour découvrir

$$\text{que } y = \frac{n\sqrt{ax-xx} + b\sqrt{ca-cx}}{\sqrt{ra-rx}} = \frac{n\sqrt{x-b\sqrt{c}}}{\sqrt{r}} \times \frac{\sqrt{a-x}}{\sqrt{a-x}}$$

se réduit à  $y = \frac{n\sqrt{x-b\sqrt{c}}}{\sqrt{c}}$ , où disparoit l'inconvenient qui

fait le cas de nôtre article.

Au reste cette seconde difficulté, nulle comme on a vu dans l'exemple proposé, pourroit avoir lieu dans d'autres. Il pourroit en effet se trouver des fractions sous la forme des signes radicaux, dont les termes n'ayant point de commun diviseur, ne laisseroient pas d'être différentiés inutilement. Par la différentiation il se produiroit toujours de nouvelles fractions, où tout se détruiroit comme auparavant. Cela arrive lorsque la quantité ou simple ou complexe qui est sous chaque signe devient égale à zero,

ou se détruit par la substitution d'une valeur donnée. Car il est évident qu'en différentiant le Numerateur & le Dénominateur d'une fraction, qui sont l'un & l'autre sous des signes radicaux, la nouvelle fraction qui vient a les mêmes signes, avec cette différence que ceux du Numerateur de la premiere fraction multiplient le Dénominateur de la fraction nouvelle, & ceux du Dénominateur de la premiere le Numerateur de la seconde. Ainsi la supposition d'une certaine valeur rendant chaque signe séparément  $= 0$ , doit toujours tout détruire. Dans ce cas seul on est obligé de faire évanouir les signes radicaux pour avoir la valeur que l'on cherche; ce qui d'ailleurs dans le cas des Tangentes est toujours permis.

\* *Acta erudit. anno 1704. p. 375.*

Dans les\* Journaux de Leipfic il y a sur cette regle un morceau de M. Bernoulli, Membre de nôtre Academie & Professeur de Mathematique à Bâle. Il y revendique la Regle comme un bien dont il paroît jaloux, & il établit son droit, en faisant une histoire assez longue & fort circonstanciée de la maniere dont il l'avoit communiquée à feu M. le Marquis de l'Hôpital, qui a eû la generosité dans sa Preface de lui donner à son ouvrage toute la part qu'il voudroit y prendre. M. Bernoulli nous dit donc qu'il avoit d'abord proposé à nôtre illustre Auteur & à quelques autres Sçavants Geometres de Paris l'exemple même qui est resolu dans l'article 163, & qu'après les avoir laissez long-temps se fatiguer par de vaines tentatives, & fait long-temps soupirer après son secret, il n'avoit pû enfin le refuser à leur desir empressé de l'apprendre. Voilà l'histoire en deux mots, voici l'occasion de la faire au public. Elle a été prise de la generalité que je donnois à la Regle dans mes solutions des trois exemples: M. Bernoulli n'étant pas instruit de ce que j'avois mis dans un de nos\* Journaux des Sçavants, où, comme je l'ai remarqué dans mon premier Memoire, j'avois indiqué en passant, le fondement de cette generalité que je viens de démontrer, me reprend d'avoir fait sans connoissance de cause

\* *Journ. des Sçav. du 15 Janv. 1703. in 4. p. 41.*

cause sa méthode un peu plus générale que je ne devois ; & ensuite il explique par rapport à son problème les cas qui demandent que l'on repete ce qu'elle prescrit.

Ayant lû dans le temps cet article du Journal de Leipzig, je me plains dans une Lettre à M. Varignon de la petite injustice qui m'étoit faite. M. Bernoulli, à qui ma Lettre fut communiquée par M. Varignon, répondit sur mon chapitre fort honnêtement, qu'il ne m'avoit repris que parce qu'il n'avoit pas vû le Journal des Sçavants que je citois ; que j'avois raison, & qu'il me permettoit de faire de son aveu l'usage qu'il me plairoit. L'usage que j'en fais aujourd'hui est de l'assurer ici publiquement que s'il m'arrive, ce qui peut m'arriver aisément, de tomber dans quelque méprise, je tiendrai toujours à honneur d'être redressé par un Geometre de son mérite.

Après cette déclaration sincere, M. Bernoulli me permettra d'ajouter que comme il ne paroît pas que lorsqu'il donna sa Regle, il eut pris garde lui-même aux Cas qui obligent à réiterer les differentiations ; il ne paroît pas non plus encore qu'en la perfectionnant dans le Journal de Leipzig, il ait fait attention à ma dernière remarque sur la nécessité où l'on pourroit être quelquefois de délivrer l'Equation proposée des signes radicaux. S'il y eut pensé, il semble qu'en relevant le prix de sa Regle par rapport à la difficulté souvent insurmontable de faire évanouir les signes, il n'eût pas dit aussi généralement qu'il a fait, qu'elle n'est jamais arrêtée par aucun.



## ETABLISSEMENT

*D'un nouveau genre de Plante , que je nomme  
EVONYMOIDES ; avec la description  
d'une nouvelle espece.*

Par M. DANTY D'ISNARD.

12 Decem-  
bre 1716.

**L**A Plante dont j'ai l'honneur de vous faire l'histoire , Messieurs , ne pouvant être rangée sous aucun des genres déjà connus , je me trouve obligé d'en établir un nouveau que j'appelle *Evonymoides*.

## C A R A C T E R E.

L'*Evonymoides* est un genre de Plante dont les fleurs *C, D* sont ordinairement composées de cinq pétales *E, F* disposés en rond dans les échancrures d'un calice *H*, dont le nombre des découpures est égal à celui des pétales. Le pistille *I* qui s'élève du fond de ce calice devient , après que la fleur est passée , un fruit *K* presque sphérique & comme partagé intérieurement en trois loges *O* , dans chacune desquelles sont contenues deux semences *P* parallèles , nichées dans une substance charnue ou pulpeuse.

Il faut ajouter au caractère de ce genre les feuilles alternes , pour le mieux distinguer de l'*Evonymus* où elles sont opposées par paires.

Les especes d'*Evonymoides* sont

I. *Evonymoides Canadensis*, scandens, foliis serratis.

II. *Evonymoides Virginiana*, foliis non serratis, fructu coccineo eleganter bullato. *Evonymus Virginianus*, rotundi-folius, capsulis coccineis eleganter bullatis. D. Banister. Pluk. Almag. Bot. pag. 139. Phytogr. tab. 28. fig. 5.



III. *Evonymoides Caroliniensis*, ziziphi foliis. *Evonymus Jujubinis foliis Caroliniensis*, fructu parvo ferè umbellato. Plak. *Almag. Bot. pag. 139. Phytoogr. tab. 28. fig. 6.*

L'*Evonymoides* differe de l'*Evonymus*, en ce que le fruit de l'*Evonymoides* est presque spherique & comme partagé en trois loges, lesquelles contiennent chacune deux semences, & que ses feuilles sont alternes.

J'ai donné à ce genre de Plante le nom d'*Evonymoides*, à cause que ses especes ont quelque rapport avec celles de l'*Evonymus*, & sur-tout par le port & la structure de leurs fleurs.

#### DESCRIPTION.

La premiere des trois especes d'*Evonymoides* rapportées dans ce Memoire, est un Arbrisseau qui n'a été décrit, ni nommé, que je sçache, par aucun Auteur.

Les racines de cet Arbrisseau sont ligneuses, branchuës, ayant peu de chevelu, l'écorce dont elles sont recouvertes est rouge. Ces racines tracent & poussent plusieurs jets, qui produissent autant de nouveaux Arbrisseaux.

Le collet de cette racine a deux pouces de diametre, il s'en eleve un tronc de pareille grosseur, lequel est revêtu d'une écorce rouge brun, un peu cendrée, parsemée d'espace en espace & sans ordre de quelques éminences, representant des petits cercles qui font de la même couleur.

Cet Arbrisseau est fort flexible, il s'eleve considerablement par le secours des Arbres voisins, autour desquels il s'entortille tantôt de droite à gauche, & tantôt de gauche à droite, quoi-qu'il soit dépourvû de mains & de vrilles; il les embrasse même si étroitement, & les serre si fort, qu'à mesure qu'ils grossissent il paroît s'enfoncer & s'ensevelir dans l'écorce & la substance de ces Arbres: de sorte qu'en comprimant & resserrant les vaisseaux qui por-

292 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
tent le suc nourrissier, il empêche qu'il ne s'y distribué,  
& les fait enfin périr.

Si dans son voisinage il ne rencontre point d'Arbres  
pour s'élever, il se tortille sur lui-même.

Il naît de cet Arbrisseau beaucoup de branches alter-  
nes, les jeunes pousses sont recouvertes d'une écorce ver-  
te, lisse & polie.

Ces branches sont garnies de feuilles rondes qui se ter-  
minent en pointe, les plus grandes de ces feuilles *B* sont  
longues de trois pouces sur deux pouces de largeur. Elles  
sont lisses, crenelées sur les bords, d'un verd brun en des-  
sus, d'un verd pâle en dessous, elles sont rangées alterna-  
tivement sur les branches, & y sont attachées par une  
queue longue de six ou sept lignes sur demi-ligne de lar-  
geur; cette queue se prolongeant jusqu'à l'extrémité de la  
feuille, forme une côte qui la partage selon sa longueur  
en deux parties égales. De cette côte partent aussi alterna-  
tivement deçà & de-là des nervures, qui en s'étendant  
obliquement jusques sur les bords de la feuille, donnent  
d'autres nervures sans ordre, & beaucoup plus petites.  
Toutes ces nervures sont creusées en dessus de legers fil-  
lons & relevées en dessous de côtes arrondies.

Les sommités des branches de cet Arbrisseau sont or-  
nées de fleurs disposées en grapes, ces grapes sont longues  
d'un pouce & demi, ou de deux pouces. Les grappillons  
en sortent alternativement, ceux du bas sont longs de qua-  
tre à cinq lignes, les autres diminuent à mesure qu'ils s'ap-  
prochent de l'extrémité de la grappe, chaque grappillon sou-  
tient deux ou trois fleurs placées de distance en distance.

Chaque fleur *C*, *D* est évasée de quatre à cinq lignes;  
elle est le plus souvent composée de cinq pétales égaux,  
disposés en rose, blancs tirants sur le verd, arrondis par  
leurs extrémités, qui se renversent ordinairement en des-  
sous. Chaque pétale *E*, *F* est long d'environ une ligne  
& demie, & large d'une ligne. Ces pétales sont placés  
dans les échancrures du calice *H*, qui est d'une seule

pièce , découpé pour l'ordinaire en cinq parties égales vertes & pointues , dentées sur les bords , il a deux lignes ou deux lignes & demie de diametre , & ressemble assés bien à une petite rosette.

De chaque intervalle des petales part une étamine *G* verdâtre , de la hauteur de deux tiers de ligne , garnie d'un sommet blanchâtre , long de la sixième partie d'une ligne.

Le fond du calice est occupé par une espece de plateau jaunâtre , canelé , du centre duquel s'éleve un pistile *I* verdâtre , tourné en balustre ; & terminé par une espece de rosette divisée en six parties. Ce pistile chargé de sa rosette a une ligne de hauteur.

Il devient un fruit *K* lisse , presque spherique , qui a trois lignes & demie de diametre , lequel *L* s'entr'ouvre dans sa parfaite maturité de la pointe vers la base en trois parties égales. Chaque partie *M* est garnie interieurement dans sa longueur d'un feuillet ou demi-cloison. Ces enveloppes étant écartées laissent voir une chair *N* d'un rouge approchant assés de la couleur du *Minium* , elle est comme partagée en trois lobes *O* , dans chacun desquels sont contenues deux semences *P* oblongues , arrondies sur le dos , & applaties par les côtés qui se touchent.

Cet Arbrisseau croît dans les bonnes terres des forêts situées sous le quarante-septième degré du Canada aux environs de Quebec. Nous avons obligation de la découverte de cette Plante à M. Sarasin Conseiller au Conseil Superieur du Canada , Medecin du Roi , très habile dans la connoissance des Plantes , & correspondant de cette Academie , qui l'a envoyée en l'année 1709 au Jardin Royal des Plantes medicinales à Paris , où j'étois pour lors Professeur en Botanique , l'illustre M. Fagon Premier Medecin du feu Roi Louis XIV. Surintendant de ce Jardin , & Honoraire de cette Academie , m'ayant fait l'honneur l'année précédente de me nommer pour successeur du celebre M. de Tournefort.

L'*Euonymoides* fleurit vers la fin du mois de Mai , ses

294 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
fleurs passent affés vite, elles n'ont point d'odeur sensible.

Ses feüilles & ses fleurs rougissent un peu le papier bleu.

J'en ai maché cinq feüilles vertes qui me laisserent un goût d'herbe affés desagreable; j'en avalai le suc, je ressentis une heure après un sentiment de chaleur, auquel succeda une petite soif.

Quelques jours après je pilai en poudre impalpable quarante-deux feüilles séches d'*Evonymoides*, qui me rendirent un gros & deux scrupules de poudre, que je mêlai dans de la soupe faite avec de la viande, je la donnai à un petit Chien Danois qui la mangea, deux heures après il parut ressentir de la douleur, qui fut accompagnée de quelques sons plaintifs; il s'agita & se tourmenta beaucoup, il but ensuite considérablement. Depuis ce temps il devint moins vif qu'à l'ordinaire, n'a presque plus mangé, & est resté dans cet état pendant quinze jours, à la fin desquels il parut affés maigre. Il en a été quitte pour avoir perdu pendant quelque temps un peu de son embonpoint qu'il a recouvré depuis.

*Explication des Figures qui representent les differentes parties de l'Evonymoides.*

*A*, une branche de l'*Evonymoides* diminuée dans toutes ses parties, environ de la moitié,

*B*, une feüille de grandeur ordinaire.

*C*, une fleur vûe en devant.

*D*, une fleur vûe en dessous.

*E*, un petale vû en devant, plus grand que nature.

*F*, un petale vû en dessous, plus grand que nature.

*G*, une étamine garnie de son sommet.

*H*, le calice, qui est plus grand que nature.

*I*, le pistile, qui est plus grand que nature.

*K*, le fruit entier.

*L*, le fruit entr'ouvert.





*M*, le tiers de la coque du fruit.

*N*, le fruit dépouillé de ses enveloppes, ou coque.

*O*, le fruit coupé transversalement, qui laisse voir l'arrangement des semences.

*P*, les semences vûes de front, des deux côtés & de profil.

## R E M A R Q U E S

*Sur l'Obliquité de l'Ecliptique, & sur la hauteur du Pole d'Alexandrie.*

Par M. DE LA HIRE.

**Q**UOI-QUE je n'eusse pas dessein de donner aucun 29 Avril  
1716.  
Memoire à l'Academie sur l'Obliquité de l'Ecliptique, cependant ayant examiné avec attention l'*Almageste* de Ptolémée sur ce sujet, & ce que j'en ai pu recouvrer dans les autres Astronomes tant anciens que modernes, j'ai fait les Remarques suivantes, qui me semblent fort convaincantes pour persuader qu'elle a été la même autrefois qu'elle est à present; c'est pourquoi j'ai crû qu'il étoit à propos de les rapporter ici pour confirmer le sentiment de ceux qui la croient constante; ce qui servira aussi à faire connoître d'où vient que nous la trouvons plus grande dans Ptolomée que dans ces derniers temps de près de 22', & c'est ce qui a obligé ceux qui s'en sont rapportés à Eratosthene, à Hiparque & à Ptolémée d'imaginer des hypotheses pour expliquer cette apparence.

Il paroît dans tout l'ouvrage de Ptolémée qu'il s'appliquoit bien plus à la theorie de l'Astronomie qu'à la pratique, car il donne fort peu d'observations, mais il resout quantité de Problèmes qui sont utiles à la verité dans l'Astronomie, mais qui paroissent pour la plupart trop

296 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
simples à ceux qui sçavent les principes de cette science  
pour s'y arrêter.

Il commence son *Almageste* ou sa *grande composition* comme il l'appelle, par la détermination de la distance entre les Tropiques, & pour la trouver il donne dans le chapitre 11 de son premier Livre la description des instruments dont il faut se servir. Le premier est un Astrolable de Cuivre de mediocre grandeur, mais il dit qu'il a observé plus commodement, en se servant d'une planche ou d'une tuile quarrée de mediocre grandeur pour la rendre plus solide. Il place le centre du quart de Cercle qu'il décrit sur sa surface dans l'un des Angles, & il divise le quart de Cercle en 90 degrés, & il tire des lignes du centre à tous les degrés. Ensuite il ajuste deux petits cylindres bien tournés, l'un au centre exactement & perpendiculairement à la surface, & l'autre à l'extrémité d'une des lignes du centre, laquelle doit être perpendiculaire à la ligne Meridienne & parallele au filet d'un plomb qui passe par le milieu du cylindre du centre, ou à une ligne qui lui soit parallele; mais il ne dit point pour faire cette observation, s'il fait mouvoir la planche dans le plan du Meridien, ou s'il transporte le cylindre placé à la circonférence du Cercle; mais de quelque maniere que ce soit, cette observation n'est pas facile à faire exactement, & il ne parle point des instruments dont Eratosthene & Hiparque s'étoient servis.

Il observe enfin l'ombre à midi du cylindre du centre qui doit couvrir l'autre qui est à la circonférence, & le milieu de cette ombre doit marquer sur le quart de Cercle l'éloignement du Soleil depuis le Zenith. Par le moyen de ces observations qu'il a faites dans les Solstices d'Été & d'Hiver pendant plusieurs années, il dit qu'il a toujours trouvé que l'arc du Meridien compris entre ces deux points étoit de 47 degrés & plus de deux tiers de degré ou 40 minutes, & moins que d'un demi & d'un quart ou de 45 minutes. D'où il conclut que c'est la même



me difference à très peu près que celle qu'Eratossthene avoit trouvée, & dont Hiparque s'étoit servi, ce qui donne le rapport de cet arc à la circonference du Cercle, à très peu près comme 11 à 83, & ce qui fait cet arc de 47 degrés 42'  $\frac{1}{2}$  dont la moitié pour l'obliquité de l'Ecliptique fera de 23°. 51'  $\frac{1}{4}$ .

Il est facile à voir que cette observation est fort grossiere, car son instrument étoit trop petit, & la maniere dont il a pû s'en être servi n'étoit que fort difficile & fort embarrassante pour en déterminer quelque chose de bien exact. Il semble même qu'il ait mieux aimé s'en rapporter à ceux qui l'avoient précédé 400 ans auparavant qu'à tout ce qu'il auroit pû faire de mieux avec de grands instruments.

Il y a grande apparence que les Astronomes d'Alexandrie qui vinrent après Ptolémée s'apperçurent bien que ses observations n'étoient pas fort justes, puisque Pappus qui étoit aussi d'Alexandrie, & qui vivoit 270 ans après Ptolémée, ayant ramassé tout ce qu'il y avoit de curieux dans les Mathematiques, dit dans son 6<sup>me</sup>. Livre où il rapporte 61 propositions sur la Sphere, que l'obliquité de l'Ecliptique étoit de 23° 30', ce qui étoit sans doute fort connu pour lors. Ainsi cette obliquité n'auroit pas changé en 400 ans avant Ptolémée, & en 270 ans après lui elle auroit diminué de 21', ce qui ne paroît pas vrai-semblable, puisque depuis ce tems-là jusqu'à present elle est demeurée la même à quelques minutes près, ce qu'on peut attribuer à d'autres causes qu'à une veritable variation, comme à des instruments peu exacts, & à une Parallaxe du Soleil incertaine, quoi-que Ptolémée dise que le Soleil n'a point de Parallaxe sensible.

Albategnius 740 ans après Ptolémée trouve cette obliquité de 23° 35', & il ajoûte qu'il s'en fie plus à ses propres observations qu'au rapport des autres, & il la suppose constante. Regio Montanus la met de 23° 30' ou 31' & Copernic de 23° 28'  $\frac{1}{2}$ ; pour nous nous l'avons établie

*Mem. 1716.*

Pp

298 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
de  $23^{\circ} 29'$ , ayant connu que le Soleil n'a point de Paral-  
laxe à laquelle on puisse avoir égard. Et nous avons fait  
ces observations en plusieurs manieres & avec des instru-  
ments qui sont d'une justesse à laquelle les Anciens n'au-  
roient jamais pensé qu'on eût pû parvenir.

Ptolemée dans le 3<sup>me</sup>. chapitre de son second Livre  
donne la maniere de trouver la hauteur du Pole d'un lieu  
par la durée du plus grand jour de l'année dans ce lieu,  
& par l'amplitude du Soleil dans ce même jour, ces deux  
choses étant données, il est facile de trouver la hauteur  
du Pole, car ce n'est que la resolution d'un triangle rec-  
tangle spherique. Il suppose la durée du plus grand jour  
connuë par observation, & pour l'amplitude il enseigne  
à la trouver dans le chapitre précédent, en y employant  
la hauteur du Pole, ainsi ce n'est que trouver la hauteur  
du Pole par la hauteur du Pole. Il faut donc avoir recours  
aux observations de ces deux choses, ce qui est très diffi-  
cile à faire avec un peu d'exaëtitude; car quand même  
on auroit un très bon instrument pour observer des an-  
gles avec une très bonne Horloge, la refraction dans l'Ho-  
rison pourroit y causer des erreurs très considerables; & si  
Ptolemée ne s'est pas servi d'une autre méthode que celle  
là, & qu'il ait déterminé par ce moyen la hauteur du Pole  
d'Alexandrie de  $30^{\circ} 58'$ , il a pû s'être bien éloigné de la  
verité, & l'exemple qu'il rapporte n'est pas pour Alexan-  
drie, mais pour Rhode, & il n'en donne aucune obser-  
vation, mais seulement des suppositions, & il se sert par  
tout son ouvrage de cette hauteur sans en rien dire da-  
vantage.

Mais nous sçavons certainement que la hauteur du Pole  
d'Alexandrie est de  $31^{\circ} 11'$  par les Observations de M.  
Chafelles de l'Academie, qui y avoit été envoyé exprès  
avec les instrumens necessaires, c'est pourquoi on n'en  
peut pas douter. Cependant comme on pourroit soup-  
çonner que M. Chafelles n'auroit pas fait ses observations  
dans le lieu où étoit Alexandrie, mais dans un autre

qu'on appelle la nouvelle Alexandrie, ce qui ne paroît pourtant pas vrai-semblable, à moins qu'il ne fût resté aucun vestige certain de l'ancienne; je me suis informé de personnes considérables qui ont demeuré du temps dans ces quartiers-là, lesquelles m'ont assuré que l'ancienne Ville d'Alexandrie est encore très reconnoissable par 72 Tours de pierre blanche qu'on remarque encore sur ses murailles, & où l'on voit des ruines d'escaliers pour y monter, & que dans le milieu de la Ville, qui n'est pas plus grande que Dijon en Bourgogne, on y voit aussi les ruines d'un grand Edifice qu'on dit avoir été le Palais: il y a même dans cette Ville une Eglise considérable de Religieux qui est placée dans le lieu où étoit il y a peu de temps la Maison du Consul, mais que les Vaisseaux marchands ne pouvant plus aborder à l'ancienne, à cause que le Port en est en partie comblé par les pierres & par les sables, ils s'arrêtent en un autre endroit qui n'en est éloigné que d'un quart de lieuë, qu'on appelle la nouvelle Alexandrie. Pour la Colonne de Pompée elle est encore debout proche de l'ancienne Ville du côté du Midi.

Dans le 5<sup>me</sup>. Livre de l'*Almageste*, Ptolemée recherche la quantité de la parallaxe de la Lune, & pour y parvenir il détermine quelle est sa plus grande latitude: il avoit remarqué que la Lune approchoit quelquefois fort proche du Zenith d'Alexandrie, & que vers cet endroit il ne devoit point y avoir de Parallaxe; c'est pourquoi il prend toutes les précautions nécessaires pour trouver la distance du centre de la Lune au Zenith & dans le temps qu'elle passe par le Meridien, & qu'elle est vers le commencement du Cancer; ainsi en observant alors la distance du centre de la Lune au Zenith & dans la position où elle en vient le plus proche, il la trouve toujours éloignée de  $20^{\circ}\frac{1}{8}$ , d'où il conclut fort bien, suivant ses principes, qui est l'obliquité de l'Ecliptique de  $23^{\circ} 51'$ , & la hauteur de Pole de  $30^{\circ} 58'$ , que la plus grande latitude de la Lune n'étoit que de  $5^{\circ}$  à très peu près. Mais comme il vouloit

300 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
faire cette observation avec beaucoup de justesse, il inventa alors un nouvel instrument qu'il appelle *Regles parallactiques*, dont il donne la description, comme il suit dans le chapitre 12 de ce Livre.

Il prend trois Regles de bois de 4 coudées de longueur chacune, dont il en pose une perpendiculairement, & les deux autres se meuvent sur celle-ci par le moyen de deux clous, & elles doivent être toujours dans leur mouvement dans le plan du Meridien, & par le moyen des pinnules qui sont placées sur la supérieure, & des divisions qui sont faites sur ces regles, il détermine l'angle que fait la regle verticale avec celle qui porte les pinnules, quand elles sont dirigées vers un Astre, & c'est celui de la distance entre le Zenith & l'Astre qu'on observe. Copernic s'est toujours servi d'un instrument semblable à celui-ci.

Mais ces Regles parallactiques, quoi-que grandes, sont encore bien sujettes à des erreurs, non-seulement par la difficulté de les bien placer, mais encore par les observations faites avec des pinnules telles que Ptolemée les décrit, dont celle qu'on appelle *Oculaire* n'est qu'un petit trou, & l'autre est assez grand pour pouvoir découvrir bien distinctement le diametre de la Lune, & sur-tout à cause de son mouvement continu.

Mais supposant que cette observation soit juste, & que la moindre distance du centre de la Lune au Zenith soit de  $2^{\circ} \frac{1}{3}$  ou de  $2^{\circ} 8'$ , si nous l'ôtions de la vraye hauteur de Pole d'Alexandrie ou de la distance du Zenith à l'Equateur qui est de  $31^{\circ} 11'$ , il restera  $29^{\circ} 3'$ , pour la distance du centre de la Lune à l'Equateur. Mais nous savons aussi que la Lune peut s'écarter de l'Ecliptique de  $5^{\circ} 19'$ ; c'est pourquoi si nous les ôtons encore de  $29^{\circ} 3'$ , il restera  $23^{\circ} 44'$  qui doivent être la distance la plus grande entre l'Equateur & l'Ecliptique, ou son obliquité qui est assez éloignée de  $23^{\circ} 51'$  que Ptolemée a trouvée; mais si au lieu de  $2^{\circ} \frac{1}{3}$  il y avoit eu  $2^{\circ} \frac{1}{2}$ , ce qui auroit bien pû être avec cet instrument de bois dans cette observa-

tion, on ne feroit pas éloigné de l'obliquité de l'Ecliptique qu'on a trouvée après Ptolémée.

Nous ne ſçaurions faire aucun fonds ſur les obſervations de Ptolémée ; par exemple il dit dans le chapitre 13 de ce même 5<sup>me</sup>. Livre, que dans un certain jour qu'il nomme, il obſervoit avec ſes grandes Regles parallaſtiques dans Alexandrie que la Lune étoit éloignée du Zenith de  $49^{\circ} 49'$ , elle étoit donc élevée ſur l'Horifon de  $40^{\circ} 11'$ , & il ajoute que par ſa vraye poſition elle avoit une différence d'aſpect dans ſon vertical, ce qui eſt la parallaxe de hauteur de la Lune de  $1^{\circ} 7'$ , mais nous ſçavons qu'à cette hauteur la plus grande parallaxe de la Lune ne peut pas ſurpaſſer 47, donc  $20'$  de différence.

Il nous reſte encore une autre preuve très convaincante du peu d'exaſtitude dans les obſervations des Anciens. Ptolémée dit que les Etoiles fixes ne changent point de latitudes, & par conſequent leurs latitudes doivent être les mêmes aujourd'hui qu'elles étoient autrefois. Cependant ſi nous comparons ces latitudes des fixes que nous avons dans l'*Almageſte* avec celles que nous avons obſervées, nous y trouverons de très grandes différences. Par exemple dans Ptolémée la latitude du Cœur du Lion eſt de  $0^{\circ} 10'$ , & nous la trouvons de  $0^{\circ} 27' 6''$ ; la nôtre eſt donc plus grande de  $17' 6''$ . Dans Ptolémée celle de l'Epi de la Vierge eſt de  $2^{\circ} 10'$ , & la nôtre n'eſt que de  $2^{\circ} 2'$ , elle eſt donc plus petite de  $8'$ . Dans Ptolémée celle du Cœur du Scorpion eſt de  $4^{\circ} 0'$ , & la nôtre eſt de  $4^{\circ} 31' 45''$ , donc la nôtre eſt plus grande de  $31' 45''$ . Dans Ptolémée celle de l'Oeil du Taureau eſt de  $5^{\circ} 10'$ , & la nôtre eſt de  $5^{\circ} 29' 34''$ , elle eſt donc plus grande de  $19' 34''$ . Dans Ptolémée celle de Procyon ou du petit Chien eſt de  $16^{\circ} 10'$ , & la nôtre eſt de  $15^{\circ} 57' 34''$ , elle eſt donc plus petite de  $12' 26''$ , & ainſi des autres, mais il y en a dont les différences ſont encore bien plus grandes ; j'ai pris celles-ci qui ſont de la première grandeur, & qu'on peut obſerver plus facilement ; car pour les autres

on voit dans les Anciens qu'ils se contentoient d'en comparer la configuration avec celles qui avoient été observées, & d'estimer les distances à la vûe, & fort souvent de les designer par des doigts quand elles n'étoient pas bien grandes, & ces doigts étoient à peu près la douzième partie du diametre de la Lune, telle qu'on pouvoit en avoir la memoire, ce qui étoit très imparfait. Cependant les observations des Anciens ne laissent pas de nous être fort utiles pour déterminer les moyens mouvements des Astre, car quand mêmes elles n'auroient pas une grande justesse, un éloignement de 2000 ans ne fait pas une difference sensible pour chaque révolution des Planetes, & principalement pour la Lune & pour le Soleil.

Enfin il me semble qu'on ne peut trop admirer l'adresse de Ptolemée, qui suivant toutes les apparences, étant persuadé du système du Monde des Pythagoriciens, a sçu en composer un qui représentât les mêmes mouvements d'une maniere qui fût à la portée du commun des hommes, & comme ils les jugent ordinairement.



---

ECLAIRCISSEMENTS  
DE QUELQUES DIFFICULTÉS  
SUR  
LA FORMATION ET L'ACCROISSEMENT  
DES COQUILLES.

Par M. DE REAUMUR.

J'AI tâché d'expliquer dans un Memoire imprimé parmi ceux de 1709. pag. 364. la formation & l'accroissement des Coquilles, & je crois, du moins, y avoir prouvé qu'elles croissent, comme les pierres, par une seule apposition de matiere, ou en termes de l'école, par *juxtaposition*, & non par *intus-susception*, comme les Plantes & les chairs des animaux. J'y ai rapporté au long les experiences décisives que j'avois faites avant de prendre parti. M. Mery ayant travaillé depuis sur les Moules de Riviere, eut occasion d'examiner leurs Coquilles, & il lui parut au contraire qu'elles ne pouvoient croître que par *intus-susception*. Il établit les raisons qui l'ont déterminé à suivre ce sentiment dans un Memoire plein d'Observations singulieres sur les Moules, imprimé en 1710. pag. 408, il a eû en même temps l'honnêteté de ne point chercher à faire sentir que ces raisons étoient contraires à ce que j'ai avancé sur l'accroissement des Coquilles, & qu'elles soustraioient au moins à mon explication toutes les Coquilles à deux battants, ou *bivalves*.

Les preuves de M. Mery, ou plutôt comme l'a soupçonné M. de Fontenelle \*, les difficultés considerables qu'il a proposées, me parurent alors meriter d'être éclair-

19 Decem-  
bre 1716.

\* V. l'Hist.  
de 1710. pag.  
33.

cies. Mais comme je ne m'étois déterminé que sur des experiences convaincantes, je voulus aussi répondre par des experiences, afin d'ôter matiere à toute replique. Je renfermai des Moules dans des vases, que je mis dans la Riviere de Marne, & dans ces batteaux couverts appellés Boutiques. Mais divers accidents arrivés à mes Moules plusieurs années de suite, ont rendu mes essais inutiles, & m'ont fait differer à donner ces éclaircissements. Cependant comme les experiences en question ne me paroissent necessaires que pour une surabondance de raisons, & qu'un trop long silence eût pû être pris pour un acquiescement tacite; j'ai crû devoir enfin éclaircir des difficultés, qui au moins feroient douter sur une matiere d'une affés grande étendue en Phisique, & sur laquelle il est bon de sçavoir à quoi s'en tenir.

Je poserai pour principe que la Coquille du Limaçon croît par simple *juxta-position*, que l'animal l'étend à mesure qu'il croît lui-même, & cela, parce que la partie de son corps qui déborde par de-là l'ancienne Coquille, laisse échapper un suc pierreux, qui s'épaissit, & forme une nouvelle portion de Coquille, bien mince à la verité, mais qui devient plus solide par de nouvelles couches qui s'appliquent dessous, & ainsi se continuë l'accroissement de la Coquille de cet animal. Je dis que je le pose pour principe, & je crois être en droit de le faire après les preuves que j'en ai rapportées dans les Memoires de 1709. Pour peu qu'on veuille se donner la peine de les lire, je crois qu'on les trouvera aussi démonstratives que des preuves Phisiques le peuvent être.

Or ce principe posé, venons à l'examen des preuves qui ont persuadé à M. Mery que les Coquilles des Moules croissent par une autre mécanique. Elles se réduisent à deux. La premiere & la plus forte est que les Moules sont attachées aux parois interieures par huit muscles, ou plus exactement qu'elles sont attachées en quatre endroits à chacune des pieces de la Coquille; or si les Coquilles

croissoient



croissoient par *juxtà-position*, il faudroit ; d't-il, que les muscles s'en détachassent, en s'éloignant toujours par degrés du lieu de leur premiere attache, toutes les fois qu'il se formeroit une nouvelle couche. Phenomene, ajoute le sçavant Anatomiste, qui ne m'a pas paru dans aucunes des Moules que j'ai jusques ici dissequées en toutes saisons.

Or comme d'ailleurs un tel déplacement n'a point d'exemple dans les animaux de qui les muscles sont attachés aux os, ni même dans ceux qui n'en ont point comme les Cancres marins, les Omars, les Ecrevisses, &c. dont le corps n'est revêtu que de croutes ou de coques, qui leur tiennent lieu d'os, où tous les muscles ont leur origine & leur insertion. N'y a-t-il pas beaucoup plus d'apparence que toutes les couches des Coquilles des Moules se forment en même temps comme les coques de ces Poissons que l'une après l'autre.

Il est certain que les Coquilles des Moules ne sçauroient croître par *juxtà-position*, ou comme celle des Limaçons, sans que les muscles qui attachent le Poisson à la Coquille se déplacent. Il est vrai encore que le déplacement de gros muscles, ou de ligaments, est difficile à imaginer & à expliquer. Mais il n'est pas aussi sûr qu'il n'y ait pas d'exemples d'un pareil déplacement. La difficulté dans le fonds est la même qu'on ait à faire marcher un ligament, ou qu'on ait à en faire marcher quatre. Or il y en a sûrement un dans le Limaçon qui se déplace. La preuve en est sans réplique dès lors qu'il est prouvé que l'accroissement de sa Coquille se fait par simple apposition. Tout Limaçon est attaché à sa Coquille par un ligament musculueux. Quand le gros Limaçon de Jardin vient de naître, sa Coquille ne fait qu'un peu plus d'un tour de spirale ; elle en fait plus de quatre quand il est parvenu à son dernier terme d'accroissement. Or dans le Limaçon dont la Coquille a quatre tours, le muscle est attaché contre le noyau de la Coquille entre le second & le troisième tour ; en quelque endroit qu'on le suppose attaché dans la Coquille du Limaçon naissant, il est donc

certain que le ligament a parcouru près de deux tours de spirale ; il ne s'agit donc que de faire marcher les ligaments des Moules comme celui du Limaçon ; & quelque soit le moyen que la nature employe pour les Limaçons, elle peut l'employer pareillement pour les Moules. M. Mery ajoute à la vérité qu'il a disséqué des Moules dans toutes saisons, & qu'il n'a jamais vu ce phénomène. Il ne me paroît pas que cela fortifie beaucoup la preuve ; M. du Verney a bien disséqué des Limaçons, & en tout temps, j'ai eu occasion d'en disséquer plusieurs aussi, & je ne crois pas qu'il ait vu non plus que moi, comment se déplace le ligament du Limaçon ; il ne s'en déplace pas moins pour cela.

Voilà donc déjà un exemple de déplacement de muscles & dans notre cas, c'est-à-dire, dans celui de l'accroissement des Coquilles. M. Mery auroit beau ajouter qu'on ne voit pas de pareil déplacement dans les animaux de qui les muscles sont attachés aux os, ni même dans ceux qui n'en ont point, comme les *Cancres marins*, les *Omars*, les *Crabes* & les *Ecrevisses*, dont le corps n'est revêtu que de *croutes* ou de *coques*, qui leur tiennent lieu d'os, où tous leurs muscles tiennent leur origine & leur insertion. Tous ces faits négatifs ne prouveroient rien contre nous, mais l'exemple des *Crabes*, *Omars* & *Ecrevisses* n'a pas été cité heureusement. C'est précisément celui que je choisirois pour prouver que les muscles se déplacent dans certains animaux. Ceux-ci, comme l'a fort bien remarqué M. Mery, sont couverts de *croutes* ou d'*écailles* qui leur tiennent lieu d'os, où tous leurs muscles ont leur origine & leur insertion. Or j'ai fait voir dans un *Memoire* imprimé depuis celui de M. Mery \*, que ces animaux se dépouillent tous les ans de leurs *coques* ou *écailles*, & généralement de tout ce qu'ils ont de dur & d'*écailleux*, de tout ce qui leur tenoit lieu d'os. Voilà donc ici un déplacement général de tous les muscles sur du moins une fois par an, puisque tous les ans ils se trouvent attachés à une

\* V. les M.  
de 1712. P.  
226.

autre écaille qu'à celle de l'année précédente.

Qu'on ne dise pas que ce n'est pas-là un déplacement, parce que le muscle ne change pas de place sur la même écaille, comme il arrive dans le cas de Coquilles. Ce qui fait le déplacement réel d'un muscle, c'est qu'il soit attaché à une autre partie qu'à celle à laquelle il l'étoit auparavant.

Il est vrai qu'on peut dire que malgré cette espece de déplacement, les muscles des Ecrevisses ne sont jamais sans point d'appuis fixe, ou sans points d'insertion; & cela, parce que sous l'ancienne écaille il s'en forme une nouvelle entre elle & le muscle, à laquelle le muscle s'attache pendant qu'elle se forme; & apparemment que la couche de cette nouvelle écaille ne se forme pas tout à la fois sous chaque muscle, afin que le muscle soit toujours adherant quelque part.

Il ne faut pas non plus s'imaginer qu'il est un temps où tous les muscles de la Moule sont détachés à la fois, & où elle est en quelque façon flottante dans sa Coquille, quoiqu'elle ressemblât peut-être alors assés à une Ecrevisse qui vient de perdre son ancienne écaille. Il est plus naturel de croire qu'il n'est point de temps où chaque muscle ne soit au moins en partie attaché à la Coquille.

M. Mery a fort bien observé que chaque Coquille est revêtuë d'une membrane mince, les extremités des muscles ou ligaments sont implantés dans cette membrane, dès lors qu'elle croît, elle s'étend vers les bords de la Coquille, c'est le seul côté vers où elle puisse s'étendre. Nous voyons de même que dans les Coquilles en spirale les membranes ne s'allongent que du côté de l'ouverture. A mesure que cette membrane avance, les ligaments avancent avec elle; & comme les accroissements se font par degrés insensibles, & que peut-être ils ne se font pas partout en même temps, il n'est point de temps où cette membrane & les ligaments soient entierement détachés. Supposons, par exemple, qu'elle s'étend, qu'elle croît en

suivant une espece d'ondulation ; je veux dire par bandes différentes ; que la bande, par exemple, la plus proche du bord de la Coquille croît, qu'après celle-ci il en croît une autre, & de même successivement jusques sous les ligaments. Si on conçoit ces bandes très étroites, quand même en s'étendant, elles se détacheroient de la Coquille, on ne trouvera point de temps où les ligaments ne soient adherants ; mais peut-être de plus que ces bandes peuvent croître, quoi-que engrainées dans la Coquille. M. Mery pourra dire que nous n'avons point d'exemples d'accroissement qui se fasse avec cette espece d'ondulation : mais en avions-nous avant son Memoire \* ? d'un animal qui n'a ni veines ni arteres ; qui dans le cœur n'a d'autre liqueur que l'eau que l'animal a pris par la bouche, où la circulation ne se fait que dans les oreillettes & dans le cœur ; d'un animal qui produit sans accouplement, & dont la semence se jette à propos sur les œufs à leur sortie. Tous faits au moins aussi difficiles à croire que la conjecture précédente. Au reste, je ne la regarde que comme une conjecture, & je la donne moins pour apprendre comment se fait ce déplacement, que pour faire entrevoir qu'il y a des manieres dont il se peut faire.

Examinons à present la seconde difficulté de M. Mery, dont le dénouement est plus facile que celui de la précédente. *Les Coquilles des Moules sont visiblement composées de plusieurs couches appliquées les unes sur les autres, & qui en débordant l'une au de-là de l'autre, font sur leur surface extérieure des bandes assez distinctes.* Ce qui semble prouver que les couches sont formées les unes après les autres ; qu'elles marquent les differents progrès d'accroissement. Mais ce qui fait la difficulté, c'est que M. Mery a observé qu'il ne paroît pas moins de bandes sur les petites Coquilles que sur les plus grandes, & que ces bandes s'élargissent à mesure que le corps de la Moule augmente.

Je ne dirai point que c'est une difficulté vague que d'assurer qu'il n'y a pas moins de bandes sur les petites Co-

\* V. l'Hist.  
de 1710. pag.  
30.

quilles que sur les grandes : peut-être pour-tant pourroit-on le dire, puisque les unes & les autres en ont souvent, tant qu'il n'est pas possible de les compter. Je demeurerai au contraire d'accord qu'autant qu'on en peut juger du premier coup d'œil, il paroît souvent autant de couches sur les plus petites Coquilles que sur les plus grandes. J'ajouterai même, ce qui sera trop pour M. Mery, que quand les Coquilles sont fort vieilles, qu'il en paroît plus sur les petites que sur les grandes ; les petites en ont un nombre prodigieux. Mais ces lames minces ne sont pas à l'épreuve des frottements du sable ; ni même à l'épreuve de ceux de l'eau : inutilement chercheroit-on à les reconnoître dans les vieilles Coquilles, ce que les unes avoient d'excédant au dessus des autres a été emporté. Sur d'autres Coquilles il croît une moisissure verdâtre, une espece de mousse, qui comme une membrane, & qu'on prendroit presque pour telle, s'étend sur la Coquille ; cette moisissure cache quantité des plus petites bandes. Enfin il est bien vrai qu'entre les bandes qui marquent les différentes couches, il y en a de plus grandes dans les grandes Coquilles que dans les petites : mais ce n'est pas que les petites bandes se soient étendues, c'est que quand le Poisson est parvenu à une certaine grandeur, son accroissement se fait plus vite ; ainsi comme les bandes sont ce dont il a crû dans un certain temps, il se forme alors des bandes plus larges ; aussi les plus larges se trouvent pour l'ordinaire proche du contour de la Coquille ; à moins que le frottement n'en ait fait ailleurs de plusieurs une seule. Les Coquilles des Limaçons de Jardin sont très propres à nous donner des exemples de ceci. Leurs termes d'accroissement sont bien marqués. Quand elles sont petites, il y a souvent plusieurs de ces termes dans une ligne de longueur, & quand elles sont grandes d'un terme d'accroissement marqué à l'autre, il y a quelquefois plusieurs lignes. Enfin souvent on ne retrouve plus dans les grandes Coquilles ceux qui y étoient marqués quand elles étoient

petites : les frottements ont abbatu ces inégalités.

Quoi que je pense avoir satisfait aux deux difficultés proposées, je ne crois pas avoir aplani, à beaucoup près, toutes celles qu'il peut y avoir sur cette matiere. J'avouerai même que quelques Coquilles ont des figures si singulieres, qu'il ne paroît guere possible d'imaginer comment la seule apposition de parties a pû la leur donner. Mais peut-être que le dénoüement en seroit simple, si la figure des animaux qui les habitent nous étoit connue, si nous sçavions les changements qui leur arrivent en differents âges ; en un mot, si nous pouvions suivre l'accroissement de leurs Coquilles avec les mêmes soins que j'ai suivi ceux des Coquilles des Limaçons. Si nous ne connoissons pas, par exemple, la figure du Poisson qui loge dans une des Coquilles appelée *Nautille*, & quelle partie il en occupe, il ne seroit pas possible d'imaginer comment elle peut être formée par simple *juxta-position*. On sçait qu'elle est de la classe de celles qui sont tournées en spirale, que l'interieur en est d'espace en espace traversé par des cloisons, percées chacune au milieu. Comment un Poisson peut-il avoir bâti toutes ces cloisons, & comment demanderoit-on peut-il se loger entre elles ? Mais cette difficulté s'évanouît presque, lorsqu'on consulte la figure de ce Poisson que nous a donnée Rumphius (pl. 17.) On voit qu'il n'est pas lui-même tourné en spirale, comme l'est sa Coquille, & comme le sont les corps des autres Poissons à Coquilles à spirale ; que celui-ci n'occupe que l'espace qui est entre la dernière cloison & l'ouverture de la Coquille ; qu'apparemment il est seulement attaché au sommet ou origine de la Coquille par un cordon ou ligament qui passe au travers de toutes les cloisons. Ceci connu, on explique sans peine comment le Nautille bâtit de nouvelles cloisons. Quand il est devenu trop gros, pour être à son aise dans son ancienne niche, qu'il ne peut s'appuyer sur la cloison sans être trop pressé, & que l'accroissement de son ligament, lui permet de changer de place,

il s'éloigne de l'ancienne cloison , il s'en met à une distance convenable ; alors n'y ayant rien d'appliqué contre le derriere de son corps , il en fuite un suc pierreux comme il en fuite du corps du Limaçon , mis à découvert quelque part que ce soit. Ce premier suc échappé s'épaissit & commence la cloison , celui qui vient ensuite la fortifie. Les Limaçons qui nous ont tant fourni d'exemples , nous en fourniront encore un. Quand au commencement de l'Hiver ils rentrent dans leur Coquille , ils y font aussi une espece de cloison qui en bouche l'ouverture. A la verité ce n'est pas avec une matiere de même consistance que celle de la Coquille , mais c'est que la partie qui est tournée vers l'ouverture ; ne laisse pas épancher un suc aussi pierreux que le reste du corps. Si ce même Limaçon reste long-temps renfermé dans sa Coquille , que son corps diminué considerablement de volume , au lieu d'une cloison il en forme trois ou quatre ; on les trouve bien séparées les unes des autres : comme elles marquent les differents termes des chemins que le Limaçon a successivement parcouru en arriere , les cloisons des Nautilles marquent les termes des chemins que ce Poisson a fait successivement en avant.



## O B S E R V A T I O N

*Sur un Ulcere carcinomateux & fistuleux qui perce le fond  
de l'Estomac en dedans, & les teguments de la  
region Umbilicale en dehors,*

Par M. PETIT.

22 Août  
1716.

**L**ES peines que l'on a de guerir les maladies sont des suites indispensables de la difficulté qu'il y a de les connoître; d'où on pourroit conclure que la Semiotique qui traite des signes des maladies, est une partie des plus importantes de la Medecine. Cette connoissance ne s'acquiert que par la pratique, en observant tant sur les vivants que sur les morts, sur-tout en mettant au jour les mauvais succès comme les bons; & veritablement nous aurions de plus gros volumes à lire, & plus d'obligation aux Anciens, si au lieu de n'écrire que leurs pratiques heureuses, ils n'avoient écrit que leurs fautes; mais où sont ces hommes sinceres depuis Hippocrate! il n'en est presque plus; un malheureux succès se cache; on diroit même qu'on apprehende l'indiscretion des morts, & l'on n'a pas tort de la craindre, si l'on veut veritablement se cacher. En effet, tout discrets que paroissent les morts, que n'ont-ils pas revelé à ceux qui se sont donnés la peine de fouïller dans leurs entrailles, & quel tort ne font pas à la societé ceux qui negligent de les faire parler ainsi? Sçavons-nous combien de choses précieuses ont été ensevelies par cette negligence? A la verité cette occupation est bien dégoûtante pour ceux qui ne sont point de la profession, mais elle est très-satisfaisante & instructive pour ceux qui en sont, & qui l'aiment. L'ouverture des cadavres instruit plus que les Livres; c'est-là que le rideau tiré  
l'énigme



l'énigme s'explique, & que la vérité reproche à ceux à qui le système donne mal-à-propos une sécurité géométrique. On connoîtra ce que j'avance dans toutes les observations, mais particulièrement dans celle-ci.

La pièce que j'ai démontrée Mercredi dernier, contient l'Estomac & l'arc du Colon, avec la portion du Peritoine, celle des Muscles & de la peau qui couvre le milieu de la région ombilicale. Toutes ces parties sont adhérentes les unes aux autres, & percées de différents ulcères fistuleux, produits par la suppuration d'une tumeur schirreuse dont la défunte étoit affligée depuis deux ans.

Le 15 Août 1714, la trente-cinquième année de son âge, elle fut surprise d'une fièvre avec douleur d'Estomac, accompagnée de nausées, de vomissements, de dégoût & de colique; le tout avoit été précédé de lassitude, de faiblesse dans les jambes, d'indigestion & d'insomnies. Elle eut recours à M. Dumoulin Docteur en Médecine, qui la soulagea par les saignées du bras, du pied, & autres remèdes généraux, si bien que la malade crût pouvoir secouer le joug de la Médecine. Elle vécut quelque temps à son ordinaire, je veux dire avec de mauvais aliments, parce qu'elle n'avoit pas recouvré l'appetit, & que d'ailleurs elle n'étoit pas en pouvoir de satisfaire un goût délicat. Fatiguée de la situation équivoque dans laquelle elle se trouvoit, elle alla voir le Médecin des Urines, qui logeoit près des Invalides. Cet homme la traita de la même manière qu'il traitoit un grand nombre de personnes de condition, assez crédules pour le croire Médecin. On sçait qu'il donnoit des Émétiques très-violents, & que son principal remède étoit les lavements, dont il faisoit différents degrés; il les lui donna tous selon l'ordre de leurs dignités, jusque même au foudroyant; c'est ainsi qu'il nommoit celui avec lequel il prétendoit vider le fond du sac: Ce qui renouvela les douleurs que les plus doux lavements avoient diminuées, tant il est vrai qu'en Médecine il suffit de bien faire, on gâte tout quand on

veut faire mieux. Il lui sembla donc pour lors que ses entrailles avoient été foudroyées, & tous les symptômes reparurent. Elle fut traitée méthodiquement pour la disposition inflammatoire dont elle étoit menacée, & qui se manifestoit par de grandes douleurs dans l'hypocondre gauche, par la paresse & la tension du Ventre, & enfin par la fièvre violente qui accompagnoit tous ces accidents. Elle rentra dans une nouvelle convalescence, qui ne la conduisit point à une parfaite santé; ses regles manquèrent, & il lui parut une tumeur de la grosseur d'un œuf dans l'hypocondre gauche: cette tumeur étoit sans douleur, mobile, & sans adhérence à la peau. Quelque temps après elle se plaignit d'une douleur sourde au bas de la région épigastrique moyenne, près la partie supérieure de l'ombilicale. Elle fut examinée; on apperçut en ce lieu une tumeur grosse comme les deux poings, qui n'étoit pas plus adhérente que la première dont nous avons parlé, & qui étoit un peu moins mobile. On rechercha avec exactitude la première tumeur, il parut qu'elle s'étoit évanouie: la seconde augmenta, & la douleur persistant, la malade chercha du secours, on lui donna quelques remèdes calmants, & ensuite les apéritifs. Mais comme elle n'observoit aucun régime, la tumeur devint plus grosse & parut plus bas vers l'Umbilic; elle s'adhéra au Péritoine, le Péritoine aux muscles, & ceux-ci à la peau qui couvrit tout le milieu de la région ombilicale. Dans cette situation elle se mit entre les mains de M. Gloire habile Chirurgien, qui en a pris soin, qui l'a traitée très-méthodiquement, depuis le 17 Avril 1716, jusqu'au 16 Août suivant. D'abord il appliqua sur la tumeur les médicaments émollients, anodins & résolutifs. Mais malgré l'intention qu'il avoit d'appaîser la douleur & de résoudre, il fut obligé de l'ouvrir le 15 ou 20 du mois de Mai de la présente année, parce que la tumeur s'éleva en pointe, & qu'il apperçut une fluctuation suffisante pour le déterminer à cette opération, au moyen de laquelle il fit sortir

quantité de pus moitié blanc, moitié séreux, & d'une odeur insupportable. Pendant onze jours il ne sortit que du pus par l'ouverture; mais il fut surpris de trouver des matières alimenteuses dans son appareil, & d'en voir sortir par la playe. C'est ce qu'il observa dans la suite à tous les pansemens. D'autres fois il en sortoit du chyle, de manière que ce qui s'écouloit ainsi, étoit plus ou moins digéré, selon que les heures des pansemens étoient plus ou moins éloignées de celles des repas; on injectoit des décoctions vulnéraires à plusieurs reprises, jusqu'à ce qu'elles revinssent claires & pures; on avoit soin de dire à la malade de faire de légers efforts, afin de comprimer ces injections, & les obliger de sortir; ce qu'elle faisoit par l'action des muscles du bas ventre, en suspendant sa respiration. Malgré ces précautions, les liqueurs injectées ont été 4 ou 5 jours sans sortir, aussi-bien que les aliments, sans que la malade en parut incommodée; le cinquième jour on trouva tout l'appareil & le lit inondés d'un liquide que l'on crut être l'effusion des injections qui avoient été retenues pendant ces cinq jours.

La playe prit son train ordinaire, rendant toujours les aliments ou les matières chyleuses, & ne retenant plus les liqueurs qu'on y injectoit. Peu de temps après il parut au-dessus de la playe une tumeur rouge & douloureuse de la grosseur d'une noix, qui se termina à suppuration, qui fut ouverte comme la première, & qui rendit du pus de même nature; après celle-là une autre petite se forma entre deux qui eut le même sort, excepté que les aliments ne sortoient point par ces deux dernières. Enfin la malade a supporté cette indisposition pendant trois mois, au bout duquel temps elle est morte très-extenuée & sans force. M. Gloire son Chirurgien, qui me l'avoit fait voir avant sa mort, me fit avertir pour être présent à l'ouverture; & comme je lui témoignai le desir que j'avois d'en faire part à l'Académie, il me voulut bien laisser le soin d'enlever les pièces de la façon que je croirois la plus avantageuse

pour la démonstration que j'en voulois faire. Je profitai de son honnêteté ; je coupai en ligne droite la peau, les muscles & le Peritoine, depuis deux doigts au-dessous de la playe la plus basse, jusqu'aux Os pubis ; je portai un doigt dans le Ventre, avec lequel je conduisis mon bistouri de façon à couper toujours deux doigts plus loin que l'adhérence des parties, ce qui me fit faire justement une incision circulaire, & séparer des téguments tant propres que communs, une pièce ronde qui n'auroit été attachée à rien sans l'adhérence qu'elle avoit contractée avec l'Estomac, l'Épiploon, & l'arc du Colon. J'examinai toutes ces parties sans rien couper, en renversant la partie supérieure de cette pièce ronde des téguments. Je trouvai adhérente la partie du ventricule qui, dans l'état naturel, occupoit une portion de l'hypocondre gauche ; & voulant poursuivre l'examen du ventricule, je le trouvai bien conditionné dans tout le reste de son étendue, excepté qu'il étoit retréci très-considérablement depuis l'adhérence au Peritoine, jusqu'à l'entrée de l'Œsophage, & fort large depuis cette adhérence jusqu'au Pilore. Ses vaisseaux, sa couleur & sa consistance, étoient comme dans l'état naturel. Lorsque je regardai par la partie inférieure de la pièce ronde que j'avois séparée, je trouvai la partie antérieure de l'arc du Colon adhérente au Peritoine, sans aucun vestige d'Épiploon : en regardant par la partie droite de cette pièce ronde, je trouvai que la continuation de l'Estomac du côté du Pilore étoit aussi adhérente. Enfin, lorsque j'examinai son côté gauche, je ne trouvai que la continuation de l'arc du Colon qui sembloit sortir du milieu de l'adhérence. Après avoir ainsi examiné les quatre côtés, je liai l'Œsophage & le Pilore, j'en fis autant au commencement & à la fin de l'arc du Colon, je coupai au-dessus des ligatures, & j'enlevai les parties avec la portion des téguments à laquelle elles s'étoient unies, je les renversai pour voir ce qui se passoit à la partie postérieure de l'Estomac, & de l'arc du Colon : je trouvai ces deux parties adhérentes.

l'une à l'autre, & je pus mesurer le lieu commun de l'adhérence; lieu qui, quoiqu'il appartint à toutes ces parties, ne conservoit la ressemblance d'aucune.

C'étoit une masse schirreuse de près de cinq pouces de diametre à mesurer par la ligne transversale du corps, de deux pouces & demi d'épaisseur à mesurer selon la ligne de gravité, & d'un pouce & demi de profondeur à mesurer par la ligne qui allant de devant en arriere, coupe en angle droit la ligne de gravité. Après avoir ainsi fait l'examen extérieur, j'ouvris l'Estomac dans sa partie supérieure par la ligne droite qui va du Pilocre à l'entrée de l'Œsophage, & en écartant les parois, j'aperçus que toute la membrane intérieure étoit replissée, & faisoit de profondes Anfractuosités, au milieu desquelles étoit un ulcere noirâtre & très-fétide, de figure ronde de deux pouces de diametre, au centre duquel il y avoit une ouverture de la grandeur & figure d'un quart d'écu; je passai une sonde moufle que je poussai de haut en bas un peu de derriere en devant, & que je fis sortir par l'ouverture la plus basse des trois que j'avois trouvées au-dehors du Ventre, qui est celle par laquelle on injectoit, & par laquelle sortoient les aliments; mais quoique les deux autres ouvertures ne fussent pas éloignées de celle-ci, à laquelle elles aboutissoient, je ne pus y faire passer la sonde, qu'en la poussant presque horizontalement, mais toujours de derriere en devant.

Après l'ouverture du Ventricule, je fis celle de l'arc du Colon par la partie à laquelle il est attaché à son Méfenterie; je vis deux Tubercules de la grosseur d'une noix à un pouce de distance l'un de l'autre, tous deux estoient adhérents au fond du Ventricule près l'endroit de son adhérence avec les téguments du Ventre, il s'en falloit peu que les Tubercules par leur suppuration, n'eussent percé dans la cavité du Ventricule & dans celle du Colon, ce qui auroit permis le passage des aliments dans le Colon, & celui des excrements dans l'Estomac, pour lors la malade

R. r. iij,

auroit pû rendre des aliments crus par les selles & digéré une seconde fois les matières stercorales. J'ai recherché avec soin dans tout l'hypocondre gauche, quelle étoit la partie affectée de la première tumeur, & je n'ai rien trouvé, ce qui m'a donné lieu de croire que la seconde étoit la première descenduë, comme je vais l'expliquer ci-après.

Voilà, Messieurs, le fait détaillé: présentement je vais faire en peu de mots l'explication des symptômes & autres phénomènes qui ont paru dans le cours de cette facheuse maladie.

1.<sup>o</sup> La malade a été travaillée de hoquets, de nausées, & de vomissemens, parce que la tumeur étoit dans son commencement un Tubercule glanduleux de l'Estomac, qui n'a pu se former & accroître sans irriter les parties nerveuses de ce viscere, & y exciter, ainsi qu'au Diaphragme & aux muscles du bas ventre, les mouvemens sympathiques qui occasionnent le hoquet & le vomissement.

2.<sup>o</sup> La tumeur a paru d'abord dans les limites de l'hypocondre gauche, & elle est descenduë dans la region umbilicale, parce qu'à mesure qu'elle augmentoit de volume, elle acqueroit du poids.

3.<sup>o</sup> Le fond de l'Estomac étoit descendu jusqu'à deux travers de doigts au-dessous du nombril, par le poids de la tumeur qui l'avoit entraîné.

4.<sup>o</sup> La malade avoit des coliques, parce que l'arc du Colon qui étoit intéressé dans la tumeur, n'ayant pas tout son diamètre, retenoit les matières fécales & les vents.

5.<sup>o</sup> Les lavemens doux & émolliens ont soulagé, parce qu'ils détrempoient les matières, & rendoient leur cours & celui des vents plus libre.

6.<sup>o</sup> Le foudroyant a renouvelé les symptômes, parce qu'étant capable d'irriter, il a causé cette disposition inflammatoire du Ventre, qui avoit d'autant plus de facilité à se former, qu'il y avoit déjà obstruction dans l'Estomac, l'Epiploon & l'arc du Colon.

7.<sup>o</sup> Le dégoût étoit une suite de l'indisposition de l'Estomac, qui, comme on sçait, est l'organe de la faim.

8.<sup>o</sup> La tumeur s'est rendue adhérente au Peritoine par l'inflammation, & l'inflammation l'a produite, parce qu'elle a excorié les surfaces des parties enflammées dans les endroits où elles se touchoient, d'où vient que l'union s'en est faite, par la même raison que les deux lèvres d'une playe s'unissent quand on les approche.

9.<sup>o</sup> La tumeur a suppuré, & a fait une ouverture à l'Estomac & aux téguments, parce que les téguments & l'Estomac sont devenus les parois du foyer de la matière purulente, & que cette matière les a émincées peu-à-peu.

10.<sup>o</sup> Les aliments & matières chyleuses ne sont pas sorties immédiatement après l'ouverture de l'abcès, parce que l'Estomac n'étoit pas encore percé, & qu'il ne s'est percé qu'après que quelque bourbillon, ou les escarres, ont été séparées par la suppuration.

11.<sup>o</sup> Les injections ont été cinq jours sans ressortir, quoiqu'on eût la même facilité qu'auparavant de les faire entrer; ce qui peut venir de ce que quelqu'un des replis de la membrane interne, qui étoient fort grands, comme on l'a remarqué, s'abbaïssioient sur le trou de l'ulcere en manière de soupape, qui se levoit par l'introduction du tuyau de la seringue, & qui s'abbaïssioit par le poids des matières qui étoient au-dessus, ce qui faisoit en cette occasion le même office que font ailleurs les Valvules; ou bien quelque morceau d'aliments mal mâchés & trop gros bouchoit le trou; ou enfin le gonflement de la masse schirreuse qui formoit la circonférence du trou fistuleux, pouvoit s'être gonflée & avoir retréci le trou, de façon à permettre le passage d'un corps solide, comme le tuyau de la seringue, tandis qu'elle le refusoit aux matières renfermées dans la cavité du Ventricule, d'autant mieux que le passage du Pilore étant libre, étoit la voye naturelle de leurs écoulements.

Une chose qui m'embarrasse, est de rendre raison de

l'écoulement considérable qui se fit le cinquième jour de la suppression des matières qui avoient coûtume de sortir par l'ulcère. On ne peut pas croire que les injections pendant cinq jours, se soient arrêtées dans l'Estomac, puisque le Pilore étoit libre. D'ailleurs l'Estomac étoit fort retreci, & la malade n'avoit pas discontinué de prendre de la boisson, des bouillons & autres aliments pendant ces cinq jours, ce qui tout ensemble eût fait un volume dix fois plus grand que l'estomac.

De plus, il est à remarquer que la malade pendant tout ce temps, n'a ressenti aucune incommodité nouvelle.

Ne pourroit-on pas penser, que comme elle étoit souvent altérée, ce jour-là elle bût plus considérablement qu'à l'ordinaire, & que cette quantité d'eau auroit pû soulever la sôupape, délayer le morceau d'aliment trop gros, ou, comme c'est le propre de l'eau, relâcher & étendre les parties qui retrécissoient le trou par leur gonflement ; car quoique ce qui est dit dans l'observation (que les appareils & le lit se trouverent inondés) donne l'idée d'une quantité considérable de fluide, on sçait que l'eau s'étend facilement, & qu'un demi-septier est capable de mouiller beaucoup de linge.

12.<sup>o</sup> J'ai trouvé la partie de l'Estomac située du côté de l'Œsophage, considérablement retrécie pour trois raisons. La première, parce que l'Estomac de la malade ne contenoit que peu d'aliments à la fois. La seconde, parce que l'ouverture fistuleuse laissoit épancher une partie des aliments au-dehors. La troisième, parce que le poids de la tumeur, qui avoit entraîné le fond de l'Estomac cinq travers de doigts plus bas qu'il n'est naturellement, n'avoit pas pu l'allonger ainsi, sans diminuer son diamètre.

13.<sup>o</sup> Il y avoit dans l'intérieur de l'estomac quantité de replis longs & fort saillants, représentant à peu-près l'intérieur de l'Estomac des animaux ruminants, qu'on nomme le feuillet. On sçait que les membranes externes du Ventricule ont des fibres élastiques qui peuvent estre allongées,



allongées, & qui ont le pouvoir de se racourcir pour proportionner la cavité du Ventricule à la quantité des aliments qu'il contient, mais la membrane interieure qui n'est point élastique ne peut que suivre les autres, c'est pourquoi dans leur dilatation elle s'étend comme elle, & dans leur contraction elle se replie; c'est ce qu'elle avoit été obligée de faire beaucoup plus que dans l'état naturel, attendu le retrecissement considerable du Ventricule.

14°. La portion de l'Estomac du côté du Pilore étoit plus large. 1°. parce que l'Estomac rapproché de son côté donnoit plus de facilité à ses fibres de s'étendre, 2°. parce qu'elle étoit au de-là du trou par où les aliments s'échappoient au dehors, & qu'ainsi elle étoit moins vuide que la partie superieure qui étoit immédiatement au dessous du trou.

15°. La malade avoit des nausées, mais ne vomissoit plus depuis l'ouverture exterieure, parce que les aliments avoient plus de facilité à sortir par ce nouveau passage inferieur que par l'Oesophage.

16°. Malgré cette fâcheuse disposition de l'Estomac, la digestion se faisoit quelquefois assés bien, comme il apparoissoit au chile qui sortoit souvent par la playe; ce qui vient sans doute de ce que les causes de l'indigestion, dont on va parler, n'agissoient pas toutes.

17°. La fièvre avoit plusieurs causes, c'est pour cela que ses augmentations & diminutions étoient irregulieres: n'en accusons point la douleur, puisqu'elle étoit mediocre, mais l'indigestion & le reflux des matieres purulantes dans la masse du sang, l'indigestion devoit être une suite du malefice de l'Estomac. En effet comment broyer exactement, lorsqu'une adherence retient les parois qui doivent mou dre en s'approchant, ou comment faire une digestion parfaite dans un matras percé: on voit par-là que chaque jour il se mêloit au sang un chile crû & indigeste, cause des fermentations étrangères du sang que nous appellons Fièvre. Que le reflux des matieres purulantes cause la fièvre,

*Mem. 1716.*

SS

cela est reçu de tout le monde, la pratique le fait voir chaque jour, mais il est rare qu'il s'en trouve de semblable à celui qui se faisoit dans nôtre malade. Le pus avoit deux voyes pour se mêler au sang, l'une commune à tous les ulceres apostefmes ou playes qui supurent, c'est le pom-pement qui se fait par les vaisseaux sanguins & limphatiques; l'autre particuliere à nôtre sujet, c'est l'ulcere ouvert dans la cavité de l'Estomac qui méloit au chile la plus grande partie de ces matieres sanieuses & purulantes, & si les retours & déclins de la fièvre étoient irreguliers tant par leur violence que par leur durée, c'est parce qu'il étoit rare que ces deux choses concourussent également & dans les mêmes instans.

180. Loin d'être étonné de la mort de cette pauvre femme, il est surprenant qu'elle se soit soutenuë si longtemps, étant attaquée par le principal organe de nôtre reparation continuelle, & l'on voit que ce n'est pas sans cause si elle est morte dans les derniers degrés de foiblesse & d'extenuation.

## M E M O I R E

*Pour la Construction d'une Pompe qui fournit continuellement de l'Eau dans le Reservoir.*

Par M. DE LA HIRE le Cadet.

5. Decembre  
1716.

**L**A Pompe Aspirante, la Pompe Refoulante, & celle que l'on nomme Aspirante & Refoulante, qui sont les trois sortes de Pompes connuës jusqu'à present, ne donnent de l'eau que par intervalles. Celle que je propose ici en fournit toujours, de même qu'un Soufflet double fait un vent continu.

Cette Pompe est Aspirante & Refoulante; elle differe

pourtant des Pompes Aspirantes & Refoulantes ordinaires, en ce que, soit que le Piston monte ou descende dans le corps de Pompe, il aspire toujours de l'eau & la refoule aussi toujours dans le même temps, ce qui fait qu'elle élève le double d'eau d'une Pompe ordinaire, dont le diametre & la hauteur du corps de Pompe seroient égaux à celui de la Pompe que je vas décrire.

Soit un corps de Pompe *AAA* fermé par le bas & ouvert par le haut d'un trou *B*.

*C* représente la tige du Piston.

*D* le Piston. Ce Piston est semblable à ceux des Pompes à l'ordinaire; il est garni tout alentour d'une bande de cuir ou de feutre, afin qu'il s'applique exactement aux parois interieures du corps de Pompe; mais sa tige *C* passe au travers du trou ou colet *B*, lequel est garni par dedans d'une bande de cuir ou de feutre, en sorte que le colet embrasse étroitement la tige du Piston, qui doit être ronde & également grosse dans une longueur égale à celle du corps de Pompe.

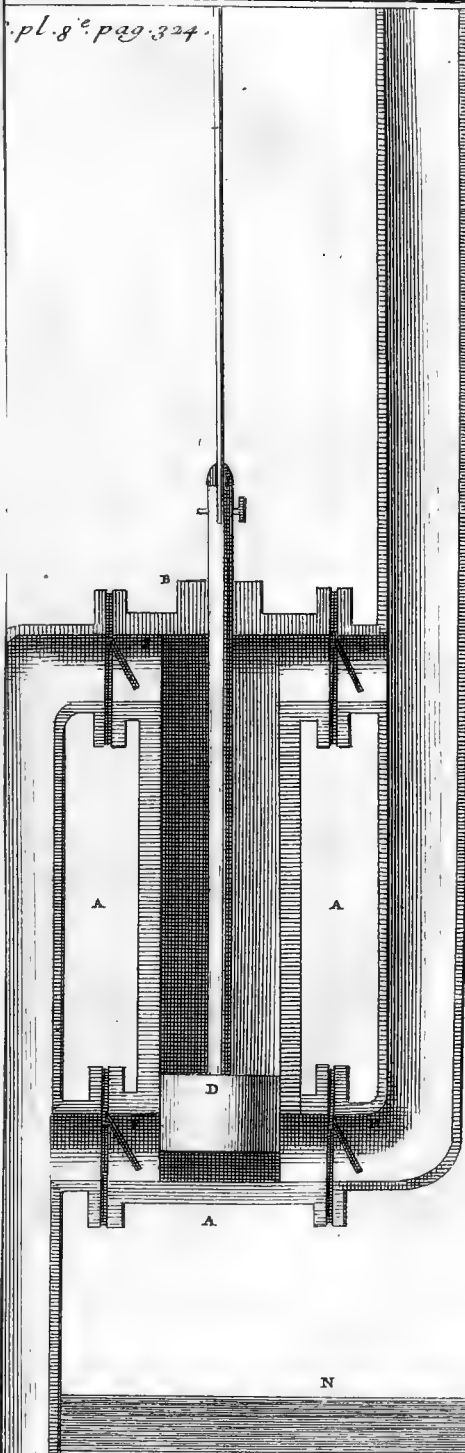
*E* fait voir le tuyau aspirant qui est divisé en deux branches, dont l'une aboutit à la partie supérieure & laterale du corps de Pompe, & l'autre à la partie inférieure: chaqu'une de ces branches est garnie du côté du corps de Pompe d'un Clapet *FF* qui laisse en s'ouvrant dans le corps de Pompe une entrée libre à l'eau du tuyau aspirant dans le corps de Pompe, mais qui en se refermant, en empêche le retour.

*G* est le tuyau montant ou refoulant qui conduit l'eau du corps de Pompe au reservoir: il est divisé en deux branches qui s'ouvrent toutes deux dans le corps de Pompe, & qui ont chaqu'une un clapet *HH*, comme le tuyau aspirant, mais qui au contraire de ceux du tuyau aspirant laisse l'issue libre à l'eau du corps de Pompe dans le tuyau refoulant, & empêche le retour. Ainsi l'eau ne scauroit entrer dans ce corps de Pompe que par les deux branches du tuyau aspirant, & ne peut en sortir que par celle du

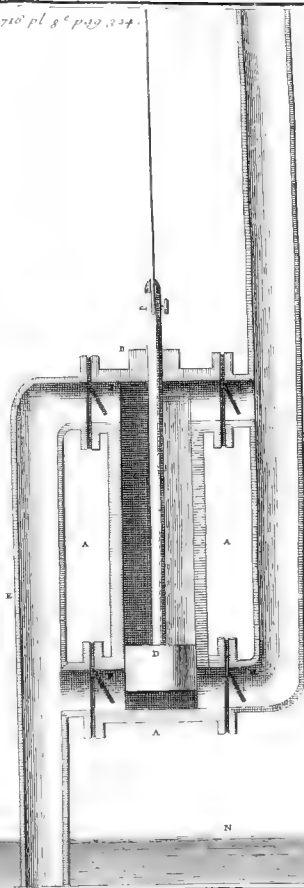
tuyau refoulant, car on doit se ressouvenir ici & dans la suite de ce discours, que j'ai déjà dit que le trou ou Colet *B* qui est au haut du corps de Pompe, embrasse étroitement la tige du Piston, & que par conséquent l'air ne peut penetrer dans le corps de Pompe par cette ouverture.

*N* represente le niveau de l'eau que la Pompe doit élever.

Tout cela étant ainsi posé, on connoîtra que si l'on élève le Piston, l'eau sera élevée dans le tuyau aspirant, & qu'elle entrera dans le corps de Pompe par la branche inférieure du tuyau aspirant, parce que le Piston soutient la colonne d'air qui pèse sur lui, pendant qu'une autre colonne d'air pesant sur le niveau de l'eau *N*, la fait monter jusques dans le corps de Pompe. Pour ce qui est de l'air qui est au dessus du Piston, lorsque l'on élève le Piston pour la premiere fois, il n'y a pas de doute qu'il ne passe dans le tuyau refoulant, puisqu'il n'a point d'autre issue. Lorsqu'on viendra ensuite à faire descendre le Piston, il est constant que l'eau qui a été élevée dans le corps de Pompe un peu auparavant, & qui est alors au dessous du Piston, sera refoulée dans le tuyau montant, à cause du Clapet qui est à l'entrée du tuyau aspirant qui bouche le passage à cette eau du corps de Pompe dans ce tuyau. Mais il faut considerer que dans le même temps que le Piston commence à descendre dans le corps de Pompe, il aspire de nouvelle eau par la branche supérieure du tuyau aspirant, par la raison que j'ai dite, & cette eau passera ensuite dans le tuyau refoulant par sa branche supérieure lorsqu'on relevera le Piston, qui dans le même temps en aspirera d'autre par la branche inférieure du tuyau aspirant; ce qui continuera d'arriver ainsi alternativement, tant que le Piston jouera dans le corps de Pompe. Ainsi il est évident que par ce moyen le Piston de cette sorte de Pompe aspire toujours l'eau, & qu'il la refoule aussi toujours, soit qu'il monte ou qu'il descende; c'est-à-dire, que quand il aspire l'eau par le haut du corps de Pompe, il la refoule



*Mém. de l'Acad. 1710 pl. 8<sup>e</sup> p. 129, 130.*



*Pl. Simonneau, filius Sculp.*

en même temps par enbas, & que quand il l'aspire par enbas, il la refoule par enhaut. Ce qui suffit pour prouver que cette Pompe doit fournir continuellement de l'eau au Reservoir, puisqu'il n'y a point de temps perdu dans le mouvement du Piston, & que par conséquent elle élèvera une fois plus d'eau qu'une autre Pompe de celles qui sont connues.

Quoi-que la puissance qui fait mouvoir cette Pompe travaille continuellement, l'avantage que l'on en peut retirer récompense assés le travail continu du moteur ; car outre que cette Pompe élève beaucoup plus d'eau qu'une autre, & qu'elle épargne la quantité de corps de Pompes, par conséquent l'entretien & la construction de ces mêmes Pompes, tout le monde sçait que le vent & l'eau suffisent pour faire mouvoir les Pompes, & qu'ainsi on doit profiter de tout l'avantage que ces moteurs fournissent, puisqu'il est inutile de les ménager, comme on est obligé de faire quand on y employe des animaux.

Il est bon d'avertir qu'il est indifférent que le Piston entre par dessus dans le corps de Pompe, & qu'on peut également bien le mettre par dessous, si on le juge à propos, comme on le pratique ordinairement en plusieurs rencontres.



## DESCRIPTION

*D'un Addition qu'il faut faire aux Croisées, pour empêcher,  
quoi-que fermées, que l'Eau de la Pluye n'entre  
dans les Chambres.*

Par M. DE LA HIRE le Fils.

9 Decembre  
1716.

C'EST une fort grande incommodité, lorsque la pluye Centre dans les chambres par les Croisées, quoi-qu'elles soient fermées, tant à cause qu'elle gâte les appuis & les lambris, que parce qu'elle pourrit les parquets & les planchers; cependant quelque précaution que l'on prenne, quand on n'a que de simples chassis aux Croisées, lorsque le vent pousse la pluye contre, il n'est presque pas possible que cet inconvenient n'arrive.

C'est pour y remedier que j'ai imaginé de faire à la traverse d'endas du dormant des Croisées l'addition dont je vais faire la description: mais je crois qu'il est à propos, avant de la commencer, de faire connoître ce que c'est que cette traverse.

On distingue les Croisées dont on se sert dans les bâtimens que l'on habite, en deux sortes; dans l'une les chassis à verre sont à coulisse, & dans l'autre ces mêmes chassiss'ouvrent comme les volets: c'est de cette dernière dont je parlerai, n'y ayant que celle-là qui soit sujette à l'inconvenient de la pluye. Cette sorte de Croisée est composée d'un chassis de bois de la grandeur de la Baye de la Croisée avec ses fetiillures. Ce chassis est presque toujours fait de quatre pieces de bois, dont les deux qui sont posées de bout s'appellent *battants de dormant*, & les deux autres qui s'assemblent, l'une par en haut, & l'autre par en bas dans les battants, s'appellent *traverses de dormant*;



c'est, comme l'on voit, de celle là qui s'assemble par en bas dont il est ici question. Il est à propos de remarquer que c'est sur les battants de dormant que sont ferrés les chassis à verre & les volets ou guichets

La partie *ABCHDEIL* représente la traverse d'en bas du dormant avec son jet d'eau coupée en travers dans l'endroit où les deux chassis à verre se joignent par dehors, & *NOPQRS* représente la coupe de la traverse d'en bas du chassis à verre avec son jet d'eau, & du battant de chassis à verre suivant sa hauteur dans le même endroit; *BCHD* est la feüillure taillée dans la traverse d'en bas du dormant, & *NOPQ* est la même feüillure taillée en sens contraire dans la traverse d'en bas du chassis à verre. C'est ordinairement entre les traverses d'en bas des deux chassis à verre, quoi-qu'on ait grande attention de les faire approcher le plus près qu'il est possible, que l'eau s'insinue & tombe sur la face *BC* de la feüillure, & de là sur l'appui intérieur *T* de la Croisée, & ensuite dans la chambre.

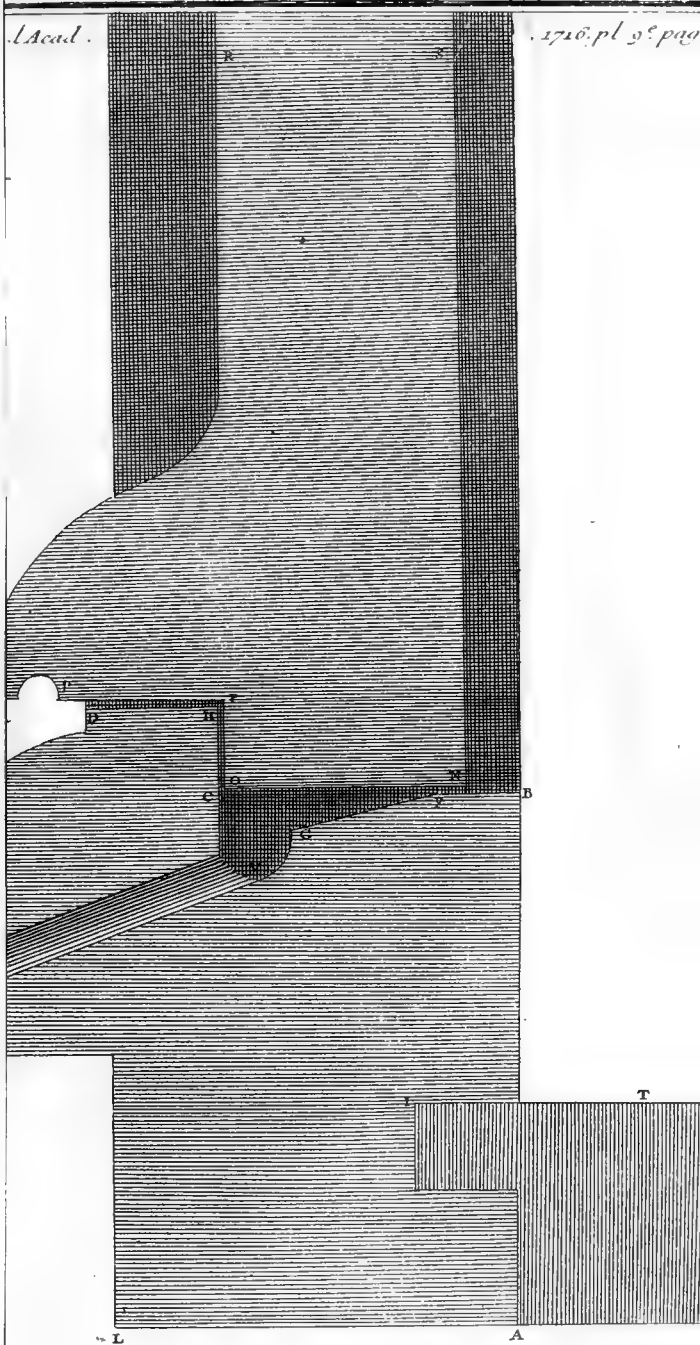
C'est pour remédier à cet inconvenient que j'ai imaginé de faire abbatre en pente du côté du fond de la feüillure la partie *FG* de la face *BC*, & cela dans toute la longueur de la face *BC*, & vers l'extrémité & dans toute la longueur de la face en pente *FG* depuis le point *G* jusqu'au fond *C* de la feüillure, j'y fais creuser un canal *CVG* de quatre à cinq lignes de largeur & de six lignes de profondeur vers le milieu de la Croisée, lorsqu'elle n'excede pas quatre pieds & demi, parce que ce canal diminue toujours de profondeur en s'approchant des battants de dormant où il n'a plus que deux lignes sur la même largeur.

Dans l'endroit où ce canal est le plus profond, qui est vis-à-vis la rencontre des deux traverses d'en bas des chassis à verre, je fais faire avec le vilebrequin un conduit *VM* de trois à quatre lignes de diametre, qui prenant depuis le fond du canal *GV*, perce la traverse de dormant & son jet d'eau *DME*, & sort dehors; il faut que ce conduit ait le plus de pente qu'il sera possible, & qu'il soit

328 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
peint à huile comme le doit être le canal *CVG* & la tra-  
verse de dormant dans toute sa partie *FGVCHDMEI*  
si la Croisée n'est peinte à huile que par dehors.

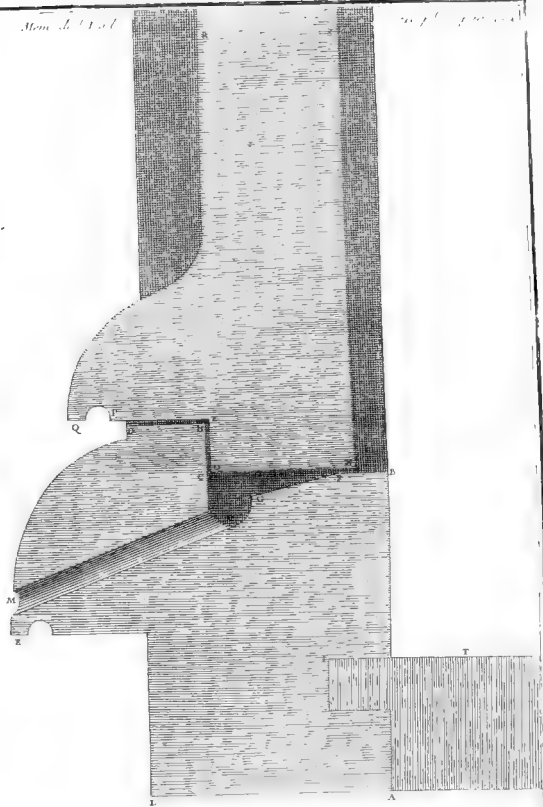
Il est aisé de voir par cette construction que l'eau qui  
pourra s'insinuer dans le fond *BCH* de la feuillure *BC*  
*HD*, ne pourra pas tomber sur l'appui *T*, à cause du canal  
*CVG* & de la face en pente *FG*, & qu'elle sortira fort aisé-  
ment par le canal *VM*; c'est ce qui m'a été confirmé par  
l'expérience.





Mon. 11.11.11

11.11.11



Continued from page 10

MESSIEURS DE LA SOCIÉTÉ

*Royale des Sciences, établie à Montpellier, ont  
envoyé à l'Académie l'Ouvrage qui suit, pour en-  
tretienir l'Union intime qui doit être entre elles ;  
comme ne faisant qu'un seul Corps, aux termes  
des Statuts accordés par le Roy au mois de Février  
1706.*

M E M O I R E

SUR UN ENFANT MONSTRUEUX

Par M. MARCOT.

**L**E 15<sup>me</sup>. jour du mois de Novembre de l'année 1714,  
la Femme d'un Plâtrier de cette Ville, nommé Gon-  
tier, accoucha sur les huit heures du soir d'un Enfant  
mâle vivant, qui avoit la partie convexe de la Tête fort  
aplatie, & au lieu des cheveux qui devoient y être im-  
plantés, elle étoit recouverte d'une espèce de chair mol-  
lasse, spongieuse, spongieuse, d'une couleur livide, qui par  
ses inégalités representoit en quelque maniere la figure  
d'un Crapaut. Les yeux étoient fort gros, & s'avançoient  
un peu hors des orbites ; les paupieres étoient enflées &  
œdémateuses, le nez gros, aquilain & recourbé : le visage  
étoit aussi livide, tirant sur le noir ; cette lividité s'éten-  
doit sur le col & sur les épaules. Le reste du corps étoit

*Mem. 1716.*

Tt

330 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
parfaitement bien formé, bien nourri & d'une couleur naturelle.

La difformité de cet Enfant fit croire à la Sage-femme que c'étoit un monstre, ce qui la détermina à appeller M. Chycoineau illustre Chancelier de cette Université, M. Barancy fameux Chirurgien de cette Ville, & moi, pour le voir & l'examiner. Elle se contenta cependant de mettre un peu de miel dans la bouche de cet Enfant, sans se mettre en peine de lui faire prendre du lait, desorte qu'il ne vécût que douze ou quinze heures, après lesquelles il mourut.

J'arrivai à dix heures du matin, lorsqu'il venoit d'expirer. J'y trouvais les Messieurs ci-dessus nommés, & nous délibérâmes de nous y rendre sur les cinq heures du soir pour observer avec soin ce qu'il y auroit de particulier dans cette Tête, dont nous fîmes l'ouverture à l'heure marquée, en présence de quelques Etudiants en Médecine, & de quelques garçons Chirurgiens.

Avant que de rien entreprendre, ayant remarqué qu'il y avoit un trou dans cette chair mollassé, qui répondoit au milieu de la future sagittale, dans lequel on pouvoit mettre le petit doigt, j'y introduisis une sonde assez avant sans trouver aucune résistance: je jugeai qu'il y avoit là une fort grande cavité, par la facilité avec laquelle on promenoit la sonde, ce qui me fit conjecturer qu'il manquoit une partie du Cerveau; & pour nous en convaincre, je pris des ciseaux que je poussai dans cette cavité à la faveur de la sonde creuse, je coupai cette chair, & je me fis jour dans le vuide que nous avions déjà trouvé par la sonde. La substance que nous coupâmes étoit une espèce de chair fongueuse, approchante de la nature de celle des viscères, que les Anciens appelloient *Parenchyme*. Elle étoit molle, rougeâtre, arrosée de plusieurs vaisseaux de sang, & parsemée de quelques vessies pleines d'eau, qui étoient de différentes grosseurs, distinctes & séparées entre elles, telles que sont les hydatides. Les unes égaloient

la grosseur d'un pois, les autres celle d'une noisette, ce qui donnoit à cette chair l'épaisseur d'environ un travers de doigt. Cette épaisseur n'étoit pourtant pas égale par tout, y ayant des endroits plus relevés les uns que les autres, des éminences & des enfoncements qui lui faisoient avoir la ressemblance d'un Crapaut.

Nous ne trouvâmes aucun des os qui forment le sommet de la Tête, nous ne reconnûmes ni Dure, ni Pie-mere, à moins qu'on ne voulût dire que la peau, les os & les membranes du Cerveau s'étoient confonduës dans cette chair mollasse; & quelque exacte que fût nôtre recherche, nous ne trouvâmes aucune trace du Cerveau ni du Cervellet, mais seulement un grand espace vuide.

Surpris de voir que le Cerveau & le Cervellet manquaissent totalement, nous nous tournâmes du côté de la moëlle de l'Épine, qui n'est que comme l'appendice du Cerveau, pour voir si elle manqueroit aussi, ce que nous fumes d'abord portés à croire, parce qu'en poussant la même sonde dans la cavité de l'Épine, elle nous parût vuide, & la sonde s'avança jusqu'au de-là des lombes sans aucun obstacle. Mais ayant coupé les vertebres du col & du dos, nous trouvâmes la moëlle de l'Épine qui s'étoit un peu desséchée, & qui n'étoit gueres plus grosse qu'une ficelle; elle continuoît pourtant jusqu'au coccx, & il s'en détachoit des rameaux de nerfs dans toute sa longueur. D'où il résulte que la cavité épineuse de chaque vertebre étoit plus grande qu'à l'ordinaire, ou que le desséchement de la moëlle avoit permis à la sonde de couler sans obstacle dans cette cavité.

Il y avoit aussi quelque changement dans les os qui composent la base du Crâne. La selle de l'os sphénoïde étoit oblitérée, & au lieu de l'enfoncement qui doit se trouver dans cette partie, il y avoit une avance ou bosse, là où l'os devoit être un peu concave, & cet os étoit beaucoup plus dur & plus épais qu'il n'a accoutumé de l'être dans les Fœtus qui ont les os comme membraneux, ou

332 MEMOIRES DE L'ACADEMIE ROYALE  
tout au plus cartilagineux. Dans celui-ci la base du Crâne étoit véritablement solide, & résista à un gros bistouri que je tâchai d'y enfoncer avec force pour la partager, & examiner si nous trouverions les nerfs qui partent du Cerveau pour aller se distribuer dans les organes des sens.

Ce soir là il nous fut impossible d'aller plus avant pour des raisons particulieres. Le lendemain le corps de cet Enfant fut porté chés M. Chycoineau, où M. Gondange, Chirurgien & très-sçavant Anatomiste, se trouva, & fit voir tous les rameaux des nerfs qui sortoient par les differents trous de la base du Crâne dans le nombre & la situation où ils doivent être naturellement.

On s'appercût aussi que les testicules n'étoient point dans les bourses, mais qu'ils étoient renfermés dans la capacité du bas ventre, à l'endroit des anneaux des muscles de cette partie. Je ne trouvai aucun autre changement notable, sinon que le canal veineux qui part du sinus de la veine-porte pour transmettre au cœur le sang que la veine-ombilicale y avoit dégorgé, étoit très petit, & qu'il n'avoit pas une demi-ligne de diametre. Il n'y avoit rien de remarquable dans la distribution des vaisseaux de sang qui vont à la tête, & qui en reviennent. Ce fait me parut assez singulier pour meriter d'être décrit, & assez curieux pour devoir y joindre nos reflexions.

C'est un principe établi & reçu de tout le monde, que les animaux viennent des œufs, comme les Plantes des graines. On considere les œufs comme les ébauches & les abrégés des animaux qui en doivent éclore, ou comme des petits animaux en racourci, qui étant fécondés à l'approche de la partie la plus spiritueuse de la liqueur seminale se dilatent, se détachent de l'ovaire & tombent dans le pavillon de la trompe de Fallope, qui pour lors se trouve appliqué à la surface de l'ovaire: ils sont reçus dans la trompe, & par son mouvement vermiculaire poussés & menés jusques dans la cavité de la matrice, où ils se développent, s'étendent, & prennent tous les jours un nouvel



accroissement par le suc nourricier que ses parties reçoivent, & qui distille continuellement en forme de rosée laiteuse qui transfude de la matrice, & est reçûe dans le Placenta, pour de-là être portée dans le corps du Fœtus par le moyen de la veine-ombilicale. Or comme nous supposons que toutes les parties sont délinées dans l'œuf, elles doivent toutes croître proportionnellement dans l'ordre de la nature; & s'il arrive par malheur que les unes reçoivent de la nourriture, tandis que les autres en sont privées, il faudra nécessairement que le nombre de ces parties soit défectueux & insuffisant, que l'Enfant qui vient au monde soit mutilé & privé de toutes celles qui n'ont pu se nourrir.

C'est ainsi que se forment les monstres auxquels il manque quelque partie. Au contraire les Enfants sont doubles en tout ou en partie, si deux œufs se collent, se joignent ensemble, & qu'ils croissent également, on verra deux jumeaux dans leur entier, attachés l'un à l'autre par le dos ou par le ventre. Mais si ces deux œufs rentrent l'un dans l'autre, & qu'ils s'incorporent, si l'on peut parler ainsi, desorte qu'il n'y ait que quelques parties de l'un d'eux qui prennent de la nourriture, comme la tête, les deux bras, &c. Les autres restant dans l'oubli, il en naîtra un Enfant à deux têtes, à quatre bras qui n'aura qu'un seul corps; tout de même que nous voyons certains fruits, comme les Pommes, les Poires, les Cerises, &c. s'unir souvent, & de deux n'en faire qu'un seul.

On peut aussi expliquer la production des Moles, en supposant que le Fœtus ne peut se nourrir & croître, ou du moins qu'il ne le fait que très imparfaitement. Le Placenta & les membranes recevant le suc destiné à la nourriture de l'Embrion s'augmenteront prodigieusement, & formeront une masse charnuë, membraneuse, vésiculeuse, informe & tout-à-fait irrégulière, dans laquelle on ne distingue souvent aucun Fœtus. Quelquefois on en trouve un extrêmement petit, & qu'on a peine à découvrir.

D'autres fois on observe dans cette Mole un œil, une machoire, des cheveux, ou quelqu'autre partie organique; & je dis que dans le dernier cas les parties de l'Embrion, qui dès le commencement de la grossesse étoient molles & baveuses, ont été petries, broyées & confonduës par la forte contraction des fibres de la matrice, par quelque chute, ou par quelque coup, qui ont effacé la figure humaine, & fait perdre entierement la forme de toutes les parties, à l'exception d'un os, d'un œil, &c. & du cœur même ou de quelque chose d'équivalent qui doivent subsister pour recevoir les liqueurs de la Mere, & les envoyer au Placenta.

Je n'entre pas dans le détail des causes qui peuvent empêcher l'Enfant de se nourrir. Il me suffit d'indiquer que c'est ordinairement l'obstruction, la compression, ou l'entortillement du Cordon ombilical, & tout ce qui peut couper le passage aux liqueurs qui sont portées de la matrice dans le corps de l'Enfant. C'est ainsi qu'arrive cette surprenante diversité de generations monstrueuses par l'addition, le défaut, ou la confusion de certaines parties, car je suis fort éloigné de croire que l'imagination de la Mere puisse causer des changements si étranges & aussi prodigieux. Pour si intime que paroisse être la liaison du Fœtus avec sa Mere, je ne sçaurois me persuader que l'Enfant voye ce que la Mere voit, qu'il entende ce que la Mere entend, qu'il pense comme la Mere pense, que lorsque la Mere apperçoit un objet triste, effrayant, terrible qui la frappe, la trouble & l'agite? je ne sçaurois me persuader, dis-je, que l'Enfant l'apperçoive; que lorsque la Mere sent du plaisir ou de la douleur, l'Enfant s'afflige, ou se réjouisse: chacun d'eux ayant en particulier ses organes differents, son corps & son ame qui se meuvent, pensent & sentent differemment.

Je ne nierai point que l'Enfant n'herite des maladies de la Mere (la chose n'est que trop connue) que l'Enfant n'ait le temperament, les inclinations & les appetits de ses pa-

rents, des fucs desquels il est formé & nourri, & qui impriment le même caractère au corps tendre de l'Enfant; que lorsque les humeurs de la Mere sont en trouble, l'Enfant ne participe au même trouble & à la même agitation. Cela est incontestable; aussi n'est-ce pas ce que je combats: mais je prétends, par exemple, que les sentiments qui s'excitent dans l'ame de la Mere à l'aspect d'un Chat furieux ne sçauroient passer par contre-coup dans l'ame de l'Enfant, & déterminer les esprits à couler assés irrégulièrement pour aller former au Fœtus une tête de Chat. Que les desirs & les appetits des Femmes grosses, quelque ardents & violents qu'ils puissent être, ne sont pas capables d'être transmis à l'Enfant, de mettre les esprits en desordre, & de les faire couler dans la partie de l'Enfant, qui répond à celle où la Mere se fera grattée pour y aller graver l'image, la figure, la ressemblance du fruit qu'elle aura passionnément désiré. C'est pourtant de la sorte que la plupart, & le R. P. Malebranche entre autres, l'explique dans son *Traité de la Recherche de la Verité*.

Mais je demande quel est ce rapport & cette communication si étroite qu'on suppose entre l'imagination de la Mere & celle du Fœtus? L'imagination de la Mere pour si vive qu'elle soit, peut-elle diriger les liqueurs qui circulent dans le corps de l'Enfant, & les déterminer vers un endroit plutôt que vers un autre? a-t-elle quelque empire sur le Fœtus?

Oui, dira-t-on, l'imagination de la Mere peut faire couler le lait avec plus ou moins d'abondance dans le corps de l'Enfant, en faisant exprimer plus ou moins souvent le couloir de la matrice. Je le veux: mais ce plus ou ce moins se devra distribuer également dans le corps du Fœtus, & ne sera pas poussé par préférence vers une partie plutôt que vers une autre, la Mere ne les connoissant point.

L'imagination de la Mere, poursuit-on, rendra l'humeur

laiteuse plus bouillante, plus fougueuse, plus animée par l'oscillation réitérée des fibres de la matrice, qui se contractent plus frequemment à l'occasion des passions qui dominant la Mere. Donc elle sera capable de produire les changements ci-dessus mentionnés ? C'est ce que je ne sçauois accorder. En effet suffit-il pour rendre une raison plausible de ces étranges transformations, de dire qu'elles dépendent de l'imagination troublée de la Mere, & du contre-coup qui s'en fait sur l'Enfant ? De bonne foi n'est-ce pas avouer qu'on n'en sçait rien ? Et ne seroit-il pas plus naturel de penser que dans les fortes passions les fibres de la matrice se reserrant & se contractant, certaines parties de l'Embrion se trouvent pressées, qu'elles s'allongent, s'applatissent, changent de figure, & au lieu de visage il se forme une espece de museau, ou la face de quelque animal. J'aimerois mieux encore attribuer au hazard ces étranges changements, qu'à cette liaison & à cette communication prétendues.

On ne manquera pas de mettre en avant une infinité d'observations, qui nous apprennent, qu'une Reine d'Angleterre ayant vû assassiner un de ses Secretaires, sans pouvoir lui donner du secours & le garantir, fut si touchée & si fort émue, en voyant retirer l'épée sanglante du corps de ce malheureux, qu'elle accoucha quelque temps après d'un Prince qui ne pût jamais supporter la vûe d'une épée nue sans frissonner.

On ajoutera qu'une Femme grosse ayant vû rompre un homme, fut saisie d'une si grande horreur pendant cette execution, qu'elle fit un Enfant qui avoit les bras & les jambes rompus. Qu'une autre allant se coucher, ayant trouvé un Chat qui sortoit de son lit avec des yeux étincelants & un sifflement épouvantable, en avoit fremi, & s'étoit si fort allarmée, qu'elle avoit mis au jour un Enfant qui avoit la tête d'un Chat. Je ne finirois point si je voulois rapporter toutes les observations de cette espece qu'on trouve répandues çà & là, qui semblent toutes prouver  
également

également que c'est à l'imagination frappée de la Mere qu'on doit rapporter ces prodiges. On a poussé la chose si loin, qu'on fait agir l'imagination jusques dans les bêtes, & dans les Plantes même. *Recherche de la Verité, tom. I. liv. 2. fol. 186. de notre édition.*

Ces faits sont si authentiques, que ce seroit une temerité de vouloir les nier. N'en est-ce point une de les vouloir expliquer ? Ainsi en convenant des faits qu'on nous oppose, je ne crois pas qu'il faille recourir à l'imagination troublée de la Mere, à quelque vision effrayante, ou à certaines envies demesurées qu'elle aura eûes, & qui par contrecoup passent à l'Enfant. Car outre que les Femmes en general se préviennent aisément, beaucoup d'entre elles en particulier sont si fort accoutumées au déguisement, qu'elles tendent des pieges à la curiosité des hommes de gayeté de cœur, pour les faire tomber dans la méprise. Et qui sçait si celle qui fit cet Enfant qui avoit les bras & les jambes rompuës, étant réduite à la dure nécessité de mandier son pain, n'avoit pas commis cet horrible attentât, afin d'émouvoir par-là la pitié, s'attirer la compassion des gens charitables, & en recevoir de plus grands secours ; & si elle n'en attribuoit pas dans les suites la cause au triste spectacle où elle avoit assisté, qui n'étoit peut-être qu'une feinte, & qu'une couleur qu'elle vouloit donner à son crime. Je sçais au moins qu'elle en a été soupçonnée, & tout doit être suspect de la part d'une personne dont la nécessité est extrême, & à laquelle on auroit deffendu anciennement à Rome de rendre témoignage dans les tribunaux de la justice. Tout le monde sçait combien la nécessité est ingenieuse, & combien elle est capable de porter aux plus grands excès.

Pour faire voir la deffiance que l'on doit avoir pour ces sortes de gens, on n'a qu'à lire le *Traité* qu'Ambroise Paré nous a laissé des ruses des mendiants de son temps, où il parle d'un entre autres, qu'il avoit vû qui avoit adapté à son épaule le bras d'un pendu, le tenant en échar-

pe, il le faisoit voir au peuple, comme s'il eut été cangrené, jusqu'à ce que sa ruse fût découverte, un jour que ce bras postiche étant mal lié tomba : ce qui le fit condamner à porter ce faux bras attaché à la tête & pendant sur la poitrine, au foïet & à un exil perpetuel.

Il fait aussi mention de quelques autres qui contrefaisoient les paralytiques, les épileptiques, &c. des femmes qui présentoient des mammelles avec un cancer artificiel ou qui feignoient avoir des descentes de matrices, en s'adaptant quelque intestin. Il n'oublie pas ceux qui se peignoient la peau d'une couleur jaune ou livide pour paroître ictériques.

L'histoire de la Reine d'Angleterre, toute surprenante qu'elle est, s'accorde pourtant avec la raison, puisqu'il n'est pas extraordinaire qu'une Mere craintive produise un Enfant timide, qu'une Mere qui aime certaines choses avec passion, & qui en a d'autres en aversion, fasse un Enfant qui a les mêmes appetits, ce sont les mêmes humeurs qui roulent dans ces deux differents corps, & qui causent les mêmes effets. Mais que la frayeur dont la Mere est saisie à la rencontre d'un animal furieux, soit capable de transformer la tête de l'Enfant en la tête d'un animal de même nom, la chose me paroît impossible, car nous avons déjà dit que l'idée dont la Mere est frappée ne scauroit se transmettre à l'Enfant qui n'a aucune connoissance des choses du dehors. Quand il en auroit, conçoit-on comment l'imagination du Chat, par exemple, peut produire un changement si prodigieux dans le corps de l'Enfant. On peut encore moins comprendre comment tous les os d'un Enfant seront brisés par le milieu, ceux de la Mere restant dans leur entier, parce que la Mere aura été présente à une semblable execution. Les os se rompent-ils par un trop grand influx d'esprits.

On trouvera à la verité des expressions énergiques, des termes specieux pour peindre le trouble de l'imagination, le desordre des esprits, & leurs influx irreguliers ; mais

quelque effort que l'on fasse, la vrai-semblance s'y trouvera-t-elle, & la raison en sera-t-elle satisfaite? Nous voyons tous les jours des Femmes grosses qui sont épouvantées à la vûe de quelque animal furibond qu'elles ont en horreur, sans qu'il paroisse aucune alteration sur le corps de leurs Enfants. Si la peur produisoit ces changements de la maniere qu'on l'explique, on verroit tous les jours de pareils monstres, & il ne faudroit pas des siecles pour en produire. Mais voici, si je ne me trompe, comme quoi l'on s'est abusé. Une Femme apprenant le malheur qui lui est arrivé d'avoir mis au jour un Enfant qui avoit la tête d'un Chat, cherche en elle-même ce qui peut y avoir donné occasion : elle s'imagine avoir été épouvantée à la vûe de cet animal : elle le dit, & on ne manque pas d'attribuer la cause de cette métamorphose à l'horreur dont elle fut saisie.

Ajoutés qu'on est déjà imbu que la chose ne sçauroit arriver autrement. Tout de même, si une Femme accouche d'un Enfant qui porte la marque de quelque fruit, ou une de ces taches qu'on appelle *navus maternus*, on lui demande si elle n'a pas eu envie de manger de ce fruit-là pendant sa grossesse, si on ne lui en a pas refusé, & si elle ne s'est point grattée quelque part ( car ce sont des circonstances necessaires & des conditions sans lesquelles l'Enfant ne seroit point marqué. ) Elle comprend ce que cela veut dire, & elle répond ordinairement par quelque histoire, de la verité de laquelle je ne voudrois pas être garant. De-là se forment les faux préjugés qui passent pour maxime assurée & pour axiome, & qu'il est si malaisé de détruire, qu'on ne veut seulement pas écouter un homme qui feroit semblant d'en douter. De-là naissent ces questions qu'il est impossible de résoudre, sçavoir comment l'imagination de la Mere peut causer de si grands renversements dans le corps de l'Enfant. Car s'il n'est pas vrai que cela procede de l'imagination de la Mere, & que la supposition soit fausse, comment résoudre la question?

Il est si vrai que les choses vont de la sorte , que j'ai connu plusieurs personnes qui avoient de ces taches , sans que leurs Meres qui étoient de bonne foi , ayent sçû ce que c'étoit , & quel nom leur donner , ne se souvenant pas d'avoir eu aucune envie. Je suis moi-même dans le cas. J'ai une tache roussâtre sur la main droite , qu'on ne peut ranger sous aucune espece de fruit ou d'aliment , & que ma Mere n'a jamais pû déchiffrer.

Peut-être que si la Mere de l'Enfant dont nous parlons avoit été avertie de la figure de Crapaut grossièrement représentée sur la tête de son Enfant , elle n'auroit pas manqué de dire qu'elle avoit été surprise & étonnée à la vûe de quelque vilain Crapaut , qu'elle étoit tombée en syncope ou en défaillance , & que cette terreur avoit sans doute causé cette transformation monstrueuse. Ainsi on auroit fait un conte qu'on auroit ajouté aux autres de cette espece ; & ce qui a fait qu'elle s'est tuë , c'est qu'elle l'a ignoré. Mais sans nous étendre sur des generalités , venons à notre fait.

L'Enfant dont nous parlons est venu au monde sans aucun vestige de Cerveau ni de Cervellet. Que peut-on conclure de-là , si ce n'est , ou que ces parties n'avoient pas été tracées dans l'œuf , ou qu'étant délinées , elles n'ont pû se nourrir , coître comme les autres , & qu'elles ont resté dans le neant , ou enfin qu'elles se sont dissoutes , fonduës & supurées.

Il n'est pas permis de penser que le Cerveau & le Cervellet manquassent dans l'œuf , qui est l'ouvrage du Createur , par qui ils furent tous placés dans l'ovaire de la premiere Femme , & des mains duquel il ne sort rien d'imparfait , & qui ne soit achevé ; c'est donc au défaut de nourriture , ou à quelque supuration qui s'est faite dans le dedans de la tête que nous devons rapporter l'aneantissement & la privation de ces parties. Mais nous n'avons trouvé ni pus ni ulcere , qui sont les signes certains de la supuration ; c'est donc par le manque de nourriture qu'elles se sont oblitérées.



Or le Cerveau & le Cervellet cessent de se nourrir , toutes les fois que le sang , qui est la liqueur nourriciere de toutes les parties , n'y est plus porté par les arteres carotides & cervicales , & le sang n'aborde plus dans ces arteres , si elles manquent , si elles sont coupées , bouchées , obstruées , ou comprimées. Elles ne manquoient pas dans celui-ci , puisqu'on les a trouvées entieres , elles n'étoient ni coupées , ni obstruées ; du moins cela ne paroissoit point. C'est donc à la compression de ces arteres que nous aurons recours : or cette compression pouvoit se trouver ou dans le chemin qu'elles font depuis le cœur jusqu'à la tête , ou dans la tête même , elles étoient libres dans leur chemin. Donc c'est dans la tête que la compression s'est faite.

Nous avons prouvé jusqu'ici que le défaut de nourriture ne scauroit être attribué qu'à la compression des arteres carotides & cervicales dans la tête même. Voyons à present qu'est-ce qui a pû comprimer ces arteres , & empêcher l'abord du sang au Cerveau ou au Cervellet.

Pour nous en éclaircir , il faut faire attention à ce trou qui penetroit & communiquoit du dehors au dedans de la tête , & que nous avons dit être placé dans cette chair mollasse sur la future sagittale tout près du bregma , & dans lequel j'introduisis la sonde sans peine : ce trou n'a été fait , suivant toutes les apparences , que par une matiere ci-devant contenuë dans la tête qui s'est faite jour , & s'est écoulée par-là , parce que c'étoit l'endroit le plus foible , & contre lequel cette matiere faisoit le plus d'effort , étant à peu-près la clef & le milieu de la concavité de la voute de la tête. La matiere s'étant écoulée , laissa ce grand vuide dont nous avons parlé , & les teguments s'étant affaîfés après l'évacuation de ces eaux , ont formé des rides , des inégalités , des enfoncements & des éminences , qui jointes à la couleur brune & livide de ces parties , leur ont fait avoir par hazard la ressemblance d'un Crapaut.

Il est à présumer que la liqueur contenuë étoit sereuse

limphatique, & de la nature de celle qui se trouvoit encore renfermée dans les vessies ou hydatides. En un mot ce trou nous annonce un Hydrocephale ou une collection d'eaux ramassées dans les ventricules du Cerveau, ou sur la Dure-mere, & qui en s'augmentant ont pressé la substance du Cerveau, jusqu'à intercepter par leur pression le cours du sang dans les carotides & les vertebrales : de sorte que le Cerveau & le Cervellet, qui dans les premiers temps ressemblent à de la bouillie, ont été effacés par les eaux qui ont pris leur place. Ce qui me confirme dans ce sentiment, c'est que nous voyons dans tous les Hydrocephales la masse du Cerveau & du Cervellet diminuer à mesure que le poids & le volume des eaux augmentent, comme l'histoire suivante tirée de Zacutus-Lusitanus le montre.

*Decennis puer percussus est cum ense in parte posteriori capitis, passus est vulnus satis magnum cum incisione ossis, velaminum, & deperditione substantiæ cerebri. Nam hæc exivit quantitate nucis juglandis, curatus convaluit citra noxam; sed post tres annos Hydrocephalo correptus moritur. Apertum caput sine cerebro inventum est. Dura meninx duplicata apparuit, habebat in se aquam limpidissimam, boni odoris, & gustata ab adstantibus insipidi saporis. Hæc ille tom. 2. praxis medic. mirabil. lib. I. observat. 5.*

*Alia est hujus generis historia puellæ sine cerebro natæ relata in Zodiac. medic. Gallic. ann. 3. observat. 3. Hæc vixit per quinque dies : nata est cum tumore capitis consistentiæ flaccidæ & fluidæ circa futuram coronalem, quæ hiare videbatur. Secto capite, in tota ejus capacitatem nihil inventum est, quam aqua limpidissima contenta à meningibus, medullæ vero cerebri nihil, hucusque Baglivus.*

Cependant la moëlle prenoit sa nourriture, quoi-qu'elle fût imparfaitement. Elle se nourrissoit, parce qu'elle recevoit le sang des rameaux des arteres vertebrales, qui tout le long des vertebres du col & du dos, & par-tout ailleurs que dans la base du crâne étoient libres de compression.

Elle s'étoit pourtant desséchée, en ce qu'elle étoit privée d'une partie du sang qui lui devoit venir du Cerveau par un sinus qui regne sur sa surface d'un bout à l'autre.

Ce seroit ici le lieu de chercher la cause de cette hydropisie ; mais outre qu'on n'a rien apperçû de manifeste, cela paroît étranger à nôtre sujet : ainsi j'abandonne un détail qui nous meneroit trop loin : je me contenterai de proposer une ou deux conjectures qui me paroissent assés bien fondées.

Il se separe des humidités par les glandes du plexus choroïde, destinées à mouïller les ventricules du Cerveau, qui tombent dans l'entonnoir, ensuite sur la glande pituitaire, pour être filtrées à travers son tissu lâche & spongieux, & de-là gagner le golfe ou le commencement des jugulaires internes. Or si cette glande est obstruée, ces serosités trouveront leur passage bouché : elles devront donc inonder les ventricules du Cerveau, puisqu'il s'en sépare continuellement. C'est ainsi que l'Hydrocephale se forme d'ordinaire aux jeunes Enfants. Nous sçavons aussi que les chûtes ou coups reçûs à la tête occasionnent quelquefois cette maladie ; & peut-être cet Enfant en a-t-il reçu quelqu'un dans la matrice, le Fœtus n'en étant pas à Fabri, comme les luxations, les fractures, les becs de lièvre qu'ils portent du ventre de la Mere le font voir clairement, pourquoi celui-ci ne se fera-t-il pas fait de quelque une de ces manieres ?

Il est temps à present d'en venir à tous les autres changements que nous avons remarqué, & qui se déduisent sans peine de ce que nous venons de dire ; tels sont l'enflure des paupieres & du visage, la lividité de la tête, du col & des épaules, la solidité des os de la base du crâne. Quant à la bouffissure des yeux, qui n'est autre chose qu'une tumeur ædemateuse des paupieres, elle vient toujours de la difficulté & des embarras que le sang trouve dans son chemin, qui le font circuler si lentement, qu'il est obligé de déposer une serosité qui s'infiltre entre les

pores des chairs & des membranes. Or dans cet Enfant une partie du sang qui revenoit des yeux pour s'aller jeter dans le sinus orbitaire, ne pouvant se dégorgier que difficilement dans ce sinus, à cause du poids des eaux qui le comprimoient, il a fallu que le sang croupît, qu'il versât sa ferosité, que les paupieres s'enflassent, & que les yeux s'avancassent un peu hors des orbites.

La lividité ou la couleur noirâtre suppose deux choses ou une plus grande quantité de sang ramassé dans une partie, ou un vice du corps muqueux qui teint les parties de couleur noire, comme dans les Mores. Rien n'indique le vice du corps muqueux, nous ne devons donc pas l'accuser, tout au contraire semble nous persuader que c'est à l'amas du sang dans cette partie que nous devons attribuer cette lividité. En effet le sang ne pouvant plus être reçu dans les carotides internes a dû se reflechir, se détourner, & enfiler les branches voisines & collaterales qui sont les carotides externes, & qui se trouvant remplies d'une plus grande quantité de sang, doivent communiquer une grande rougeur, & une lividité même, qui n'est qu'une couleur rouge plus foncée, à toutes les parties où elles vont se distribuer, & comme ce sont précisément toutes les parties exterieures de la tête & du col, elles doivent paroître livides.

C'est aussi au poids & à la compression des eaux ramassées dans la tête qu'il faut rapporter la solidité & la grande dureté des os de la base du crâne : étant certain que plus les parties se trouvent pressées & serrées les unes contre les autres, plus elles se durcissent. La concavité même de l'os sphénoïde, qu'on appelle la Selle du Turc, a dû s'effacer, puisque cet os doit son enfoncement à la figure des parties inférieures & intérieures du Cerveau, qui en s'y logeant gravent ce creux, & qui venant à manquer ne doivent laisser aucune trace de leur présence.

Enfin les os qui devoient former le sommet de la tête ont disparu, & fait place à cette chair spongieuse & pleine  
d'hydatides,

d'hydatides , parce que le cours du sang a été fort gêné par la grande distention que les eaux causoient aux canaux qui leur portoient la nourriture. Ainsi les parois offeuses de la tête ne pouvant prendre leur croissance , les liqueurs ne roulant qu'avec peine , il s'est fait un dépôt de serosités qui se sont cantonnées dans les interstices des chairs , ou dans les grains des vaisseaux lymphatiques , comme dans des petites poches ou sacs pleins d'une humeur limpide qui constituent les hydatides. Les fibres charnuës étant relâchées par les serosités se sont étenduës , & ont reçu plus de nourriture ; dans cette confusion les bulbes des cheveux ayant été , pour ainsi dire , suffoquées & étouffées , les cheveux n'ont pû pousser.

On demandera sans doute comment est-ce qu'il s'est pû faire qu'un Enfant ait vécu si long-temps sans Cerveau & sans Cervellet , qu'on a toujours regardé comme des parties essentielles à la vie , & comme la source & le principe de toutes les fonctions animales. C'est ici veritablement où se trouve le nœud de la difficulté , car ils manquoient effectivement , & je ne vois rien qu'on puisse substituer à leur place. Dira-t-on en effet que la moëlle de l'Epine , desséchée comme elle l'étoit , ait pû fournir des esprits animaux en suffisante quantité pour soutenir la vie de cet Enfant ? il n'y a aucune apparence. Dira-t-on qu'on n'a pas bien connu jusques-ici la structure & le veritable usage du Cerveau & du Cervellet , qu'il n'y a point d'esprits animaux , & que par consequent on peut s'en passer ? Cela est plus vrai-semblable , & nous l'avons déjà établi dans un autre Memoire que nous avons communiqué.

Au reste il ne faut pas se récrier , & dire que cette observation étant unique , on ne sçauroit en tirer des consequences justes , ni rien tabler sur elle ; car outre les deux autres que nous avons rapportées ci-dessus , Paré fait mention d'un Enfant acephale , ou sans Tête , qui nâquit à Agen en 1562. Regner de Graaf parle d'un Chien qui vint au monde sans tête ; & si l'on prenoit la peine de

fouiller, on en trouveroit un grand nombre d'autres, sans compter celles qui ont été négligées & n'ont pas été écrites \*. D'ailleurs quand elle seroit unique, pourvû qu'elle soit vraye, prouveroit elle moins, & ne faut-il pas en rendre raison. Les Enfants peuvent donc vivre dans le ventre & hors du ventre de la Mere sans le secours des esprits animaux, puisqu'ils vivent sans Cerveau, sans Cervellet & sans Tête.

J'ajouterais une chose en finissant touchant ces sortes d'observations monstrueuses, qu'on nous dit être quelquefois accompagnées de circonstances si bizarres & si extraordinaires, qu'il est difficile d'y ajouter une foi entière. Les revoquerons-nous en doute, ou bien les croirons-nous aveuglement ? ce sont deux écueils qu'il importe également d'éviter, car comme ce seroit faire injure aux personnes qui ont eû soin d'observer, il seroit fort dangereux de donner créance à des fables.

Je sçai que l'observation & l'expérience nous guident dans la recherche de la vérité, que sans elle la raison s'égare souvent, & n'enfante que des chymeres. Je sçai que c'est sur elles qu'on doit appuyer les raisonnements. Tant qu'on s'est conduit de la sorte, la Physique & la Medecine ont fait de grands progrès : dès qu'on a abandonné cette méthode, on a fort peu avancé dans la connoissance de ces deux sciences. Mais il faut qu'elles soient vrayes ces observations, autrement le fondement étant nul, l'ouvrage tombera infailliblement. Tenons-nous donc sur nos gardes de peur de nous laisser surprendre. Tous les faits qu'on rapporte ne sont pas véritables, & les expériences ne sont pas toujours fidelles. il y a bien des choses vrayes qui passent pour fausses ; Il y en a aussi bien des fausses qui sont reçues comme vrayes. On n'observe pas toujours de sens froid & sans prévention ; on croit voir plus qu'on ne

\* L'Observation de l'Auteur est sur-tout confirmée par plusieurs faits semblables qui ont été présentés à l'Académie par ses Anatomistes, & qu'elle a vérifiés.

voit effectivement : *Plus vident quam quod vident.* On bâtit un système sur des faux principes, on tombe dans l'erreur, & on y entraîne les autres. De-là naissent les préjugés si difficiles à déraciner sur les influences des Astres, les horoscopes, les enchantements, la fascination, la transmutation des métaux, les poudres des sympathies, &c. dont presque tout le monde est infatué. On parle souvent des choses qu'on n'a pas vûes, comme si on les avoit vûes, comptant qu'elles ne sçauroient être autrement qu'on se l'imagine, ou l'on s'en tient à ce que nous en dit quelque ignorant prévenu. Faut-il donc s'étonner si la vérité est encore si cachée. Il seroit à souhaiter que des gens désintéressés se donnassent la peine de faire les expériences contestées, de marquer les faits douteux & les observations suspectes, afin qu'on n'établît rien sur elle : par-là on veriferoit ce qu'on a trouvé de vrai, & on détruiroit ce qu'on a imaginé de faux dans l'explication du Système de la Nature.

*Plaut. in  
militie glo-  
riof.*

F I N.













